Lista 1

Gustavo Soares

① $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

a) $A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

b) $(A - B) = \{6, 7, 8\}$

$(B - A) = \{-5, -4, -3, -2, -1\}$

$D = (A - B) \cup (B - A) = \{6, 7, 8, -5, -4, -3, -2, -1\}$

c) $C = \{n \in A \cup B \mid \underbrace{n = 2k, \text{ algum } k \in \mathbb{Z}}_{\text{pares}}\}$

$C = \{n \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \mid n \to \text{pares}\}$

$C = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$

② Para que $A - B = B - A$, $B = A$

Se $B \neq A$, $B = \{A, a\}$

$B - A = \{a\}$

$A - B = \{\ \}$ → $B - A \neq A - B$, ou seja, para $B - A = A - B$

$B = A$.

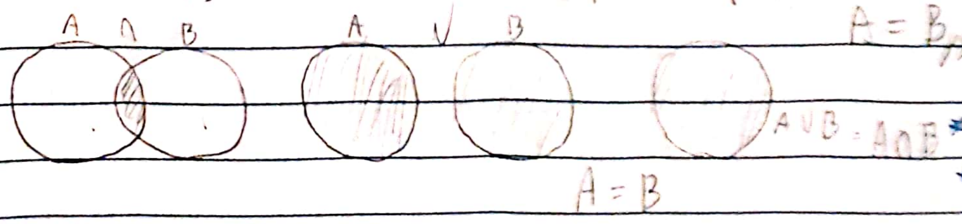
O mesmo vale para $A \cup B = A \cap B$

Se $A \neq B$, $B = \{A, a\}$

$A \cup B = \{A, a\}$

$A \cap B = \{A\}$ → $A \cup B \neq A \cap B$, ou seja, para $A \cup B = A \cap B$

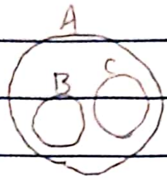
$A = B$.



Gustavo Soares

(3) A condição que faz com que $A \cup B = A \cup C$ e $B \neq C$ é que B e C estejam contidos em A

$B \subset A$ e $C \subset A$



→ nesse caso $A \cup B = A$ e $A \cup C = A$ → $A = A$

(4) a) $X \cup Y = \{0,1,2,3,4,6\}$

b) $X \cap Y = \{2,4\}$

c) $X - Y = \{1,3\}$

d) $Y - X = \{0,6\}$

(5) a) $(a \cup b)^* (aa \cup bb) (a \cup b)^*$

c) $(a \cup b)^* b (a \cup b)^* b (a \cup b)^*$

d) $a^* b a^* b a^*$

e) $b^* (a b^* a b^*)^*$

k) $(a \cup b)^* a ((a \cup b)(a \cup b)(a \cup b)(a \cup b))$

l) $(a \cup b \cup c)^* (a \cup bb \cup ccc)$

m) $(a \cup b)^* ba (a \cup b)^*$

m) $((a \cup b)(a \cup b)(a \cup b))^*$

Gustavo Soares

6 a) $S \to aS \mid bS \mid aA \mid bB$
$A \to aC$
$B \to bC$
$C \to aC \mid bC \mid \lambda$

c) $S \to aS \mid bA$
b- $A \to aA \mid bB$
$B \to aB \mid bB \mid \lambda$

d) $S \to aS \mid bA$
$A \to aA \mid bB$
$B \to aB \mid \lambda$

e) $S \to bS \mid aA \mid \lambda$
$A \to bA \mid aS$

k) $S \to aS \mid bS \mid aA$
$A \to aB \mid bB$
$B \to aC \mid bC$
$C \to aD \mid bD$
$D \to a \mid b$

l) $S \to aS \mid bS \mid cS \mid a \mid bA \mid cB$
$A \to b$
$B \to cC$
$C \to c$

m) $S \to aS \mid bS \mid bA$
$A \to aB$
$B \to aB \mid bB \mid \lambda$

n) $S \to aA \mid bA \mid \lambda$
$A \to aB \mid bB$
$B \to aS \mid bS$

7 a)

baab? ✓	bb? ✓	ba? ✗	aba? ✗
$S \Rightarrow bS$	$S \Rightarrow bB$	$S \Rightarrow bS$	$S \Rightarrow aS$
$\Rightarrow baA$	$\Rightarrow bbC$	$\Rightarrow baA$	$\Rightarrow abB$
$\Rightarrow baaC$	$\Rightarrow bb$	$\Rightarrow$	$\Rightarrow ab$
$\Rightarrow baabC$			
$\Rightarrow baab$			

c)

bb	abba	aba	aa
$S \Rightarrow bA$	$S \Rightarrow aS$	$S \Rightarrow aS$	$S \Rightarrow aS$ ✗
$\Rightarrow bbB$	$\Rightarrow abA$	$\Rightarrow abA$	aaS
$\Rightarrow bb$ ✓	$\Rightarrow abbB$	$\Rightarrow abaA$ ✗	
	$\Rightarrow abbaB$		
	$\Rightarrow abba$ ✓		

