

Lista 5

1- a) $(\forall y) q(x, y)$

b) $(\forall y) (f(z, y) \wedge q(x, y))$

c) $(\forall y) (q(x, y) \rightarrow f(z, y))$

d) $f(x, y) \wedge f(y, x)$

e) $\neg (\forall x) (\exists z) ((b(x, y) \wedge f(y, z)) \wedge (r(x, y) \wedge f(y, z)))$

f) $\neg (\forall x) (\exists z) ((q(x, y) \wedge q(y, z)) \wedge (f(x, z)))$

g) $f(x, p)$

h) $(b(c, x) \wedge f(x, m)) \rightarrow (h(b(c, x), m))$

2- a) $p(x): x \text{ é brasileiro}$

$q(x): x \text{ é técnico da religião}$

$((\forall x) (p(x) \rightarrow q(x)))$

b) $p(x): x \text{ é brasileiro}$

$q(x): x \text{ é já viu neve}$

$r(x): x \text{ é finlandês}$

$((\exists x) (p(x) \wedge q(x))) \wedge (\neg (\exists x) (r(x) \wedge \neg q(x)))$

c) $p(x): x \text{ é um humano}$

$q(x): x \text{ é do hemisfério norte}$

$r(x): x \text{ é do hemisfério sul}$

$((\forall x) (p(x) \wedge r(x)) \vee (p(x) \wedge q(x)))$

- d) $p(x)$: x é um fumante
 $q(x)$: x é morador na lua

$$((\exists x)(p(x) \wedge q(x)))$$

- e) $p(x)$: x é assina
 $q(x)$: x é petisca

$$((\forall x)(\neg p(x) \rightarrow \neg q(x)))$$

3- a) Todo número natural é par

b) Para todo número natural existe outro número que é seu sucessor.

c) Para quaisquer dois números naturais aleatórios existe um terceiro número que é a soma dos dois primeiros.

d) Para todo número que é anterior a outro, então ambos são pares.

e) Para todo número natural existe outro número que vale o dobro do primeiro.

f) Para todo número natural que vale o dobro de outro número natural, o primeiro número é par.

4- a) Variáveis livres = y e z

Variáveis ligadas = y e x

b-) Sim, y .

5- a) Existe um estudante que visitou Dakota do Norte.

b) Todo estudante visitou Dakota do Norte.

c) Nenhum estudante visitou Dakota do Norte.

- d) Existe um estudante que não visitou Dakota do Norte.
 e) Nem todo estudante visitou Dakota do Norte.
 f) Todos os estudantes não visitaram Dakota do Norte.

- 6-) a) Todos as pessoas que não comediantes, então não divertidos.
 b) Todos as pessoas não comediantes e divertidos.
 c) Existe ao menos uma pessoa que se é comediante, então é divertido.
 d) Existe ao menos uma pessoa que é comediante e divertido.

- 7-) a) verdade
 b) verdade
 c) falso $2 \neq 4$
 d) falso $-1 \neq 1$
 e) verdade $P(0) \wedge P(1)$
 f) falso $P(2) \wedge P(-1)$, por exemplo

8) a) $G = (\forall y) p(y) \rightarrow (\forall x) p(x)$
 $I[(\forall y) p(y) \rightarrow (\forall x) p(x)] = F$
 $I[(\forall y) p(y)] = T$ e $I[(\forall x) p(x)] = F$
 $\forall d \in U, \langle y, d \rangle, I[p(y)] = T$ e $\exists n \in U, \langle x, n \rangle, I[p(x)] = F$
 Absurdo!

$I[G] = T$, logo G é válida!

b) $H = (\exists x) p(x) \rightarrow p(x)$
 $I[(\exists x) p(x) \rightarrow p(x)] = F$
 $I[(\exists x) p(x)] = T$ e $I[p(x)] = F$
 $\exists d \in U, \langle x, d \rangle, I[p(x)] = T$ e $\exists n \in U, \langle x, n \rangle, I[p(x)] = F$
 $I[H] = F$, logo H não é válida!

c) $G = (\forall x) p(x) \rightarrow p(x)$

$I[(\forall x) p(x) \rightarrow p(x)] = F$

$I[\forall x p(x)] = T$ e $I[p(x)] = F$

$\forall d \in U, \langle x \leftarrow d \rangle, I[p(x)] = T$ e $\exists n \in U, \langle x \leftarrow n \rangle, I[p(x)] = F$

Abundo!

$I[G] = T$, logo G é válida!

d) $H = p(x) \rightarrow (\exists x) p(x)$

$I[p(x) \rightarrow (\exists x) p(x)] = F$

$I[p(x)] = T$ e $I[(\exists x) p(x)] = F$

$\exists d \in U, \langle x \leftarrow d \rangle, I[p(x)] = T$ e $\exists n \in U, \langle x \leftarrow n \rangle, I[p(x)] = F$

$I[H] = F$, logo H não é válida!

e) $G = (\exists x)(\exists y) p(x, y) \rightarrow (\exists y) p(y, y)$

$I[(\exists x)(\exists y) p(x, y) \rightarrow (\exists y) p(y, y)] = F$

$I[(\exists x)(\exists y) p(x, y)] = T$ e $I[(\exists y) p(y, y)] = F$

$\exists d \in U, \langle x \leftarrow d \rangle, \exists n \in U, \langle y \leftarrow n \rangle, I[p(x, y)] = T$

$\exists n \in U, \langle y \leftarrow n \rangle, I[p(y, y)] = F$

$I[G] = F$, logo G não é válida!

f) $H = (\exists x)(p(x) \rightarrow n(x)) \leftrightarrow ((\forall x) p(x) \rightarrow (\exists x) n(x))$

$I[H] = F$

$I[(\exists x)(p(x) \rightarrow n(x))] = F$ ou $I[(\forall x) p(x) \rightarrow (\exists x) n(x)] = F$

$I[(\exists x) p(x)] = T$ e $I[(\exists x) n(x)] = F$ ou $I[(\forall x) p(x)] = T$ e $I[(\exists x) n(x)] = F$

$\exists d \in U, \langle x \leftarrow d \rangle, I[p(x)] = T$ e $\exists n \in U, \langle x \leftarrow n \rangle, I[n(x)] = F$

$\forall t \in U, \langle x \leftarrow t \rangle, I[p(x)] = T$ e $\exists n \in U, \langle x \leftarrow n \rangle, I[n(x)] = F$

$I[H] = F$, logo H não é válida!