GRUPO DE INVESTIGACIÓN DE ESTRUCTURAS
Tercer avance: Simulación Numérica en Ingeniería 1-3

GUSTAVO IVÁN DELGADO ROMERO

Facultad de Ingeniería Civil
Universidad Nacional Federico Villarreal

Marzo 2024

Universidad Nacional
Federico Villarreal
Facultad de Arquitectura y Urbanismo

Contenido

El presente trabajo tiene como finalidad resumir los tres primeros capítulos del curso de Master ofrecido por ANSYS en Simulación Numérica en Ingeniería. En ese sentido es importante agregar que estos tres primers capítulos cubren 3 aspectos:

- Prefacio.
- Diseño y Optimización de Ingeniería.
- Métodos de optimización del tipo gradiente.

Prefacio

El objetivo del curso en general es ofrecer las herramientas necesarias a los ingenieros para afrontar problemas de optimización, para esto los autores tuvieron a bien enseñar primero los métodos de optimización existentes y finalmente los métodos de diseño de una función objetivo susceptible de ser optimizada.

3 Diseño y optimización de Ingeniería
- Formulaciones básicas
- Formulaciones de complejidad incrementada

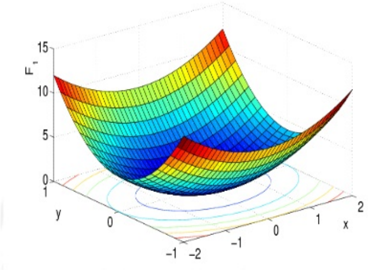
Formulaciones básicas

Sea el vector $\vec{x} = (x_1, x_2, ...x_N)$
Lo que buscamos es: $\min F(x_1, x_2, ...x_N) \equiv \min F(\vec{x})$
Hasta aquí tenemos una función, sin restricciones, pero supongamos que estas variables sometidas a un grupo m de funciones R se comporta de manera constante, y estas mismas variables sometidas a un grupo $n - m$, con $m < n$ de funciones R arroja resultados dentro de un intervalo dado, es decir:

$$R_k(\vec{x}) = 0, \text{ para: } k = 1, 2...m$$

$$R_k(\vec{x}) \geq 0, \text{ para: } k = m + 1, m + 2...n$$

Lo cual convierte nuestra función objetivo en una función restringida.



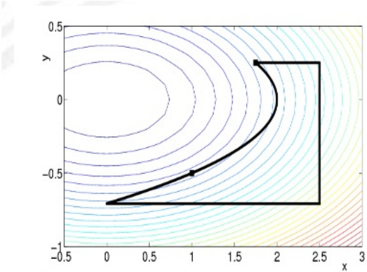


Figura: Funciones convexas, Izquierda Función sin restricciones, derecha función restringida

Consideremos ahora que algunas de estas variables involucradas toman valores fijos, a estas variables fijas las denominaremos parámetros. Es así que nuestra formulación básica queda de la siguiente manera: Sean el vector $\vec{x} = (x_1, x_2, ...x_n)$
Y el vector $\vec{p} = (p_1, p_2, ...p_m)$
Nuestras funciones serían ahora:

$$F = F(\vec{x}, \vec{p})$$

$$R_k = R_k(\vec{x}, \vec{p})$$

Otro escenario posible es que exista un grupo de variables q que participen de nuestra función objetivo pero que dependen de x
Entonces,sea el vector $\vec{x} = (x_1, x_2, ...x_n)$
Y el vector $\vec{q} = (q_1, q_2, ...q_m)$
Nuestras funciones serían ahora:

$$F = F(\vec{x}, \vec{q})$$

$$R_k = R_k(\vec{x}, \vec{q})$$

Formulaciones de complejidad incrementada

Otro escenario posible es que exista un grupo de variables y que participen de nuestra función objetivo pero cuyo comportamiento sea discreto.
Entonces, sea el vector $\vec{x} = (x_1, x_2, ...x_n)$
Y el vector $\vec{y} = (y_1, y_2, ...y_m)$
Nuestras funciones serían ahora:

$$F = F(\vec{x}, \vec{y})$$

$$R_k = R_k(\vec{x}, \vec{y})$$

Finalmente para realizar los análisis de optimización existen los siguientes métodos.

- Métodos del tipo gradiente.
- Métodos de búsqueda directa.
- Métodos Heurísticos.

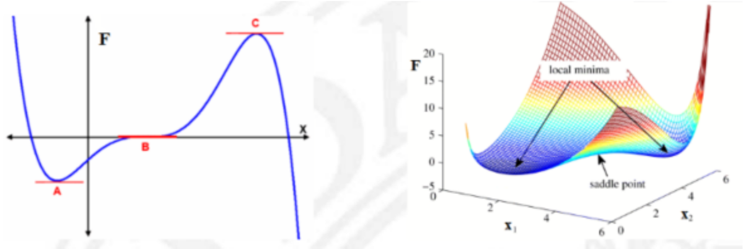


Figura: comparación de puntos estacionarios en 1 y 2 dimensiones.