Gustavo Soares B.

d) abba
$S \Rightarrow aS$
$\Rightarrow abA$
$\Rightarrow abbB$
$\Rightarrow abbaB$
$\Rightarrow abba$ ✓

bb
$S \Rightarrow bA$
$\Rightarrow bbB$
$\Rightarrow bb$ ✓

bbb
$S \Rightarrow bA$
$\Rightarrow bbB$
$\Rightarrow bbaB$ ✗

aa
$S \Rightarrow aS$
$\Rightarrow aaS$
$\Rightarrow aabA$ ✗

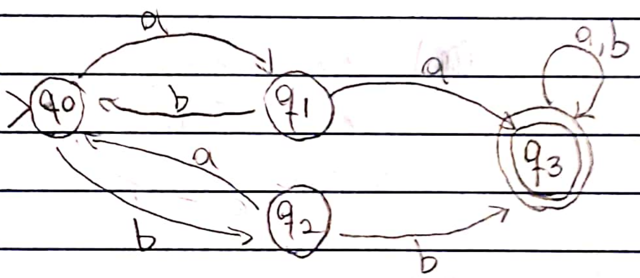
e) aba
$S \Rightarrow aA$
$\Rightarrow abA$
$\Rightarrow abaS$
$\Rightarrow aba$ ✓

aa
$S \Rightarrow aA$
$\Rightarrow aaS$
$\Rightarrow aa$ ✓

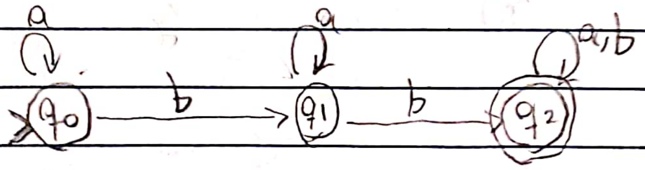
bab
$S \Rightarrow bS$
$\Rightarrow baA$
$\Rightarrow babA$ ✗

abb
$S \Rightarrow aA$
$\Rightarrow abA$
$\Rightarrow abbA$ ✗

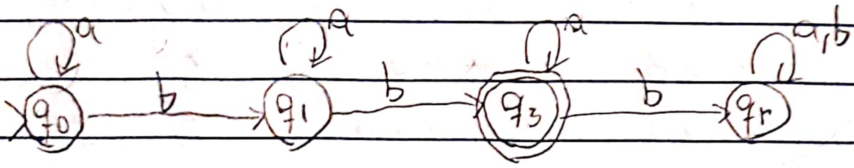
8) a)



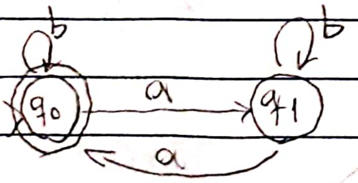
c)



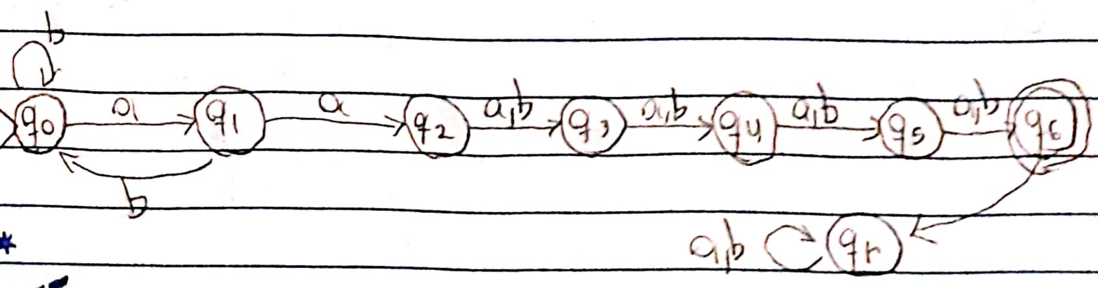
d)



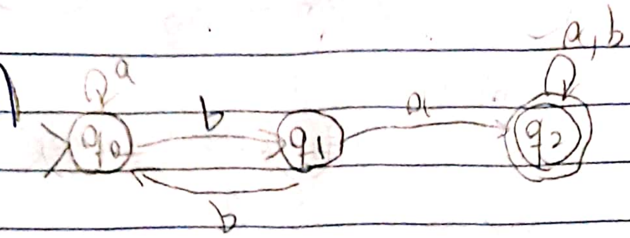
e)

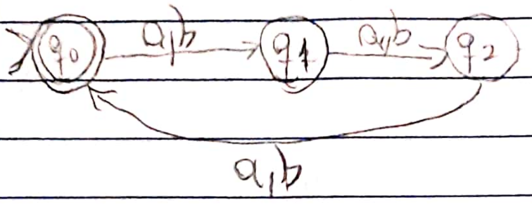


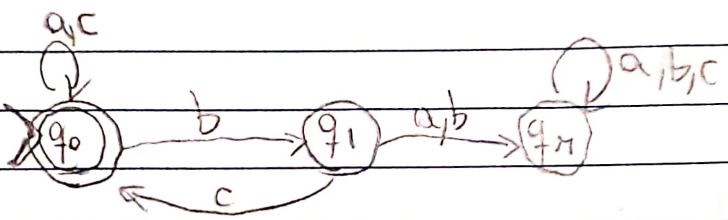
k)



