GOVERNO DO ESTADO DO PARÁ
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO
ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO PROF. GERSON PERES

DIRETORA: ARABELA GUERREIRO

COORDENADOR: CLEYBE CIRINO

PROFESSOR: KLEBER BARROS FERREIRA

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

TURMAS: M1ER01 e M1ER02

Olá, querid@s alun@s.

É uma imensa satisfação tê-los conosco nesta nova fase da vida escolar de vocês, o Ensino Médio. Agora com uma novidade, o Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI). Infelizmente, por conta da atual pandemia que assola a humanidade, ainda não teremos aulas presenciais até que todos sejamos devidamente imunizados. Desta forma, nossa comunicação, bem como as atividades que realizaremos, ocorrerão de forma remota (virtual), utilizando, para isso, todos os recursos que estiverem ao nosso alcance, principalmente grupo de Whatsapp, ferramentas do Google, vídeo aulas, etc.

Diante deste cenário atípico, as dúvidas e desafios são imensos, tanto para vocês, alunos, quanto para nós, professores. Assim, para obtermos o sucesso esperado, a paciência, a compreensão e a dedicação devem ser nossas grandes aliadas nesse processo. E, para isso, professores, coordenação e direção estarão à disposição de vocês, em horários específicos, para ajudá-los. Mas, não esqueçam que as críticas e sugestões também são importantíssimas para aperfeiçoarmos nosso trabalho e, assim, atendê-los da melhor forma possível.

Portanto, vamos juntos iniciar esta maravilhosa jornada pelo Ensino Médio!

Um grande abraço

Prof. Kleber Barros

ESCLARECENDO ALGUMAS POSSÍVEIS DÚVIDAS

1. Como está estruturada a 1ª Avaliação de Matemática?

Esta 1ª Avaliação de Matemática, assim como as demais, está dividida em quatro períodos (ou etapas). O número de atividades avaliativas, em cada período, pode variar de 1 a 3. Observe a tabela abaixo correspondente à 1ª avaliação:

ATIVIDADES AVALIATIVAS CUMULATIVAS PARA A 1ª AVALIAÇÃO		DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS POR PERÍODO
1º PERÍODO	**Pontuação das atividades**	**2,5**
Atividade 1 – Exercício pelo Google Forms	**2,5**	
2º PERÍODO		**2,5**
Atividade 1 - Exercício pelo Google Forms	**2,5**	
3º PERÍODO		**2,5**
Atividade 1 - Exercício pelo Google Forms	**1,5**	
Atividade 2 - Exercício pelo Google Forms	**1,0**	
4º PERÍODO		**2,5**
Atividade 1 - Exercício pelo Google Forms	**1,0**	
Atividade 2 - Exercício pelo Google Forms	**1,5**	

2. Quais assuntos serão propostos para esta 1ª Avaliação de Matemática?

Para esta 1ª avaliação, você estudará os seguintes assuntos:

1º Período: Potenciação e Propriedades da potenciação

2º Período: Potência de base 10 e Notação Científica

3º Período: Raiz enésima de um nº real, Propriedades do radicais e Simplificação de radicais

4º Período: Operações com radicais

3. Quanto tempo terei para estudar os assuntos de cada período

Para cada período você terá um prazo pré definido. Fique atento aos avisos dados pela coordenação no grupo de Whatsapp da sua turma.

4. Como terei acesso aos conteúdos propostos?

No início de cada período, além do livro didático que você recebeu, terá acesso ao material de apoio fornecido pelo professor, composto por links de acesso à vídeo aulas e pdf's de partes específicas de livros, dentre outros materiais.

5. Onde farei as "provas" de cada período?

Durante cada período você resolverá atividades avaliativas por meio de questionários eletrônicos (Google forms) ou, na impossibilidade deste, por outro meio a ser definido.

6. Não possuo celular, computador e nem acesso à internet, como farei minhas atividades?

Neste caso específico, você deverá procurar a coordenação pedagógica da escola Gerson Peres que, por sua vez, definirá a melhor alternativa para que você não tenha nenhum prejuízo.

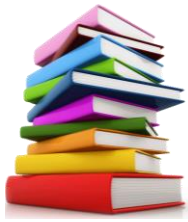
1º PERÍODO (1ª AVALIAÇÃO)

Para que você consiga estudar de forma organizada e absorver o máximo de informação possível, siga os passos abaixo:

<u>1º Passo</u>: Assista as vídeo aulas propostas clicando nos assuntos abaixo:

- **Potenciação**
- **Propriedades da Potenciação**

Assista à mais vídeo aulas, caso queira se aprofundar no assunto!

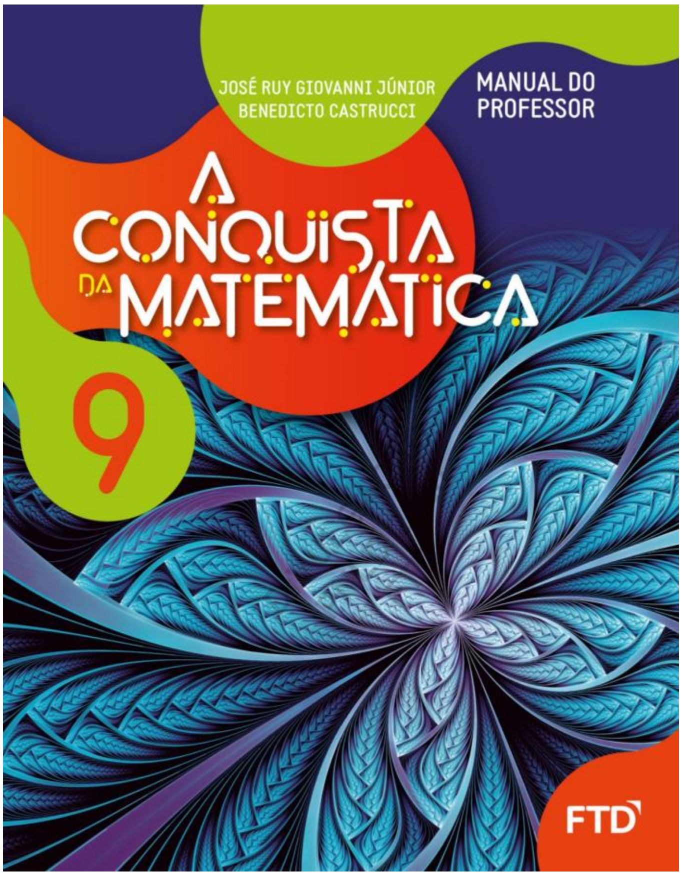


<u>2º Passo</u>: Consulte os livros didáticos sugeridos:

- **A Conquista da Matemática – (9º Ano/Fundamental)**
- **Matemática Paiva – (1º Série/Ensino Médio)**

A Conquista da Matemática
(9º Ano/Fundamental)

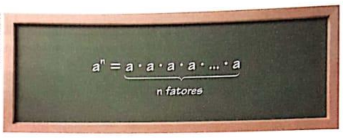
Matemática Paiva
(1º Série/Ensino Médio)



1 Potência de um número real com expoente natural

Dado um número real a e um número natural n, $n \neq 0$, a expressão a^n, denominada **potência**, representa um produto de n fatores iguais ao número real a.

Fotos: PhotoDisc



Assim, por exemplo:

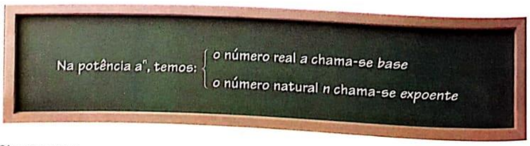
1 $3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ vezes}} = 81$

2 $(-2)^5 = \underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_{5 \text{ vezes}} = -32$

3 $\left(-\frac{1}{6}\right)^3 = \underbrace{\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)}_{3 \text{ vezes}} = -\frac{1}{216}$

4 $(-1{,}4)^2 = \underbrace{(-1{,}4) \cdot (-1{,}4)}_{2 \text{ vezes}} = +1{,}96$

5 $10^1 = 10$



Observe que:

$-2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$ e $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$

Assim, $-2^2 \neq (-2)^2$.

2 Potenciação e radiciação

Potência de expoente inteiro

Sendo a um número real e n um número inteiro, definimos:

$$a^0 = 1, \text{ se } a \neq 0$$
$$a^1 = a$$
$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores}}, \text{ se } n > 1$$
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ se } a \neq 0$$

Não há unanimidade entre os matemáticos quanto à adoção do valor 1 para a potência 0^0; por isso, excluímos essa possibilidade na definição $a^0 = 1$.

Na potência a^n, o número a é a **base** da potência e o número n é o **expoente**.

Exemplos

a) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

b) $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

c) $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{125}{8}$

d) $8^1 = 8$

e) $7^0 = 1$

f) $(-5)^0 = 1$

g) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

h) $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{7}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{49}{9}} = \frac{9}{49}$

Para agilizar o cálculo de $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2}$, podemos inverter a base e trocar o sinal do expoente, isto é: $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$

Propriedades das potências de expoente inteiro

Dados os números reais a e b e os números inteiros m e n, e obedecidas as condições para que existam as potências, temos:

P1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (conserva-se a base e adicionam-se os expoentes)
P2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ (conserva-se a base e subtraem-se os expoentes)
P3. $(a^m)^n = a^{mn}$ (conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes)
P4. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ (distributiva da potenciação em relação à multiplicação)
P5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (distributiva da potenciação em relação à divisão)

Exemplos

a) $7^2 \cdot 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$

b) $2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$

c) $3^4 : 3^6 = 3^{4-6} = 3^{-2}$

d) $(5^4)^3 = 5^{4 \cdot 3} = 5^{12}$

e) $(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 = 8x^3$

f) $\left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{7^2}{5^2} = \frac{49}{25}$

Por que na multiplicação $7^2 \cdot 7^3$ deve-se conservar a base e adicionar os expoentes e na divisão $2^5 : 2^3$ deve-se conservar a base e subtrair os expoentes? *Ver Suplemento com orientações para o professor.*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o valor das potências.

a) $(-5)^2$
b) -5^2
c) $(-2)^3$
d) 9^0
e) 1^{43}
f) $(-1)^{13}$
g) $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-2}$
h) $(-2)^{-3}$

2 Efetue, admitindo que sejam obedecidas as condições de existência.

a) $(5x)^3$
b) $(x^2)^4$
c) $(-4x^2y^3)^2$
d) $\left(\frac{ab^3}{3c^2}\right)^3$
e) $\left(\frac{2x^3}{5yz^2}\right)^{-2}$

3 Obedecidas as condições de existência, efetue:

a) $x^5 \cdot x^3$
b) $y^6 : y^2$
c) $\left(\frac{2xy^5}{z^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{xz^3}{y}\right)^4$
d) $\left(\frac{3a^2b^3}{cd}\right)^3 : \left(\frac{c^2d^3}{3ab^4}\right)^{-2}$

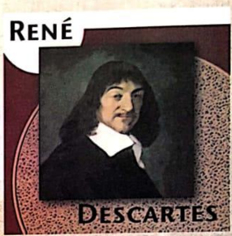
Um pouco da história das potências

Já na Antigüidade, os babilônios usavam as potências como auxiliares da multiplicação, enquanto os gregos tinham uma especial predileção pelos quadrados e pelos cubos.

No século III da nossa era, o matemático grego Diofante idealizou as seguintes notações das potências:

x para expressar a primeira potência;
xx para expressar a segunda potência;
xxx para expressar a terceira potência.

No século XVII, o pensador e matemático francês René Descartes (1596-1650) introduziu as notações x, x^2, x^3, x^4, ... para potências, notações essas que usamos até hoje.



