

Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
Instituto Politécnico do Rio de Janeiro

Gustavo de Souza Curty  
202110049111  
Lorena Pinheiro Alves  
202110272211

Estudo de Propagação de Incêndios Florestais:  
Uma Análise Comparativa entre Modelos Baseados em Grafos e  
Equações Diferenciais  
Professor: Pedro Mineiro Cordoeira

Nova Friburgo, 2025

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>4</b>
2.1	Modelo com equações diferenciais . . . . .	4
2.2	Modelo com grafos . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>4</b>
3.1	Simulação no grafo . . . . .	4
3.2	Simulação pelo modelo logístico . . . . .	5
3.3	Comparação dos métodos . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>5</b>
4.1	Estado final da simulação no grafo . . . . .	5
4.2	Comparação das curvas . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Referências</b>	<b>7</b>

## Resumo

Este artigo apresenta uma simulação da propagação de incêndios florestais usando grafos e compara os resultados com um modelo matemático baseado em equações diferenciais. A ideia foi observar como o fogo avança de forma mais realista na malha de nós e comparar com a curva teórica de um modelo contínuo. Os resultados mostram diferenças importantes entre um modelo mais detalhado, que considera aleatoriedade e estrutura espacial, e outro mais simples, que representa apenas o crescimento médio do incêndio.

# 1 Introdução

Incêndios florestais são fenômenos que podem trazer sérios impactos ao meio ambiente e à sociedade. Entender como o fogo se espalha é importante para prever áreas de risco e planejar estratégias de prevenção.

Neste trabalho, fizemos uma simulação usando grafos para representar cada ponto da vegetação e ver como o fogo se propaga de forma mais próxima do real. Em seguida, comparamos os resultados com um modelo matemático contínuo, baseado em uma equação diferencial, para entender as diferenças entre os dois métodos.

## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 Modelo com equações diferenciais

Para representar de forma geral como a área queimada cresce ao longo do tempo, usamos o modelo logístico, descrito pela equação:

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B(t) \cdot (1 - B(t)) \quad (1)$$

onde:

- $B(t)$  é a proporção da área total queimada no tempo  $t$ ;
- $r$  é a taxa média de propagação do fogo.

Esse modelo é útil porque gera uma curva suave que mostra o crescimento inicial rápido e, depois, a desaceleração quando já há pouca vegetação para queimar. Porém, ele não considera detalhes como barreiras naturais, vento ou posição inicial do fogo.

### 2.2 Modelo com grafos

No modelo em grafo, a vegetação foi representada por uma malha  $20 \times 20$  de nós conectados, onde cada nó pode estar em três estados:

- Verde: vegetação intacta;
- Vermelho: nó queimando;
- Preto: nó que já foi queimado.

A cada etapa, os nós que estão queimando podem passar o fogo para os vizinhos com uma chance definida (probabilidade de propagação). Esse método permite ver como o fogo realmente se espalha pela malha, incluindo caminhos preferenciais e regiões que podem não ser atingidas.

## 3 Metodologia

### 3.1 Simulação no grafo

Criamos a malha de  $20 \times 20$  nós e colocamos o fogo para começar no nó central. Usamos probabilidade de propagação  $p = 0.45$ , ou seja, cada vizinho de um nó queimando tinha 45% de chance de também pegar fogo a cada etapa.

Fomos registrando quantos nós queimaram ao todo e quantas etapas foram necessárias até que não houvesse mais nós queimando.

### 3.2 Simulação pelo modelo logístico

Usamos a equação diferencial do modelo logístico, começando com apenas um nó queimado (ou seja, uma fração bem pequena do total). Ajustamos o parâmetro  $r$  para 1.5, de modo que a curva tivesse uma velocidade de crescimento parecida com a simulação em grafo, permitindo comparar melhor.

A solução numérica dessa equação gerou uma curva suave que mostra a proporção de área queimada ao longo do tempo.

### 3.3 Comparação dos métodos

Comparamos as duas curvas em um único gráfico:

- A curva da simulação no grafo, que tem variações devido ao fator aleatório;
- A curva do modelo logístico, que é contínua e previsível.

Isso nos ajudou a visualizar como o fator aleatório e o detalhamento espacial afetam o resultado final.