Gustavo Soares

m) 

n) 

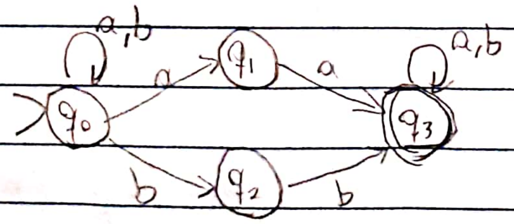
p) 

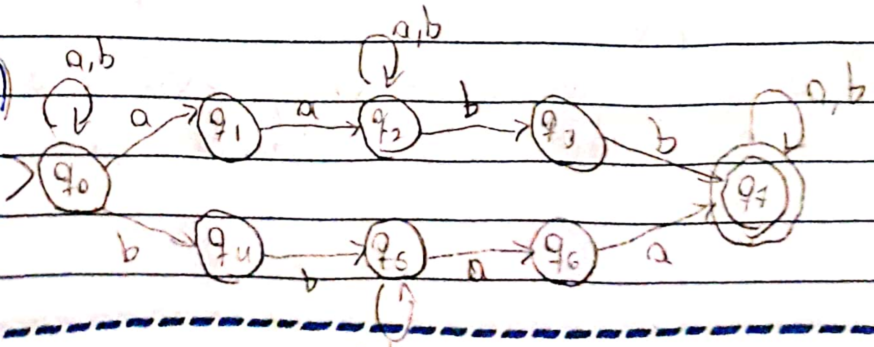
9) 1. Criar um estado não-final qerro

2. qerro tem um loop com todos os símbolos do alfabeto

3. Todas as transições não definidas agora são definidas para qerro

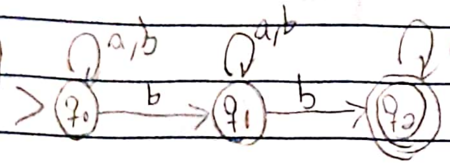
10) Para aceitar $\bar{L}$ basta alterar os estados finais para não-finais e os não-finais para finais. Isso é aceito para qualquer AFD.

11) a) 

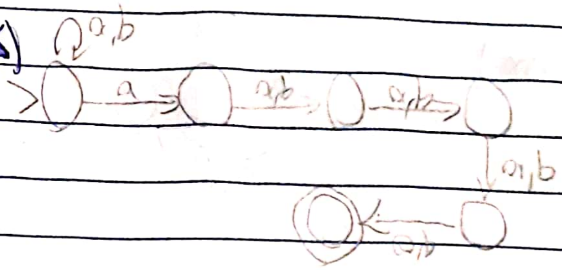
b) 

Gustavo Soares

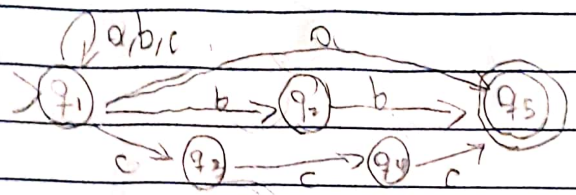
c)



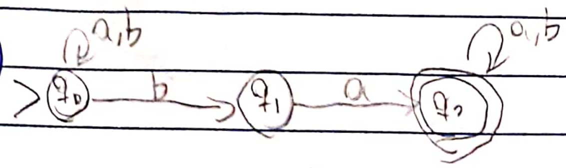
k)



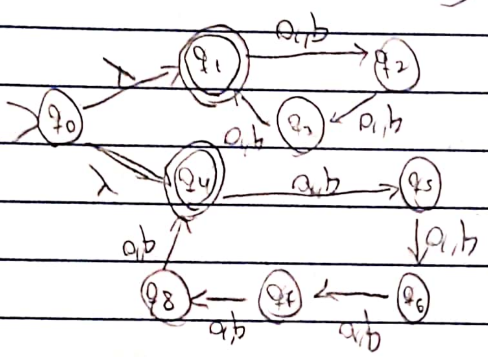
l)



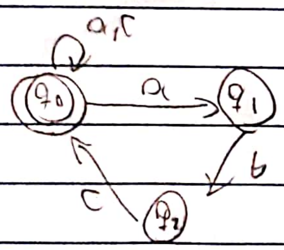
m)



o)



p)