Exercícios

1 Aplicando a definição, calcule:

a) 7^2
b) $(-11)^2$
c) $(-5)^3$
d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$
e) $(\sqrt{3})^1$
f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$
g) $(-2{,}3)^2$
h) -6^2
i) 3^5
j) $(-0{,}6)^3$

2 Qual é o valor da expressão numérica

$(-2)^3 - (-1)^2 + (-3)^2 - (-2)^5$?

3 Qual é o número real expresso por

$(-2)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 : (+3)^2 + \left(-\frac{1}{6}\right)^2$?

4 Determine o valor de xy.

$x = [(-1)^3 - (-1)^5 \cdot (-1)^4] + (-1)^7$

$y = (-2)^4 : 2^3 - 4^2 : (-2)^2$

5 Um campeonato de pingue-pongue é disputado por 20 duplas, que jogam entre si em turno e returno. O número total de jogos nesse tipo de campeonato é dado pela expressão algébrica $x^2 - x$, onde x representa o número de duplas. Quantos jogos tem esse campeonato?

6 O número de diagonais de um polígono pode ser obtido pela expressão algébrica $\frac{n^2 - 3n}{2}$, onde n representa o número de lados do polígono. Nessas condições, quantas diagonais tem um polígono de:

a) 6 lados?
b) 10 lados?

4 Considerando que um ano tem aproximadamente 360 dias e que o batimento cardíaco médio do ser humano é de 72 vezes por minuto, obtém-se que em 70 anos o número de batimentos do coração de uma pessoa é, aproximadamente:

a) $2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7$
b) $2^{13} \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
c) $2^{13} \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
d) $2^{15} \cdot 3^5 \cdot 5^3 \cdot 7$
e) $2^{12} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7$

5 Classifique em verdadeira ou falsa cada uma das afirmações a seguir.

a) $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$
b) $5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
c) $5{,}4 \text{ hm}^2 = 5{,}4 \cdot 10^4 \text{ m}^2$
d) $1 \text{ L} = 10^6 \text{ mm}^3$
e) $10 \text{ kL} = 10^3 \text{ L}$
f) $6 \text{ kg} = 6 \cdot 10^4 \text{ cg}$
g) $2 \text{ mg} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ g}$

Notação científica

Os números que fazem parte do dia a dia expressam grandezas como o preço de um produto, a duração de um filme, o custo de um carro etc. Por serem representados com poucos algarismos, esses números não apresentam grande dificuldade de entendimento. Porém, no universo científico, há números "gigantescos" ou "minúsculos" em relação àqueles aos quais estamos habituados. Veja dois exemplos.

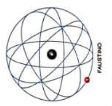
RETO STOCKLI/ALAN NELSON/FRITZ HASLER/GOES/NOAA/GSFC/NASA

- A massa da Terra é de, aproximadamente:

5.970.000.000.000.000.000.000.000 kg

- A medida do raio médio de um átomo de hidrogênio é de, aproximadamente:

0,00000005 mm



FAUSTINO

A dificuldade em trabalhar com esses números levou os cientistas a estabelecer uma notação simplificada para representá-los: a **notação científica**. Para entender essa notação, observe que o número 5.970.000.000.000.000.000.000.000 é o produto:

$$5{,}97 \cdot \underbrace{10 \cdot 10}_{24 \text{ fatores}}$$

Assim, a massa da Terra, expressa em notação científica, é de $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg.

Analogamente, observando que:

$$0{,}00000005 = \frac{5}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{5}{10^8},$$

podemos representar a medida do raio médio do átomo de hidrogênio, em notação científica, por $5 \cdot 10^{-8}$ mm.

De maneira geral, todo número real não nulo, com expressão decimal finita, pode ser representado na forma:

$$k \cdot 10^m,$$

em que m é um número inteiro e k é um número real tal que $1 \leq |k| < 10$.

Essa forma de representação é denominada **notação científica**.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1 Sabendo que a massa de cada átomo de magnésio (Mg) é estimada em $4{,}0 \cdot 10^{-23}$ g, conclui-se que o número de átomos que compõem 48 g de magnésio é:

a) $1{,}2 \cdot 10^{22}$
b) $1{,}2 \cdot 10^{23}$
c) $1{,}2 \cdot 10^{24}$
d) $4{,}8 \cdot 10^{22}$
e) $4{,}8 \cdot 10^{23}$

Resolução

Podemos calcular o número n de átomos que compõem 48 g de magnésio por uma regra de três:

nº de átomos	massa (em grama)
1	$4{,}0 \cdot 10^{-23}$
n	48

$\therefore n = \frac{48}{4{,}0 \cdot 10^{-23}} = \frac{4{,}8 \cdot 10}{4{,}0 \cdot 10^{-23}} = \frac{4{,}8}{4{,}0} \cdot \frac{10}{10^{-23}} = 1{,}2 \cdot 10^{1-(-23)}$

$\therefore n = 1{,}2 \cdot 10^{24}$

Logo, a alternativa **c** é a correta.

ENVISION/CORBIS/LATINSTOCK

O magnésio é encontrado em cereais integrais, leguminosas (feijões, lentilhas etc.), hortaliças de folha verde (espinafre, brócolis etc.), frutos oleaginosos (avelã, amêndoa etc.), sementes (girassol, abóbora etc.) e frutas.

Agora é com Você

1. Há uma curiosidade no cálculo do quadrado, do cubo e da quarta potência do número 11. Os resultados são números palíndromos.

   Usando uma calculadora, determine o valor de 11^2, 11^3 e 11^4.

2. Investigue, com o auxílio de uma calculadora, se o fato se repete com a quinta e a sexta potências do número 11.

Propriedades

Observe as multiplicações:

- $2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

  Então: $2^3 \cdot 2^2 = 2^5$ ou 2^{3+2}.

