

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Instituto Politécnico do Rio de Janeiro

Gustavo de Souza Curty
202110049111
Lorena Pinheiro Alves
202110272211

Estudo de Propagação de Incêndios Florestais:
Uma Análise Comparativa entre Modelos Baseados em Grafos e
Equações Diferenciais
Professor: Pedro Mineiro Cordoeira

Nova Friburgo, 2025

Sumário

1	Introdução	4
2	Fundamentação Teórica	4
2.1	Modelo com equações diferenciais	4
2.2	Modelo com grafos	4
3	Metodologia	5
3.1	Simulação no grafo	5
3.2	Simulação pelo modelo logístico	5
3.3	Comparação dos métodos	5
4	Resultados	5
4.1	Estado final da simulação no grafo	5
4.2	Comparação das curvas	6
5	Conclusão	7
6	Referências	7

Resumo

Este artigo apresenta uma simulação da propagação de incêndios florestais usando grafos e compara os resultados com um modelo matemático baseado em equações diferenciais. A ideia foi observar como o fogo avança de forma mais realista na malha de nós e comparar com a curva teórica de um modelo contínuo. Os resultados mostram diferenças importantes entre um modelo mais detalhado, que considera aleatoriedade e estrutura espacial, e outro mais simples, que representa apenas o crescimento médio do incêndio.

1 Introdução

Incêndios florestais são fenômenos que podem trazer sérios impactos ao meio ambiente e à sociedade. Entender como o fogo se espalha é importante para prever áreas de risco e planejar estratégias de prevenção.

Neste trabalho, fizemos uma simulação usando grafos para representar cada ponto da vegetação e ver como o fogo se propaga de forma mais próxima do real. Em seguida, comparamos os resultados com um modelo matemático contínuo, baseado em uma equação diferencial, para entender as diferenças entre os dois métodos.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Modelo com equações diferenciais

Para representar de forma geral como a área queimada cresce ao longo do tempo, usamos o modelo logístico, descrito pela equação:

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B(t) \cdot (1 - B(t)) \quad (1)$$

onde:

- $B(t)$ é a proporção da área total queimada no tempo t ;
- r é a taxa média de propagação do fogo.

Esse modelo gera uma curva característica em forma de "S" (sigmóide): crescimento inicial lento, aceleração e depois estabilização quando resta pouca vegetação para queimar. Apesar de ser útil para prever o comportamento médio, ele não considera obstáculos, aleatoriedade ou posição inicial do fogo.

2.2 Modelo com grafos

No modelo em grafo, a vegetação foi representada por uma malha 20×20 de nós conectados, totalizando 400 nós. Cada nó pode estar em três estados:

- Verde: vegetação intacta;
- Vermelho: nó queimando;
- Preto: nó que já foi queimado.

A cada etapa, os nós que estão queimando podem transmitir o fogo para os vizinhos com uma probabilidade definida. Esse modelo permite observar como o fogo realmente se espalha, podendo deixar regiões sem queimar dependendo da sorte, barreiras ou do formato da malha.

3 Metodologia

3.1 Simulação no grafo

Criamos a malha 20×20 e iniciamos o fogo no nó central. Utilizamos uma probabilidade de propagação $p = 0.58$, ou seja, cada vizinho de um nó queimando tem 58% de chance de também pegar fogo a cada etapa.

Registramos:

- A proporção de nós queimados ao longo do tempo;
- O número total de etapas até não restarem mais nós queimando.

3.2 Simulação pelo modelo logístico

Usamos a mesma equação diferencial logística, partindo de um único nó queimado ($B_0 = 1/400 = 0.0025$). Ajustamos o parâmetro r para 0.56, de forma que a curva tivesse um crescimento compatível com o observado na simulação.

A solução numérica fornece uma curva contínua que representa a área queimada ao longo do tempo.

3.3 Comparação dos métodos

As duas curvas foram exibidas no mesmo gráfico:

- Simulação no grafo: linha azul com pontos, mostrando oscilações devido à aleatoriedade;
- Modelo logístico: linha laranja suave e previsível.

A comparação revela diferenças entre o comportamento médio idealizado e o comportamento realista.