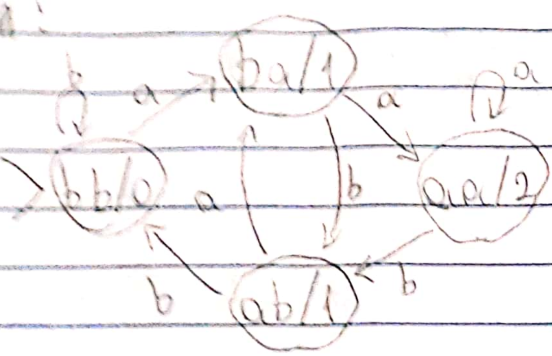


(12) i) Máquina de Moore

- A saída é uma palavra.
- O primeiro símbolo da palavra é sempre $\sigma(q_0)$, logo o tamanho da saída é igual a $|w| + 1$
- Sempre que se atingir um estado Q/Y concatena-se o símbolo $Y = \sigma(Q)$ à direita da palavra de saída

Gustavo Soares

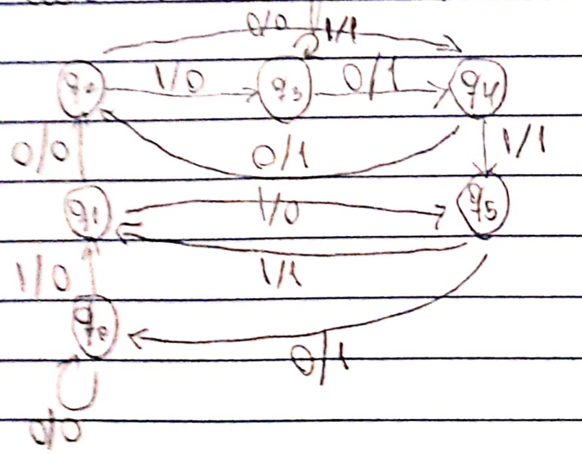
Ex: o último símbolo indica quantos a's tem nos últimos dois símbolos



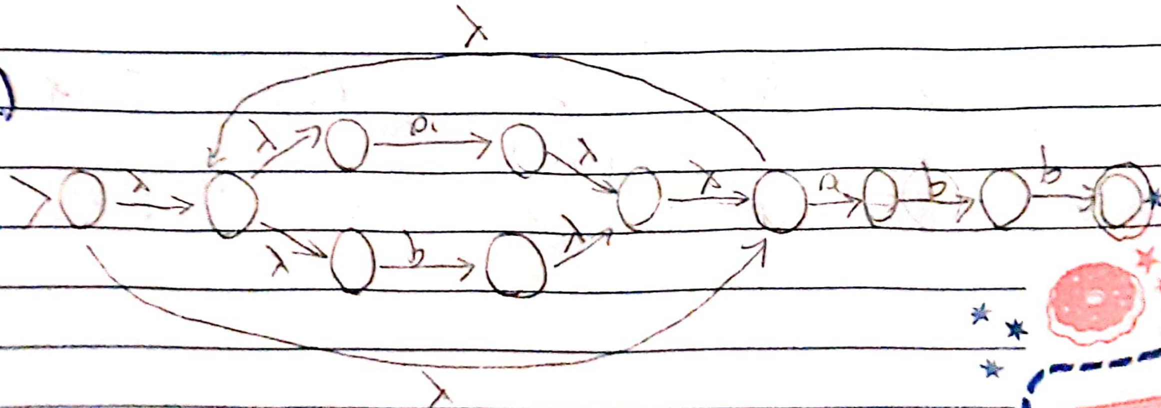
ii) Máquina de Mealy

- A saída é uma palavra
- O tamanho da saída é o tamanho da palavra
- Cada transição entre estados, concatena-se o símbolo associado à transição no final da palavra de saída

Ex: determina o quociente da divisão por 6



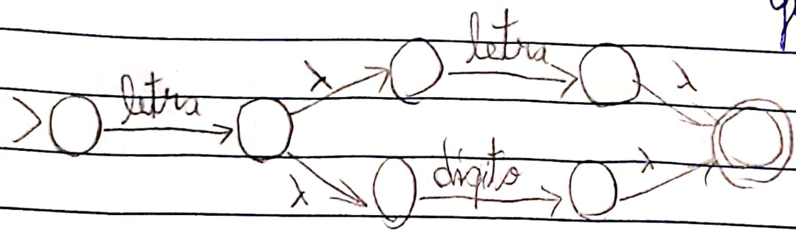
13 a)