- $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

  Então: $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$ ou $\left(\frac{2}{3}\right)^{1+3}$.

Como esse fato sempre ocorre quando temos uma multiplicação com potências de mesma base, isso nos permite escrever a seguinte propriedade:

> Dado um número real a, não-nulo, e sendo m e n dois números naturais, então $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Observe as divisões:

- $2^5 : 2^2 = \frac{2^5}{2^2} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

  Então: $2^5 : 2^2 = 2^3$ ou 2^{5-2}.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Faça as atividades no caderno.

6 (Enem) A Agência Espacial Norte-Americana (Nasa) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração abaixo sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.

Disponível em: http://notícias.terra.com.br (adaptado)

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a:

a) $3{,}25 \times 10^2$ km
b) $3{,}25 \times 10^3$ km
c) $3{,}25 \times 10^4$ km
d) $3{,}25 \times 10^5$ km
e) $3{,}25 \times 10^6$ km

7 Poliomielite é uma doença viral que pode afetar os nervos e levar à paralisia parcial ou total. A vacina oral contra a poliomielite, desenvolvida pelo pesquisador russo Albert Bruce Sabin (1906-1993), praticamente erradicou a doença na maioria dos países do mundo.

No Brasil, as vacinações periódicas contra essa doença são divulgadas pelo simpático Zé Gotinha.

Zé Gotinha

O vírus causador dessa doença é o poliovírus, com medida aproximada de 0,00002 mm.

a) Escreva, em notação científica, a medida em milímetro do poliovírus.

b) Escreva, em notação científica, a medida em centímetro do poliovírus.

c) Uma unidade de comprimento muito usada para expressar medidas de estruturas microscópicas é o **angstrom**, cujo símbolo é Å, definido por: 1 Å $= 10^{-10}$ m. Escreva, em notação científica, a medida do poliovírus em angstrom.

8 De acordo com as avaliações da World Water Assessment Programme (WWAP), órgão responsável pelo Programa de Avaliação da Água no Mundo, a quantidade total de água do planeta Terra é de 1.360 quatrilhões de toneladas, das quais apenas 0,8% po[illegible]er utilizada para abastecimento público. Dessa pequena fração de água qu[illegible]ode ser utilizada para abastecimento público, 97% correspondem a água subterrânea e apenas 3% apresentam-se na forma de água superficial de extração mais fácil. Esses valores ressaltam a grande importância de preservar os recursos hídricos na Terra.

Usando a notação científica, represente a quant[illegible]ade de água, em tonelada, que se apresenta na forma de água superficial de extração mais fácil.

Resolva os *exercícios complementares* 1 e 2.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO

CRIANDO PROBLEMAS

Inspirando-se nos exercícios dessa série, elaborem e resolvam um problema sobre notação científica que envolva uma situação do cotidiano. Resposta pessoal.

Radiciação no conjunto dos reais

Em nosso dia a dia, realizamos várias operações inversas, como **atar** e **desatar** o cinto de segurança, **amarrar** e **desamarrar** o tênis, **abrir** e **fechar** a porta da geladeira etc.

Atar

Desatar

Amarrar Desamarrar

Abrir

Fechar

- $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3}{\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

  Então: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ ou $\left(\frac{2}{3}\right)^{3-1}$.

Como esse fato sempre ocorre quando temos uma divisão com potências de mesma base, isso nos permite escrever a seguinte propriedade:

> Dado um número real a, não-nulo, e sendo m e n dois números naturais, então $a^m : a^n = a^{m-n}$.

Observe as potenciações:

- $(2^5)^2 = 2^5 \cdot 2^5 = 2^{5+5} = 2^{10}$

  Então: $(2^5)^2 = 2^{10}$ ou $2^{5 \cdot 2}$.

- $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{4+4+4} = \left(\frac{3}{4}\right)^{12}$

  Então: $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{12}$ ou $\left(\frac{3}{4}\right)^{4 \cdot 3}$.

Como esse fato sempre ocorre quando temos uma potência de outra potência, isso nos permite escrever a seguinte propriedade:

> Dado um número real a, não-nulo, e sendo m e n dois números naturais, então $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

Observe as potências:

- $(3 \cdot 5)^2 = (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5^2$

- $(2 : 7)^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{2}{7}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right) = \frac{2 \cdot 2}{7 \cdot 7} = \frac{2^2}{7^2} = 2^2 : 7^2$

Podemos escrever a seguinte propriedade:

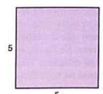
> Dada a potência $(a \cdot b)^n$ ou $(a : b)^n$, sendo a e b dois números reais não-nulos e n um número natural diferente de 0, temos:
>
> $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ou $(a : b)^n = a^n : b^n$

Intuitivamente, entendemos que duas operações são inversas entre si quando uma desfaz o que a outra fez.

A Matemática também apresenta operações inversas, como a adição e a subtração; a multiplicação e a divisão. Neste item vamos estudar duas operações inversas. Para entendê-las, observe as situações a seguir.

I. Sabendo que, em determinada unidade de medida, o comprimento do lado de um quadrado é 5, temos que a área A do quadrado é calculada pela potência 5^2. Logo, $A = 25$.

II. Sabendo que, em determinada unidade de medida, a área de um quadrado é 25, temos que a medida do lado do quadrado é a base positiva da potência x^2 tal que $x^2 = 25$. Logo, $x = 5$.



FAUSTINO

Nessas situações, são realizadas **operações inversas**: em (I), é conhecida a medida 5 do lado do quadrado e calcula-se sua área através da potência 5^2; em (II), é conhecida a área 25 do quadrado e calcula-se a medida x do lado, que é o valor positivo da base da potência x^2 tal que $x^2 = 25$. A operação efetuada em (II), que é a inversa da potenciação, chama-se **radiciação**.

Vamos separar o estudo de radiciação em dois casos.

