

Dynamika cząstek w dielektrycznym akceleratorze laserowym



Wstep

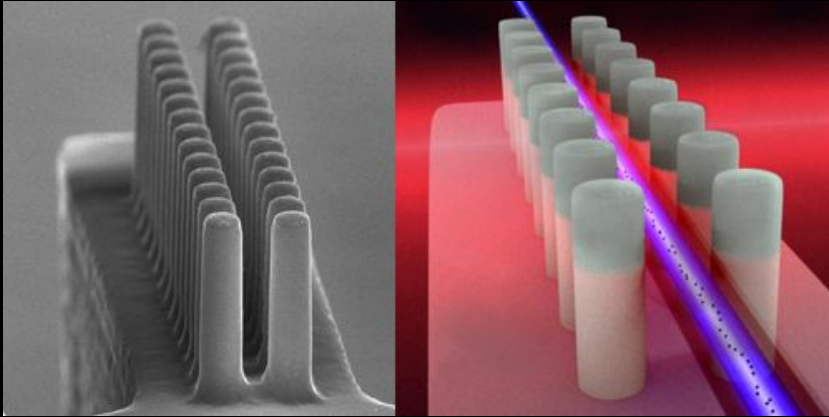


Dielektryczny akcelerator laserowy – DLA

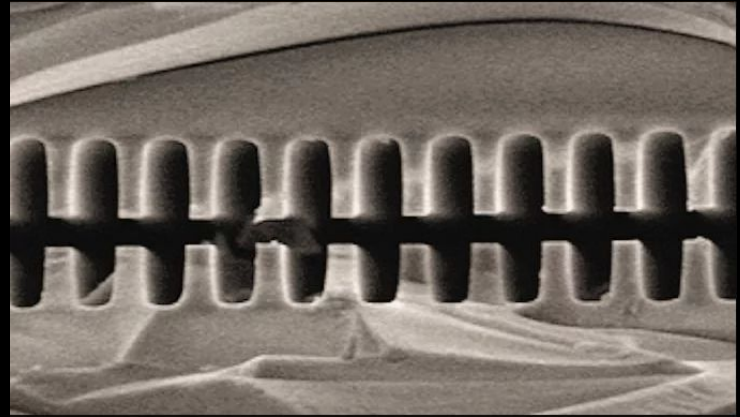
Świecimy laserem na strukturę dielektryczną, w wyniku czego w środku tej struktury powstaje pole elektromagnetyczne. W środku struktury musi być kanał, w którym będą poruszać się elektrony. Modyfikując kształt tej struktury, możemy uzyskać pole, które będzie przyspieszać elektrony. Struktury są periodyczne i ich okres przestrzenny jest rzędu długości fali lasera. Współczesne techniki nanofabrykacji pozwalają wytworzyć takie struktury.

Dielektryczny akcelerator laserowy – DLA

Przykłady struktur przyspieszających:



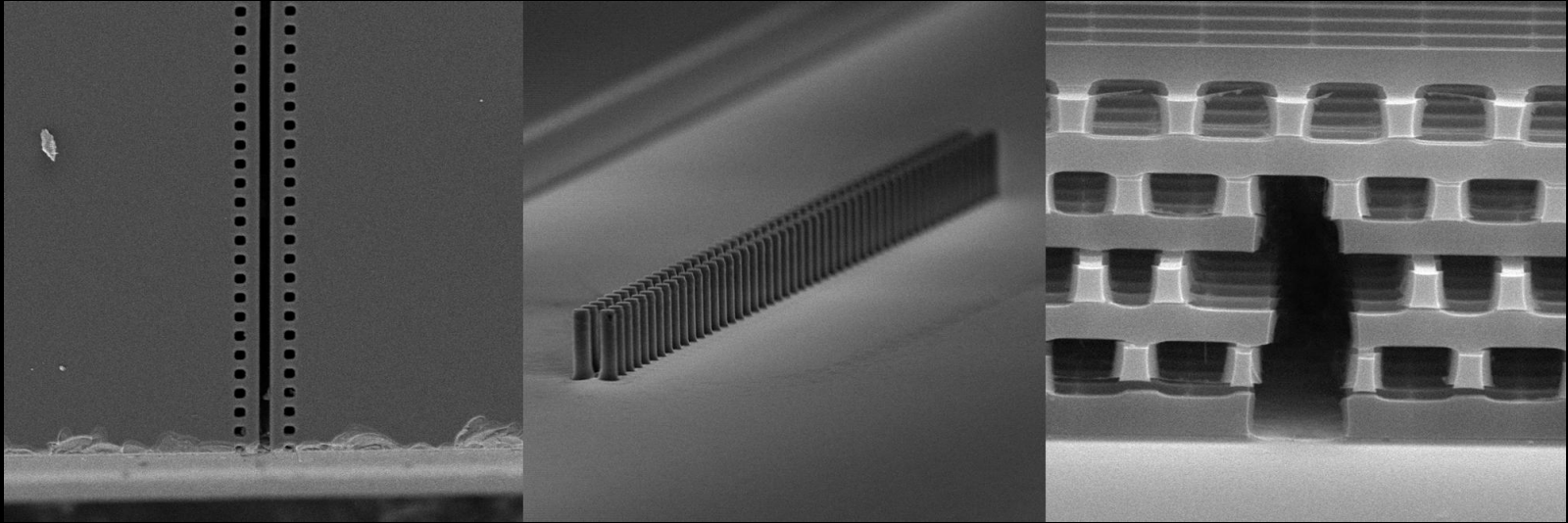
Struktura dwu-kolumnowa,
D. Black, K. Leedle, N. Sapro/Stanford University