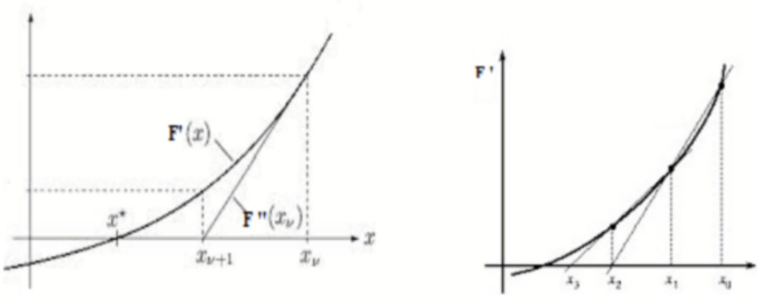


Figura: Comparación entre el método de Newton Y el método de la secante

Métodos locales para optimización no restringida

- Método de Newton para dimensiones mayores
- Métodos Quasi-Newtonianos.
- Métodos Quasi-Newtonianos para sistemas a gran escala.
- Métodos de descenso
- Métodos de descenso paso a paso.
- Métodos de la gradiente conjugada.

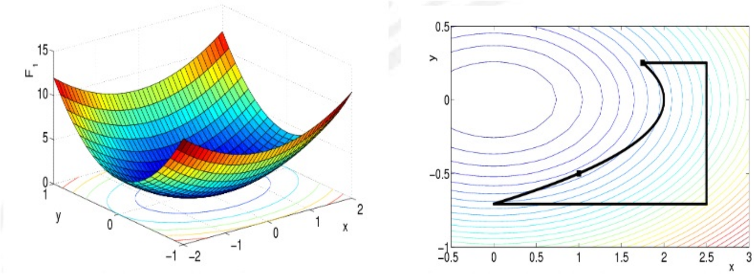


Figura: Función analizada con los diferentes métodos

Combinación de métodos

Initial point	(2,0)			(2,0.1)			(-2,1.5)		
Algorithm	iter.	eval.	error	iter.	eval.	error	iter.	eval.	error
TR+G+H	1	-	10^{-16}	1	-	$2 \cdot 10^{-16}$	1	-	$6 \cdot 10^{-16}$
TR+G	1	-	10^{-16}	1	-	$2 \cdot 10^{-16}$	1	-	$6 \cdot 10^{-16}$
BFGS+G	2	3	10^{-16}	3	4	$4 \cdot 10^{-7}$	9	10	$9 \cdot 10^{-8}$
BFGS	3	15	$6 \cdot 10^{-9}$	3	12	$4 \cdot 10^{-7}$	9	30	$8 \cdot 10^{-8}$
DFP+G	2	3	10^{-16}	5	6	$4 \cdot 10^{-12}$	13	14	$8 \cdot 10^{-7}$
DFP	3	15	$6 \cdot 10^{-9}$	5	18	$7 \cdot 10^{-9}$	13	42	$7 \cdot 10^{-7}$
SD+G	2	4	10^{-6}	52	104	$3 \cdot 10^{-6}$	49	98	10^{-5}
SD	2	12	$3 \cdot 10^{-7}$	33	200	$4 \cdot 10^{-4}$	33	200	$6 \cdot 10^{-4}$

Figura: Tiempos de respuesta de los diferentes métodos en matlab

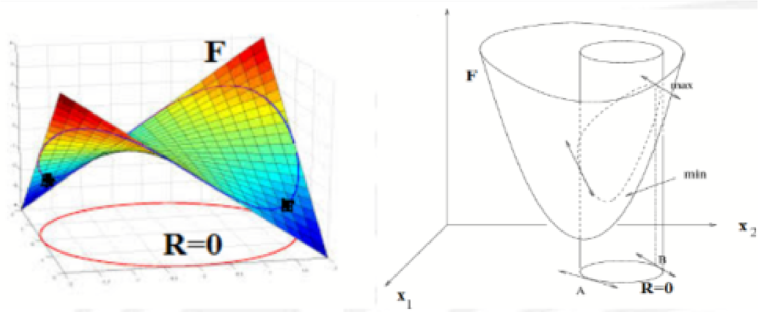
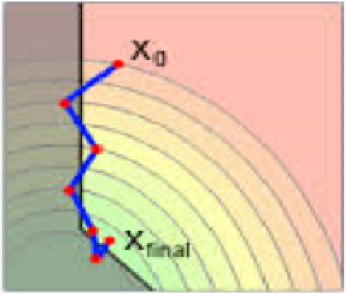


Figura: Ejemplo de optimización restringida

Optimización restringida

- Métodos de penalidad, funciones barrera y variables sueltas
- Multiplicadores de Lagrange y condiciones KKT
- Funciones lagrangianas
- Método de Newton y programación cuadrática



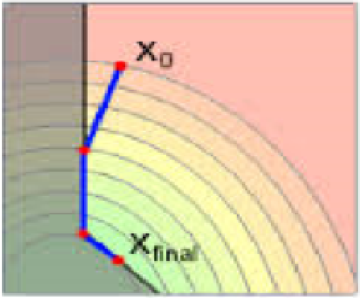


Figura: comparación de métodos de penalidad y métodos de conjuntos activos aproximándose a un mínimo local en el extremo