1º caso

> Sendo n um número natural não nulo, dizemos que a raiz n-ésima de um número real não negativo a é o número real não negativo b se, e somente se, $b^n = a$.

Em símbolos, sendo $n \in \mathbb{N}^*$ e $a \in \mathbb{R}_+$, temos:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a, \text{ com } b \in \mathbb{R}_+$$

No radical $\sqrt[n]{a}$, o número n é o **índice do radical** e o número a é o **radicando**.

Exemplos

a) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$ e $2 \in \mathbb{R}_+$

b) $\sqrt{16} = \sqrt[2]{16} = 4$, pois $4^2 = 16$ e $4 \in \mathbb{R}_+$

c) $\sqrt[1]{5} = 5$, pois $5^1 = 5$ e $5 \in \mathbb{R}_+$

d) $\sqrt[5]{0} = 0$, pois $0^5 = 0$ e $0 \in \mathbb{R}_+$

Notas:

1. Se n é um número natural par não nulo, existem dois números opostos, b e $-b$, com $b > 0$, tais que $b^n = a$ e $(-b)^n = a$. Por convenção, adota-se apenas o número positivo b como valor de $\sqrt[n]{a}$. Por exemplo, embora $4^2 = 16$ e $(-4)^2 = 16$, apenas o número positivo 4 é a raiz quadrada de 16, no conjunto dos números reais. Assim, $\sqrt{16} = 4$.
2. De acordo com a nota 1, para qualquer x real temos $\sqrt{x^2} = |x|$, pois a sentença $\sqrt{x^2} = x$ será falsa se x for negativo.
3. Os símbolos $\sqrt[1]{}$, $\sqrt[2]{}$, $\sqrt[3]{}$, $\sqrt[4]{}$, $\sqrt[5]{}$, ..., $\sqrt[n]{}$ devem ser lidos, respectivamente, como: raiz primeira, raiz quadrada (ou segunda), raiz cúbica (ou terceira), raiz quarta, raiz quinta, ..., raiz n-ésima (ou enésima).

> Em um radical de índice 2, o índice não precisa ser escrito, pois fica subentendido. Por exemplo, o símbolo $\sqrt{9}$ deve ser entendido como $\sqrt[2]{9}$.

2º caso

> Se n é um número natural ímpar, dizemos que a raiz n-ésima de um número real negativo a é o número real negativo b se, e somente se, $b^n = a$.

Em símbolos, sendo $n \in \mathbb{N}$ com n ímpar e $a \in \mathbb{R}^*_-$, temos: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

Nessa definição, b é obrigatoriamente negativo.

Exemplos

a) $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$

b) $\sqrt[5]{-1} = -1$, pois $(-1)^5 = -1$

Exercícios

1 Aplicando as propriedades, escreva na forma de uma só potência:

a) $2^6 \cdot 2^4$

b) $7^{10} : 7^6$

c) $(5^2)^6$

d) $3^4 \cdot 3^8 \cdot 3$

e) $\left(\frac{2}{9}\right)^5 : \left(\frac{2}{9}\right)^3$

f) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^4\right]^2$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$

h) $8^5 : 8^4$

i) $[(1,1)^5]^4$

j) $(0,1)^{10} : (0,1)^8$

2 Aplicando as propriedades, transforme numa só potência as expressões:

a) $x^2 \cdot x \cdot x^8 \cdot x^3$ $(x \neq 0)$

b) $x^{12} : x^9$ $(x \neq 0)$

c) $(x^5)^4$ $(x \neq 0)$

d) $a \cdot a^7 \cdot a^2$ $(a \neq 0)$

e) $p^4 : p^3$ $(p \neq 0)$

3 Transforme num produto de potências:

a) $(x \cdot y)^3$

b) $(a \cdot b^2)^2$

c) $(x^3 \cdot y^2)^4$

d) $(a^2 \cdot b^5 \cdot c^3)^2$

Expoente zero

Vamos calcular o quociente de $2^5 : 2^5$.

- Aplicando a definição: $2^5 : 2^5 = 32 : 32 = 1$
- Aplicando a propriedade da divisão de potências de mesma base: $2^5 : 2^5 = 2^{5-5} = 2^0$

Comparando os dois resultados, podemos escrever que $2^0 = 1$, o que ocorre com qualquer número real não-nulo.

De modo geral:

Para todo número real a, com $a \neq 0$, temos $a^0 = 1$.

Veja a seguir como podemos, também, considerar o expoente zero.

- Observando a última coluna da direita, de cima para baixo, notamos que cada número representa a terça parte do número anterior:

Base	Expoente	Potência
3	5	$3^5 = 243$
3	4	$3^4 = 81$
3	3	$3^3 = 27$
3	2	$3^2 = 9$
3	1	$3^1 = 3$

Observe que, no conjunto dos números reais não existem radicais de índice par com radicando negativo. Por exemplo, $\sqrt{-9}$ seria o número real cujo quadrado é -9, o que é absurdo, pois o quadrado de qualquer número real é positivo ou nulo.

Também é importante observar que, se a é um número real qualquer e n um número natural ímpar, temos:

$$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$$

Por exemplo: $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$

Propriedades dos radicais com radicandos não negativos

Sendo a e b números reais não negativos e n, k e p números naturais não nulos, temos:

P1. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	(distributiva da radiciação em relação à multiplicação)
P2. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$, com $b \neq 0$	(distributiva da radiciação em relação à divisão)
P3. $\sqrt[nk]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^p}$	(dividem-se por um fator comum o índice do radical e o expoente do radicando)
P4. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^q = \sqrt[n]{a^q}$, com $q \in \mathbb{R}$	(a potência da raiz é a raiz da potência)
P5. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$	(multiplicam-se os índices)

Exemplos

a) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{7 \cdot 2} = \sqrt[3]{14}$

b) $\frac{\sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{15}{3}} = \sqrt[4]{5}$

c) $\sqrt[15]{5^6} = \sqrt[5]{5^2}$

d) $\sqrt[3]{8^5} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^5 = 2^5 = 32$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Faça as atividades no caderno.