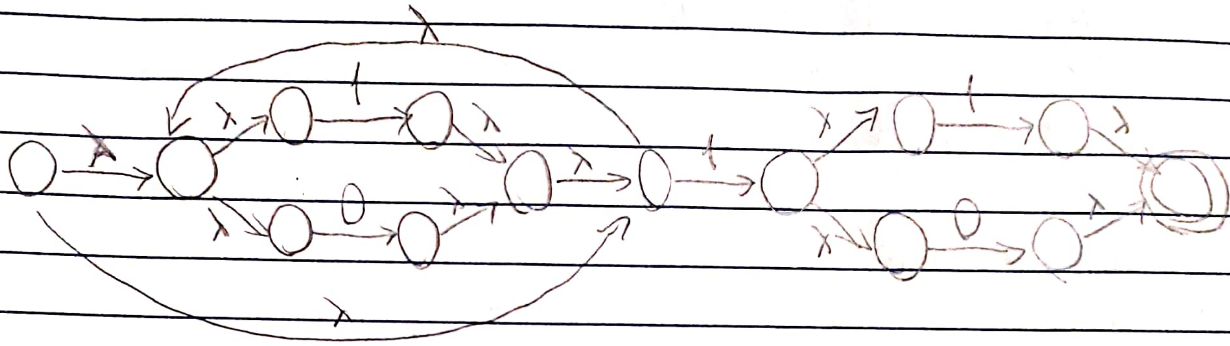
/ /

Gustavo Soares

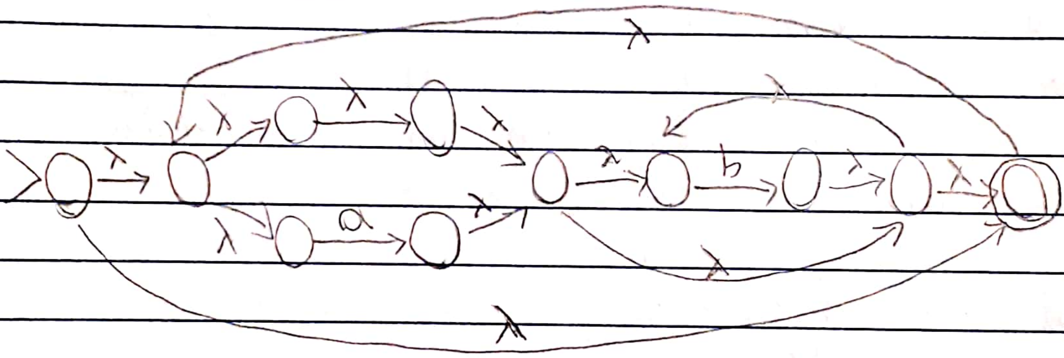
b)



c)



d)



(14) a)

	δ_{ND}	a	b
>○	q_0	q_0	$\{q_0, q_1\}$
	q_1	q_2	q_2
◎	q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

E pra desenhar o automato?

	δ_D	a	b
>○	$\langle q_0 \rangle$	$\langle q_0 \rangle$	$\langle q_0, q_1 \rangle$
	$\langle q_0, q_1 \rangle$	$\langle q_0 q_2 \rangle$	$\langle q_0 q_1 q_2 \rangle$
◎	$\langle q_0 q_2 \rangle$	$\langle q_0 \rangle$	$\langle q_0 q_1 \rangle$
◎	$\langle q_0 q_1 q_2 \rangle$	$\langle q_0 q_2 \rangle$	$\langle q_0 q_1 q_2 \rangle$

Gustavo Soares

ND-λ

b)

	$\delta_{ND-\lambda}$	a	b	λ	fecho(λ)
>0	0	∅	∅	{1,2}	{0,1,2}
	1	{3}	∅	∅	{1}
	2	∅	{3}	∅	{2}
◎	3	{4}	∅	{0}	{0,1,2,3}
◎	4	{3,5}	∅	∅	{4}
◎	5	{5}	∅	{3}	{0,1,2,3,5}

ND	δ_{ND}	a	b
>0	0	{0,1,2,3}	{0,1,2,3}
>0	1	{0,1,2,3}	∅
>0	2	∅	{0,1,2,3}
◎	3	{0,1,2,3,4}	{0,1,2,3}
◎	4	{0,1,2,3,5}	∅
◎	5	{0,1,2,3,4,5}	{0,1,2,3}

D	δ_D	a	b
>λ	$\langle 012 \rangle$	$\langle 0123 \rangle$	$\langle 0123 \rangle$
◎	$\langle 0123 \rangle$	$\langle 01234 \rangle$	$\langle 0123 \rangle$
◎	$\langle 01234 \rangle$	$\langle 012345 \rangle$	$\langle 0123 \rangle$
◎	$\langle 012345 \rangle$	$\langle 012345 \rangle$	$\langle 0123 \rangle$

ND-λ

c)

	$\delta_{ND-\lambda}$	a	b	c	λ	fecho(λ)
>0	0	{1}	∅	∅	{1}	{0,1,2,4}
◎	1	∅	{3}	{2}	{2,4}	{1,2,4}
	2	∅	∅	∅	∅	{2}
◎	3	∅	{4}	∅	{2}	{2,3}
◎	4	∅	∅	∅	∅	{4}

ND	δ_{ND}	a	b	c
>0	0	{1,2,4}	{2,3}	{2}
>◎	1	∅	{2,3}	{2}
>0	2	∅	∅	∅
◎	3	∅	{4}	∅
>◎	4	∅	∅	∅

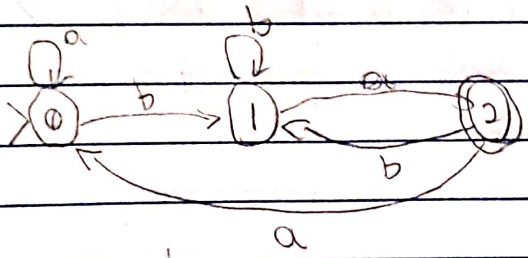
D	δ_D	a	b	c
>◎	$\langle 0124 \rangle$	$\langle 124 \rangle$	$\langle 23 \rangle$	$\langle 2 \rangle$
◎	$\langle 124 \rangle$	-	$\langle 23 \rangle$	$\langle 2 \rangle$
◎	$\langle 23 \rangle$	-	$\langle 4 \rangle$	-
	$\langle 2 \rangle$	-	-	-
◎	$\langle 4 \rangle$	-	-	-

Gustavo Soares

d) Esse autômato já é um AFD, não sendo possível fazer transformação.