## 4 Resultados

### 4.1 Estado final da simulação no grafo

A figura abaixo mostra como ficou a malha ao final da simulação:

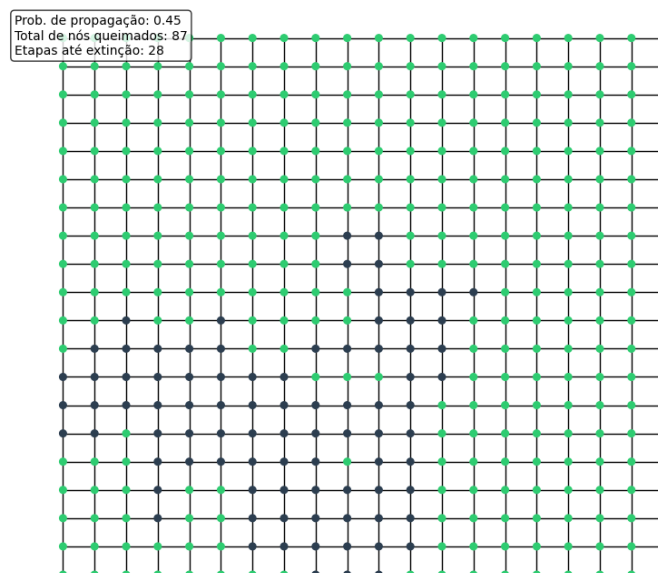


Figura 1: Probabilidade de propagação: 0.45; total de nós queimados: 87; etapas até extinção: 28.

Observamos que, mesmo com uma chance razoável de propagação, o fogo não queimou toda a malha. Isso acontece porque a propagação depende do sorteio a cada etapa, criando regiões que o fogo não alcançou.

## 4.2 Comparação das curvas

A figura seguinte mostra como foi a evolução da área queimada nas duas abordagens:

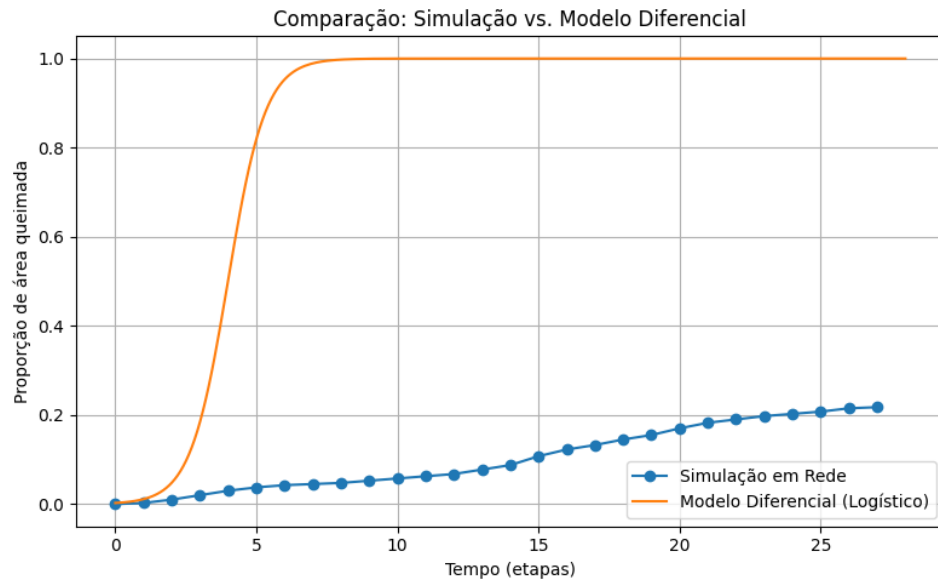


Figura 2: Curva da simulação no grafo e curva do modelo logístico.

A curva do grafo sobe de forma irregular, pois depende do sorteio dos nós que queimam. Já a curva do modelo logístico cresce rápido no começo e logo se estabiliza, porque não considera obstáculos ou caminhos diferentes.

## 5 Conclusão

Com a comparação, vimos que:

- O modelo logístico é simples e mostra bem o comportamento geral do incêndio ao longo do tempo;
- A simulação em grafo representa melhor os detalhes, mostrando como o fogo pode não alcançar certas regiões;
- A aleatoriedade no grafo faz com que os resultados variem a cada simulação, o que é mais parecido com o que acontece de verdade.

No futuro, podemos testar grafos mais complexos, incluir dados reais de vegetação ou até usar aprendizado de máquina para tornar as previsões ainda mais próximas da realidade.

## 6 Referências

- Código do projeto disponível em: <https://github.com/Gustavocurty/TrabDiscreta2.git>
- Jiang, W., et al. (2022). Modeling Wildfire Spread with an Irregular Graph Network. *Fire*, 5(6), 185. <https://doi.org/10.3390/fire5060185>
- Rothermel, R. C. (1972). A Mathematical Model for Predicting Fire Spread in Wildland Fuels. USDA Forest Service Research Paper INT-115.