Podwójna siatka, ACHIP Collaboration

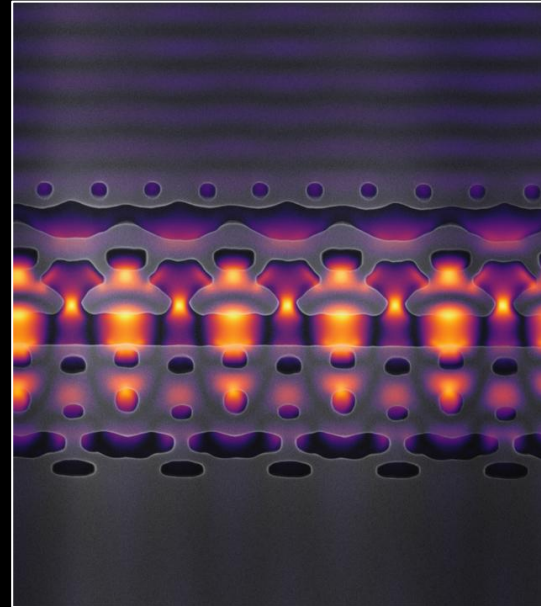
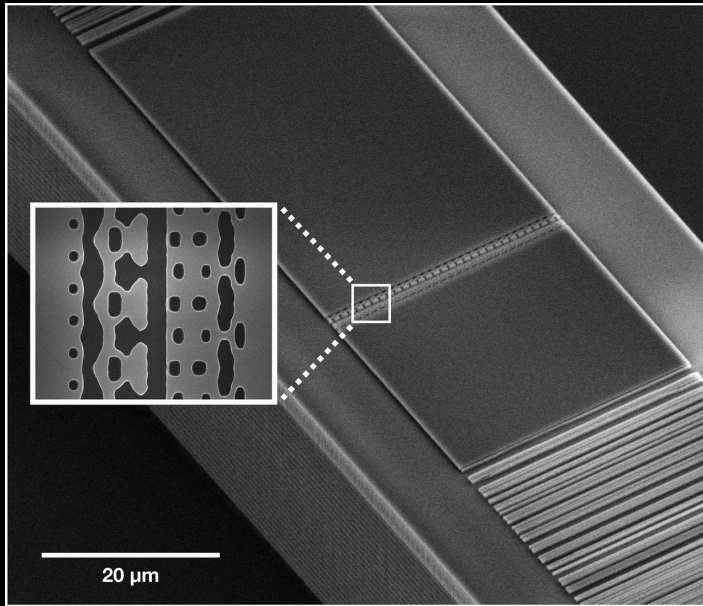
Dielektryczny akcelerator laserowy – DLA

Przykłady struktur przyspieszających:



Struktury przyspieszające, SLAC National Accelerator Laboratory

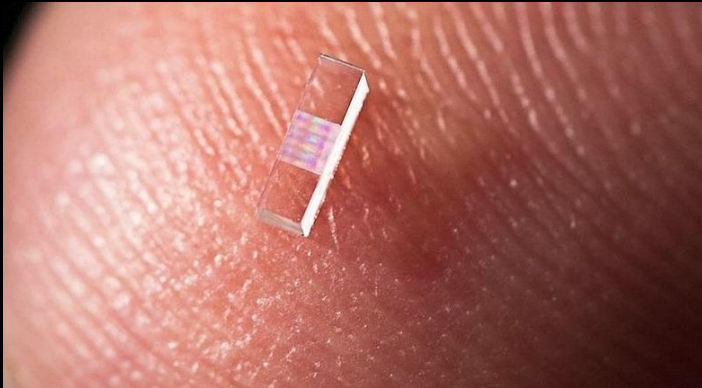
Dielektryczny akcelerator laserowy – DLA



prototyp akceleratora na chipie, Neil Sapiro

Dielektryczny akcelerator laserowy – DLA

Ponieważ takie struktury są małe, to można będzie ich rozmieścić na chipie, a cały przyspieszać cząstek – w pudełku dla butów.