9 Calcule mentalmente.

a) $\sqrt{25}$

b) $\sqrt{0,25}$

c) $\sqrt[3]{8}$

d) $\sqrt[3]{0,008}$

e) $\sqrt[5]{-32}$

f) $\sqrt{\frac{1}{100}}$

g) $\sqrt[5]{1}$

h) $\sqrt[3]{0}$

i) $\sqrt[1]{12}$

10 Classifique em verdadeira ou falsa cada uma das afirmações a seguir.

a) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{7} = \sqrt[5]{2 \cdot 7}$

b) $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9 + 16}$

c) $\frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{2}$

d) $\sqrt[4]{8} = \left(\sqrt[4]{2}\right)^3$

e) $\left(\sqrt{5}\right)^2 = \sqrt[4]{5}$

f) $\sqrt{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{5}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt{7}} = \sqrt[5]{7}$

h) $\sqrt{2\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{40}$

11 Aplicando a propriedade P3 dos radicais, podemos reduzir radicais ao mesmo índice. Por exemplo, para obter dois radicais de mesmo índice, respectivamente equivalentes a $\sqrt[3]{2}$ e $\sqrt[4]{5}$, podemos agir do seguinte modo:

- No primeiro radical, multiplicamos o índice 3 e o expoente 1 do radicando por 4, obtendo:
$\sqrt[3]{2^1} = \sqrt[3 \cdot 4]{2^{1 \cdot 4}} = \sqrt[12]{2^4}$
- No segundo radical, multiplicamos o índice 4 e o expoente 1 do radicando por 3, obtendo:
$\sqrt[4]{5^1} = \sqrt[4 \cdot 3]{5^{1 \cdot 3}} = \sqrt[12]{5^3}$

Note, portanto, que os radicais assim obtidos têm o mesmo índ[illegible] 12.

Aplicando essa ideia, efetue as seguintes operações com radicais de índices diferentes:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[6]{2}}$

12 Para o cálculo de $\sqrt{5}$ em uma calculadora, digitam-se as teclas $\boxed{\sqrt{\ }}$, $\boxed{5}$ e $\boxed{=}$, nessa ordem. Analogamente, obtém-se, nessa calculadora, a raiz quadrada de qualquer número real não negativo x. Usando apenas as teclas numéricas e as teclas $\boxed{\sqrt{\ }}$ e $\boxed{=}$, descreva um processo para o cálculo de:

PHOTASTIC/SHUTTERSTOCK

a) $\sqrt[4]{5}$

b) $\sqrt[8]{5}$

c) $\sqrt[6]{8}$

(*Nota:* Há calculadoras em que se digitam $\boxed{5}$, $\boxed{\sqrt{\ }}$ e $\boxed{=}$, nessa ordem, para o cálculo de $\sqrt{5}$.)

FAUSTINO

- Se prosseguirmos com a tabela, incluindo o expoente 0, veja o que ocorre:

Base	Expoente	Potência	
3	5	$3^5 = 243$	
3	4	$3^4 = 81$	$81 = \frac{1}{3}$ de 243
3	3	$3^3 = 27$	$27 = \frac{1}{3}$ de 81
3	2	$3^2 = 9$	$9 = \frac{1}{3}$ de 27
3	1	$3^1 = 3$	$3 = \frac{1}{3}$ de 9
3	0	$3^0 = 1$	$1 = \frac{1}{3}$ de 3

Exercícios

1 Determine o valor de:

a) 5^0 b) -5^0 c) $(-5)^0$ d) $-(-5)^0$

2 Qual é o valor numérico da expressão $-5^0 + 3^0 - (-4)^0$?

3 Qual é o valor numérico da expressão $\sqrt{\frac{1}{25}} + (0,17)^0$?

4 Calcule o valor numérico da expressão $\dfrac{2^0 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} - 2^0}$.

5 Se você simplificar a expressão $\frac{3}{(2x+1)^0}$, que resultado vai obter?

Cara ou coroa?

Simplificação de radicais

Para facilitar o trabalho com radicais, é conveniente transformá-los, por meio das propriedades estudadas, na forma mais simples possível.

Exemplos

a) Para simplificar o radical $\sqrt[3]{16}$, decompomos o radicando 16 em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 16 = 2^4$$

Assim, temos:

$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} =$
$= \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$

b) Para simplificar o radical $\sqrt{160}$, decompomos o radicando 160 em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 160 & 2 \\ 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 160 = 2^5 \cdot 5$$

Logo:

$\sqrt{160} = \sqrt{2^5 \cdot 5} = \sqrt{2^4 \cdot 2 \cdot 5} =$
$= \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 2^2 \cdot \sqrt{10} = 4\sqrt{10}$

Operações com radicais

Para operar com radicais, aplicamos suas propriedades e as propriedades operatórias da adição e da multiplicação de números reais.

Exemplos

a) $4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \underbrace{\sqrt{2}}_{\text{fator comum em evidência}}(4 + 6 - 3) = 7\sqrt{2}$

b) $4\sqrt{12} + 6\sqrt{75} = 4 \cdot 2\sqrt{3} + 6 \cdot 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} + 30\sqrt{3} = 38\sqrt{3}$

c) $6\sqrt[5]{3} \cdot 4\sqrt[5]{2} = (6 \cdot 4) \cdot \left(\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{2}\right) = 24\sqrt[5]{6}$

d) $12\sqrt[3]{10} : 4\sqrt[3]{5} = \frac{12\sqrt[3]{10}}{4\sqrt[3]{5}} = \frac{12}{4} \cdot \frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{5}} = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{5}} = 3\sqrt[3]{2}$

Se achar conveniente, retomar com os alunos a racionalização de denominadores.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Faça as atividades no caderno.