4 Resultados

4.1 Estado final da simulação no grafo

A figura abaixo mostra a malha ao final da simulação:

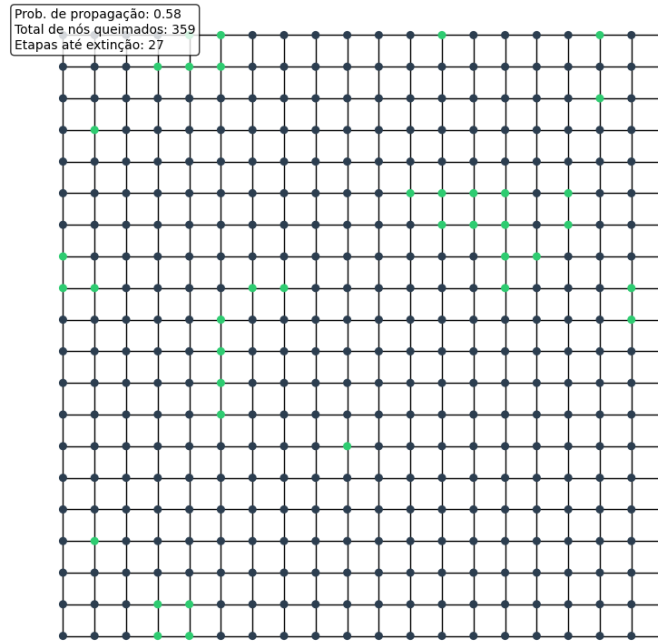


Figura 1: Probabilidade de propagação: 0.58; total de nós queimados: 359; etapas até extinção: 27.

Mesmo com uma probabilidade relativamente alta, alguns poucos nós permaneceram verdes, pois estavam isolados ou não receberam fogo devido à aleatoriedade.

4.2 Comparação das curvas

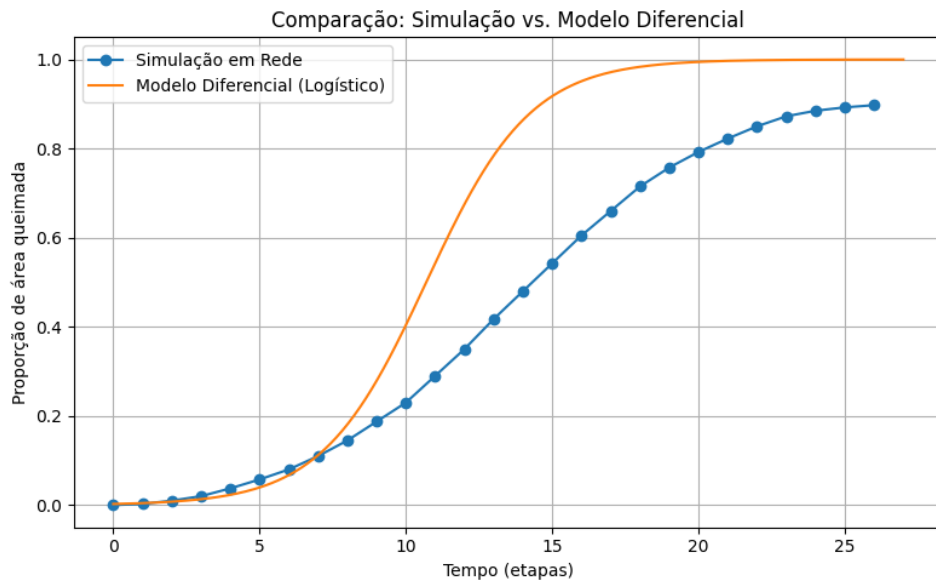


Figura 2: Curva da simulação no grafo (azul) e curva do modelo logístico (laranja).

A curva do grafo sobe de forma mais irregular, mas apresenta um comportamento geral

próximo da curva logística: início lento, crescimento rápido e estabilização. O modelo logístico atinge 100% da área queimada, enquanto a simulação realista para próximo de 90%.

5 Conclusão

A análise mostrou que:

- O modelo logístico ajuda a visualizar o comportamento médio e geral do incêndio;
- A simulação em grafo reflete melhor as particularidades do terreno e o efeito da aleatoriedade, resultando em algumas áreas não queimadas;
- A combinação dos dois modelos oferece uma visão mais completa: teoria e prática.

Como trabalhos futuros, é possível:

- Testar grafos maiores ou com diferentes formatos;
- Incluir fatores externos, como vento ou umidade;
- Ajustar dinamicamente o valor de r para refletir mudanças reais na velocidade do fogo.

6 Referências

- Código do projeto disponível em: <https://github.com/Gustavocurty/TrabDiscreta2.git>
- Jiang, W., et al. (2022). Modeling Wildfire Spread with an Irregular Graph Network. *Fire*, 5(6), 185. <https://doi.org/10.3390/fire5060185>
- Rothermel, R. C. (1972). A Mathematical Model for Predicting Fire Spread in Wildland Fuels. USDA Forest Service Research Paper INT-115.