(15) O que eu pude perceber de não trivial é que o autômato não aceita palavras com a c e o estado q2 é um estado como se fosse de erro, pois não é possível sair dele.

(16)

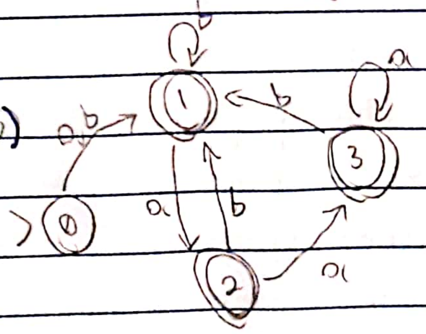


a)

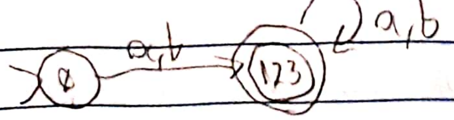
Índice	E[i,j]=	S[i,j]=	Motivo
[0,1]	√ → X	{ }	a[0,2]

não é possível minimizar

b)



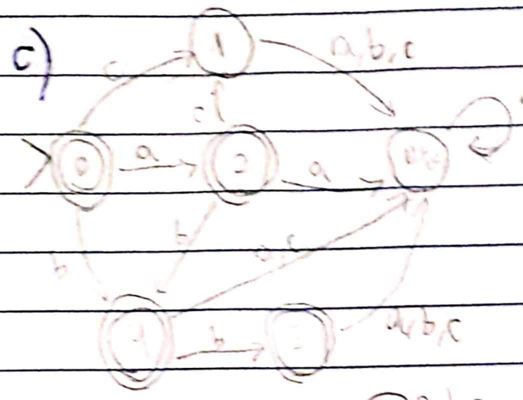
Índice	E[i,j]=	S[i,j]=	motivo
[1,2]	√	{	
[1,3]	√		
[2,3]	√	{[1,2],[1,3]}	



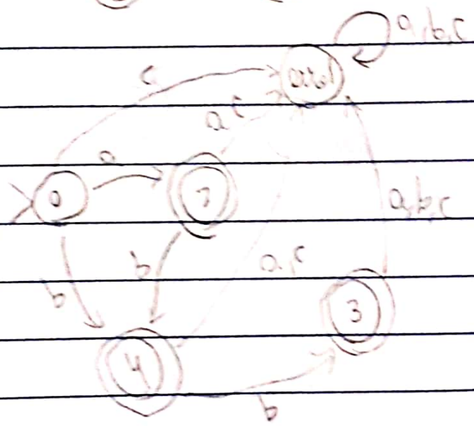
0 1 2 4 → 0
1 2 4 → 1
4 → 3
2 3 → 4

Gustavo Soares

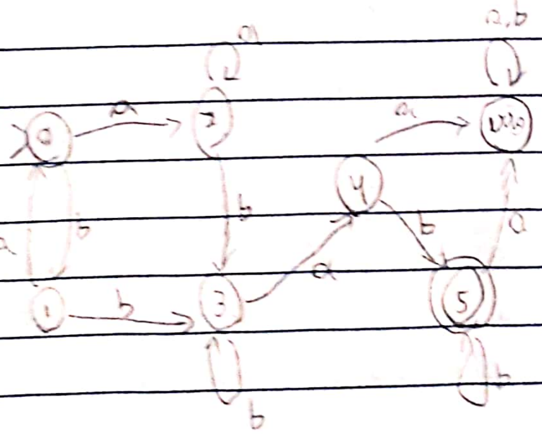
c)



Indice	E[i,j]	S[i,j]	motivo
[erro,1]	√	{[2,4]}	
[0,2]	√ → X		a[erro,2]
[0,3]	√ → X		a[erro,2]
[0,4]	√ → X		a[erro,2]
[2,3]	√ → X		b[erro,4]
[2,4]	√ → X		a prop[3,4]
[3,4]	√ → X	{[2,4]	b[erro,2]



d)