13 Aplicando as propriedades dos radicais, se necessário, calcule:

a) $\sqrt[3]{729}$

b) $\sqrt[4]{625}$

c) $\sqrt{1.024}$

d) $\sqrt[3]{\frac{512}{125}}$

e) $\sqrt{0,1296}$

f) $\sqrt[5]{-32}$

g) $\sqrt[3]{-0,027}$

h) $\sqrt{\left(1 - \sqrt{2}\right)^2} - \sqrt{2}$

14 Simplifique cada um dos radicais abaixo.

a) $\sqrt{12}$

b) $\sqrt{18}$

c) $\sqrt[3]{24}$

d) $\sqrt[4]{32}$

e) $\sqrt{40}$

f) $\sqrt[5]{96}$

g) $\sqrt{\frac{48}{25}}$

h) $\sqrt[3]{\frac{81}{8}}$

i) $\sqrt{\frac{75}{64}}$

15 Efetue:

a) $4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{50} + \sqrt{125} - 6\sqrt{5}$

c) $4\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}$

d) $4\sqrt[5]{3} \cdot 2\sqrt[5]{4}$

e) $12\sqrt[3]{4} \cdot 6\sqrt[3]{2}$ 144

f) $6\sqrt{10} : 2\sqrt{5}$ $3\sqrt{2}$

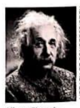
g) $12\sqrt[3]{16} : 6\sqrt[3]{2}$ 4

16 Em sua Teoria da Relatividade, Albert Einstein afirma que, se um objeto viajar próximo à velocidade da luz, sua massa aumentará para o valor m, dado por:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

em que m_0 é a massa do objeto em repouso, v é a velocidade do objeto em movimento e c é a velocidade da luz.

Considerando que um objeto em repouso tem massa m_0, obtenha, em função de c, a velocidade v em que ele deve viajar para que sua massa duplique. $v = \frac{\sqrt{3}c}{2}$ ou $v \approx 0,87c$



LIBRARY OF CONGRESS/OREN JACK TURNER/GETTY IMAGES

Albert Einstein (1879-1955) defendia que "a imaginação é mais importante que o conhecimento". Foto de 1947.

2 Potência de um número real com expoente inteiro negativo

- Aplicando a propriedade do quociente de potências que têm a mesma base:

$$2^3 : 2^4 = 2^{3-4} = 2^{-1}$$

- Considerando o quociente na forma de uma fração: $2^3 : 2^4 = \dfrac{2^3}{2^4} = \dfrac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2} = \dfrac{1}{2}$

Comparando os dois resultados, podemos dizer que $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$, o que ocorre com qualquer número real não-nulo.

De modo geral:

Para todo número real a, com $a \neq 0$, temos $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$.

Exemplos:

$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$(-3)^{-1} = -\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$$

Potência de expoente racional

A propriedade P3 dos radicais afirma que, para $\{n, k, p\} \subset \mathbb{N}^*$ e $a \in \mathbb{R}_+$, temos:

$$\sqrt[nk]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^p}$$

Vamos estender essa propriedade admitindo a existência de potência com qualquer expoente racional. Por exemplo, dividindo por 5 o índice do radical e o expoente do radicando de $\sqrt[5]{3^2}$, obtemos:

$$\sqrt[5]{3^2} = \sqrt[1]{3^{\frac{2}{5}}}$$

Como a raiz primeira de qualquer número real é esse próprio número, concluímos que:

$$\sqrt[5]{3^2} = 3^{\frac{2}{5}}$$

Esse procedimento sugere que uma potência de expoente racional seja definida como um radical, do seguinte modo:

Sendo a um número real positivo e os números inteiros k e n, com $n \geq 1$, definimos:

$$a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$$

Se os números inteiros k e n forem ambos positivos, define-se:

$$0^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{0^k} = 0$$

Exemplos

a) $3^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{3^7}$

b) $9^{0,5} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$

c) $16^{-0,25} = 16^{-\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16^{-1}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

As propriedades P1 a P5 das potências para expoentes inteiros continuam válidas para expoentes racionais.

Exemplos

a) $7^{\frac{3}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{4}} = 7^{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}} = 7^{\frac{7}{4}}$

b) $3^{0,9} : 3^{0,4} = 3^{0,9 - 0,4} = 3^{0,5}$

c) $(5^2)^{\frac{1}{2}} = 5^{2 \cdot \frac{1}{2}} = 5^1$

d) $(2x)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ (com $x \geq 0$)

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{2^{\frac{1}{3}}}{5^{\frac{1}{3}}}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

2 Calcular o valor da expressão: $E = 81^{0,5} + 125^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,25}$

Resolução

Podemos resolver essa questão de dois modos.

1º modo

A expressão é equivalente a: $E = (3^4)^{0,5} + (5^3)^{\frac{1}{3}} + (2^4)^{0,25}$

Aplicando as propriedades das potências de expoente racional, temos:

- $(3^4)^{0,5} = 3^{4 \cdot 0,5} = 3^2 = 9$
- $(5^3)^{\frac{1}{3}} = 5^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 5^1 = 5$
- $(2^4)^{0,25} = 2^{4 \cdot 0,25} = 2^1 = 2$

Logo: $E = 9 + 5 + 2 = 16$

2º modo

Podemos calcular o valor da expressão E aplicando a definição de potência de expoente racional, isto é:

- $81^{0,5} = 81^{\frac{1}{2}} = \sqrt{81} = 9$
- $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$
- $16^{0,25} = 16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = 2$

Logo: $E = 9 + 5 + 2 = 16$

Vamos calcular agora o quociente de $2^5 : 2^8$.

- Aplicando a propriedade do quociente de potências de mesma base: $2^5 : 2^8 = 2^{5-8} = 2^{-3}$
- Considerando o quociente na forma de uma fração:

$$2^5 : 2^8 = \frac{2^5}{2^8} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Comparando os dois resultados, podemos dizer que $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3$, o que ocorre com qualquer número real não-nulo.