Indice	E[i,j] =	S[i,j] =	motivo
[erro,0]	√ → X	{[erro,1] }	⊖ prop[erro,
[erro,1]	√ → X	{[erro,0] }	⊖ prop[erro,4]
[erro,2]	√ → X	{[erro,0] }	⊖ prop[erro,4]
[erro,3]	√ → X	{[erro,1][erro,2]}	⊖ prop[erro,4]
[erro,4]	√ → X	{[erro,3] }	b[erro,5]
[0,1]	√ → X	{ }	a prop[1,3]
[0,2]	√ → X	{[0,1][1,2] }	⊖ prop[1,3]
[0,3]	√ → X	{ }	⊖ prop[1,3]
[0,4]	√ → X	{ }	a[erro,2]
[1,2]	√ → X	{ }	a prop[1,3]
[1,3]	√ → X	{[0,1][0,2][0,3]}	a[0,4]
[1,4]	√ → X	{ }	a[erro,2]
[2,3]	√ → X	{ }	a prop[2,4]
[2,4]	√ → X	{[0,3][2,3] }	
[3,4]	√ → X	{ }	

NÃO minimiza

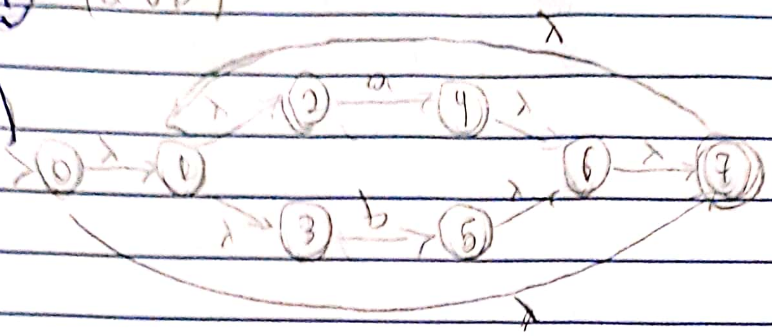
a[erro,2]

a[erro,4]

Gustavo Soares

17) $(a \cup b)^*$

a)

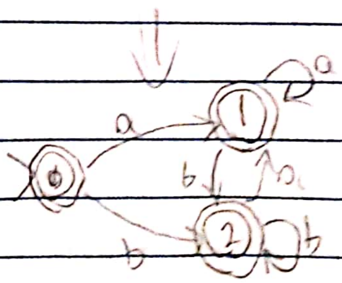


b)

δND-λ	a	b	λ	fecho-λ
>0 0	$\emptyset$	$\emptyset$	{1,7}	{0,1,2,3,7}
1	$\emptyset$	$\emptyset$	{2,3}	{1,2,3}
2	{4}	$\emptyset$	$\emptyset$	{2}
3	$\emptyset$	{5}	$\emptyset$	{3}
4	$\emptyset$	$\emptyset$	{6}	{1,2,3,4,6,7}
5	$\emptyset$	$\emptyset$	{6}	{1,2,3,5,6,7}
6	$\emptyset$	$\emptyset$	{7}	{1,2,3,6,7}
◎ 7	$\emptyset$	$\emptyset$	{1}	{1,2,3,7}

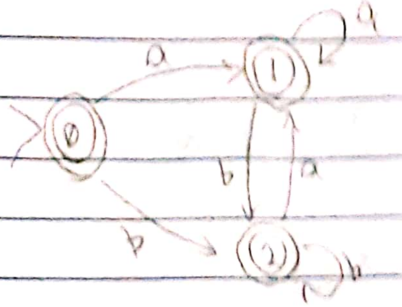
δND	a	b
>0 0	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,3,5,6,7}
>0 1	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,3,5,6,7}
>0 2	{1,2,3,4,6,7}	$\emptyset$
>0 3	$\emptyset$	{1,2,3,5,6,7}
4	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,3,5,6,7}
5	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,3,5,6,7}
6	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,3,5,6,7}
>0◎ 7	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,3,5,6,7}

δD	a	b
>◎ ⟨01237⟩	⟨123467⟩	⟨123567⟩
◎ ⟨123467⟩	⟨123467⟩	⟨123567⟩
◎ ⟨123567⟩	⟨123467⟩	⟨123567⟩



Gustavo Soares

c)

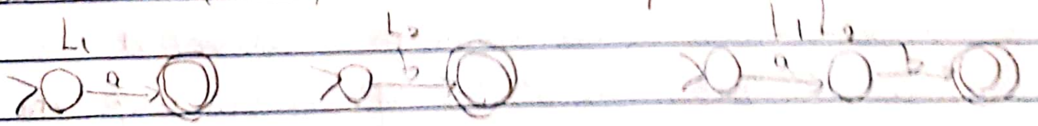


Índice	E[i,j]	S[i,j]	motivo
{0,1}	✓	{ }	
{0,2}	✓	{ }	
{1,2}	✓	{ }	

(18) a) Suponha que L_1 seja uma linguagem regular, o seu complemento $\overline{L_1}$, sendo a inversão dos estados finais com não-finais. Então $\overline{L_1}$ também é regular.

b) Suponha que L_1 e L_2 sejam linguagens regulares, a união de L_1 e L_2 $(L_1 \cup L_2)$ também resultará em uma linguagem regular.

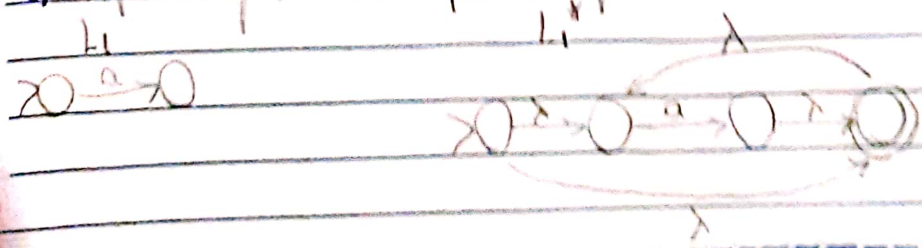
c) Suponha que L_1 e L_2 sejam linguagens regulares, a concatenação de L_1 e L_2 $(L_1 L_2)$ também será regular.



d) Suponha que L_1 e L_2 sejam linguagens regulares, a interseção de L_1 e L_2 $(L_1 \cap L_2)$ também será regular.

$$L_1 \cap L_2 = \left(\overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}\right)$$

e) Suponha que L_1 é regular, o fecho de Kleene (L_1^*) também será regular.



Gustavo Soares

(19) a) - Através de uma GR
- Através de um AFD, AFND ou AFND λ
- Através de um CR ou ER
- Através de propriedades de fechamento

b) Pelo Lema do Bombeamento

(20) Assuma que L é regular e seja K a constante especificada pelo lema.
Seja $z \in L$ e que z seja decomposta em uvw, satisfazendo as condições

$|uvw| \geq K$

$|uv| \leq K$

v não pode ser vazia

Caso seja provado em o bombeamento, sendo $n \geq 0$, que uma palavra gerada não pertence a linguagem então a linguagem não é regular.

(21) Para se aplicar o lema do bombeamento é necessário que a linguagem tenha um loop, que ocorre apenas em linguagens infinitas.

$0^n 1^{2n}$ Gustavo Soares

22) a) Seja K a constante enunciada pelo LB
Seja $z = 0^k 1^{2k}$

Como $|uv| \leq k$, u e v conterão apenas 0's. Assim qualquer decomposição será como a seguir

$$\underbrace{0^i}_{u}\underbrace{0^j}_{v}\underbrace{0^{k-i-j}1^{2k}}_{w}$$

No entanto $uv^0w = \cancel{0^i}0^{k-\cancel{i}-j}1^{2k} = 0^{k-j}1^{2k}$ que não pertence a L, pois $j>0$

Assim, não existem decomposições válidas para z nas regras enunciadas pelo LB. Portanto L não é regular.

b) $a^n b^n$

Seja k a constante enunciada pelo LB
Seja $z = a^k b^k$

Como $|uv| \leq k$, u e v conterão apenas a's, assim a decomposição serão:

$$\underbrace{a^i}_{u}\underbrace{a^j}_{v}\underbrace{a^{k-i-j}b^k}_{w}$$

No entanto $uv^0w = \cancel{a^i}a^{k-\cancel{i}-j}b^k = a^{k-j}b^k$, que não pertence a L, pois $j>0$

Assim não existem decomposições válidas para z nas regras enunciadas pelo LB. Portanto L não é regular.

Gustavo Soares

c) Seja k a constante anunciada pelo LB.
Seja $z = 0^k 1^k 2^{k+k}$

Como $|uv| \leq k$, u e v conterão apenas 0's. Assim qualquer decomposição será como a seguir:

$$\underbrace{0^i}_{u} \underbrace{0^j}_{v} \underbrace{0^{k-i-j} 1^k 2^{2k}}_{w}$$

Como $u v^0 w = 0^i 0^{k-i-j} 1^k 2^{2k} = 0^{k-j} 1^k 2^{2k}$, que não pertence a L, pois $j > 0$.

Assim, não existem decomposições válidas para z para as regras anunciadas pelo LB, Portanto L não é regular.

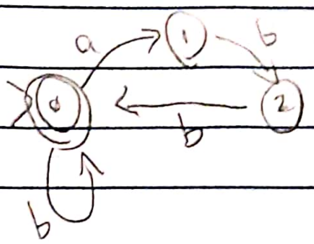
d) Seja k a constante anunciada pelo LB.
Seja $z = 0^{k^2}$

Como $|z| = k^2$, u, v e w conterão apenas 0's. Assim consideremos a prova pelo tamanho da palavra bombeada

$$\begin{aligned} |uv^2w| &= |uvw| + |v| \\ &= k^2 + |v| \qquad (0 < |v| \leq k) \\ &\leq k^2 + k \\ &< k^2 + 2k + 1 \\ &= (k+1)^2 \end{aligned}$$

Como $k^2 < |uv^2w| < (k+1)^2$, $uv^2w \notin L$

Gustavo Soares

2) 

Ao construir o autômato prova-se que a linguagem é regular

23 A sintaxe trata das propriedades livres da linguagem como a verificação gramatical de programas. A semântica objetiva dar uma interpretação para a linguagem como um significado ou valor para um determinado programa. O léxico é responsável por verificar o acervo de palavras pertencentes à determinada linguagem.