De modo geral:

Para todo número real a, com $a \neq 0$, temos $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n$, sendo n um número natural diferente de zero.

Exemplos:

$$5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

$$(-2)^{-4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{4}{7}\right)^{-3} = \left(-\frac{7}{4}\right)^3 = -\frac{343}{64}$$

Considere a tabela a seguir:

Base	Expoente	Potência
2	4	$2^4 = 16$
2	3	$2^3 = 8$
2	2	$2^2 = 4$
2	1	$2^1 = 2$

Observe a última coluna da direita, de cima para baixo. Note que cada número representa a metade do anterior.

Se considerarmos o expoente zero e os números inteiros negativos como expoentes, podemos montar esta outra tabela:

Base	Expoente	Potência
2	4	$2^4 = 16$
2	3	$2^3 = 8$
2	2	$2^2 = 4$
2	1	$2^1 = 2$
2	0	$2^0 = 1$
2	−1	$2^{-1} = \frac{1}{2}$
2	−2	$2^{-2} = \frac{1}{4}$

$8 = \frac{1}{2}$ de 16

$4 = \frac{1}{2}$ de 8

$2 = \frac{1}{2}$ de 4

$1 = \frac{1}{2}$ de 2

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ de 1

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$

Observando a última coluna, de cima para baixo, temos:

$$2^0 = 1$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Veja a seguir como aplicar esses conhecimentos na resolução de problemas.

1 Determinar o valor da expressão $3^{-1} + 2^{-2} - (-4)^{-1}$.

$$3^{-1} + 2^{-2} - (-4)^{-1} =$$

$$= \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{4}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{12} =$$

$$= \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

2 Simplificar a expressão $(2a^3x^{-1})^{-1}$, para $a \neq 0$ e $x \neq 0$.

$$(2a^3x^{-1})^{-1} = \left(2a^3 \cdot \frac{1}{x}\right)^{-1} = \left(\frac{2a^3}{x}\right)^{-1} = \frac{x}{2a^3}$$

3 Calcular o valor de $(9^{-1} + 6^{-2})^{-1}$.

$$(9^{-1} + 6^{-2})^{-1} = \left[\frac{1}{9} + \left(\frac{1}{6}\right)^2\right]^{-1} = \left[\frac{1}{9} + \frac{1}{36}\right]^{-1} = \left[\frac{4+1}{36}\right]^{-1} = \left(\frac{5}{36}\right)^{-1} = \frac{36}{5}$$

Exercícios

1 Calcule e observe a seqüência:

a) 3^4
b) 3^3
c) 3^2
d) 3^1
e) 3^0
f) 3^{-1}
g) 3^{-2}
h) 3^{-3}

2 Vamos calcular:

a) 2^{-1}
b) 2^{-5}
c) $(-2)^{-2}$
d) -2^{-4}
e) $-(-4)^{-3}$
f) $-(-10)^{-1}$
g) 10^{-3}
h) $-(-7)^{-2}$

3 Calcule:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$
d) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}$
e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$
f) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$
g) $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}$
h) $-\left(-\frac{1}{6}\right)^{-1}$
i) $-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$
j) $-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}$

4 Você sabe que $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Pela propriedade simétrica da igualdade, podemos escrever $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$. Nessas condições, escreva na forma de potência com expoente inteiro negativo as expressões:

a) $\frac{1}{10^2}$
b) $\frac{1}{7^3}$
c) $\frac{1}{5^6}$
d) $\frac{1}{2^7}$
e) $\frac{1}{6^4}$
f) $\frac{1}{10^8}$

5 Vamos calcular:

a) $\frac{1}{2^{-4}}$
b) $\frac{2}{4^{-2}}$
c) $2^{-3} \cdot 7$
d) $\frac{2^{-3}}{5^{-2}}$
e) $\frac{3^0}{2^{-5}}$
f) $9^{-2} \cdot 3^3$

6 Qual é o valor da expressão $(4^0 + 4^{-1}) : (4^0 - 4^{-1})$?

7 Sabendo que a base é um número real não-nulo, simplifique as expressões algébricas dando a resposta com expoentes inteiros positivos:

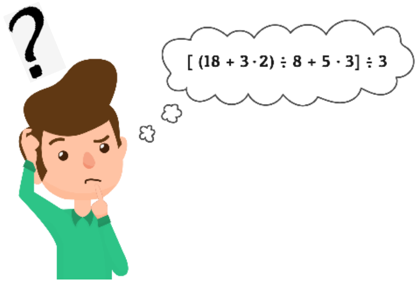
a) $(2x^2)^{-3}$
b) $(3a^2x^{-1})^{-2}$
c) $\left(\frac{ab^{-1}}{c^{-2}}\right)^{-1}$
d) $(x^4y^{-2})^{-3}$
e) $(a^{-2} \cdot b^3)^{-1}$
f) $\left(\frac{x^{-2}}{a^{-1}b}\right)$

<u>3º Passo</u>: Resolva exercícios do livro

Como quase tudo na vida, Matemática se aprende exercitando, colocando em prática os conceitos estudados.

Dica!

<u>4º Passo</u>: Consulte o professor.



Mesmo à distância, os professores estão à sua disposição para esclarecer qualquer dúvida relativa à sua respectiva disciplina. Então, nada de timidez, né!?

Dica!

<u>5º Passo</u>: Resolva a atividade avaliativa.

Link de acesso ao formulário:

https://forms.gle/b4hJW1cpXSGWwHwq8

Atenção: Só acesse este link quando for fazer a atividade avaliativa. Você só poderá respondê-la uma única vez.

Finalmente, após ter estudado os tópicos deste período, você deverá acessar o link da Atividade Avaliativa disponibilizada pelo professor e resolvê-la.

Dica!

BONS ESTUDOS A TOD@S !