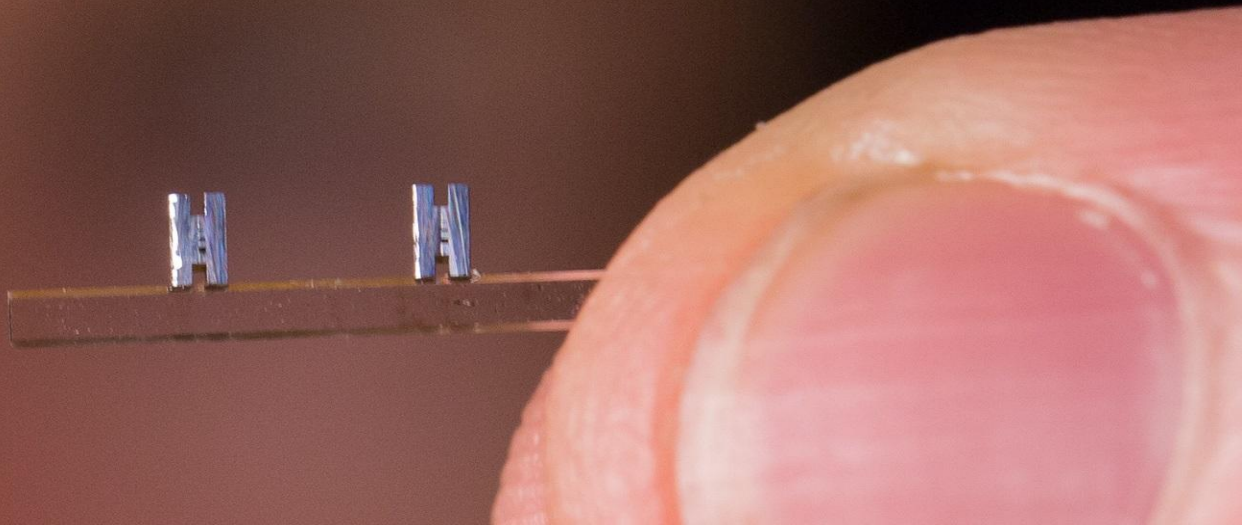


Struktura DLA, Stanford University

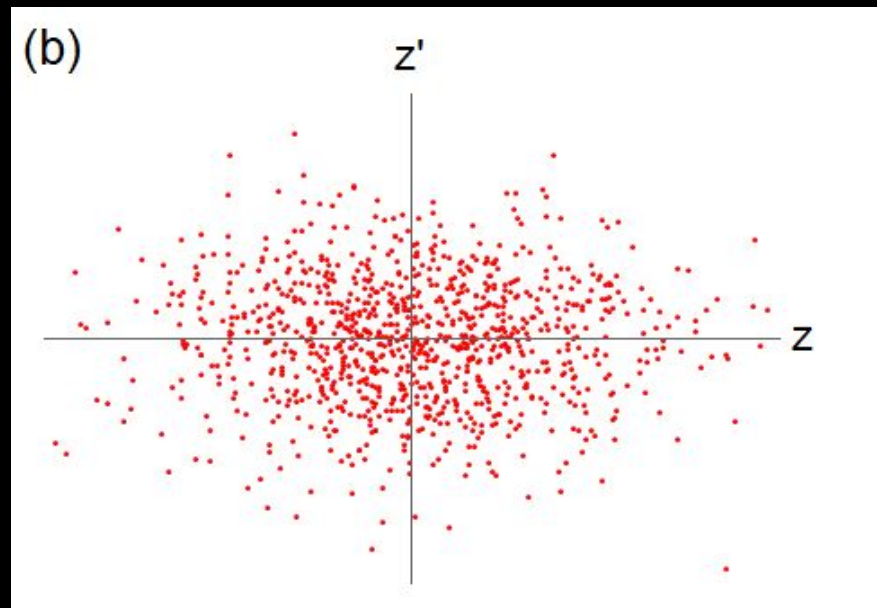
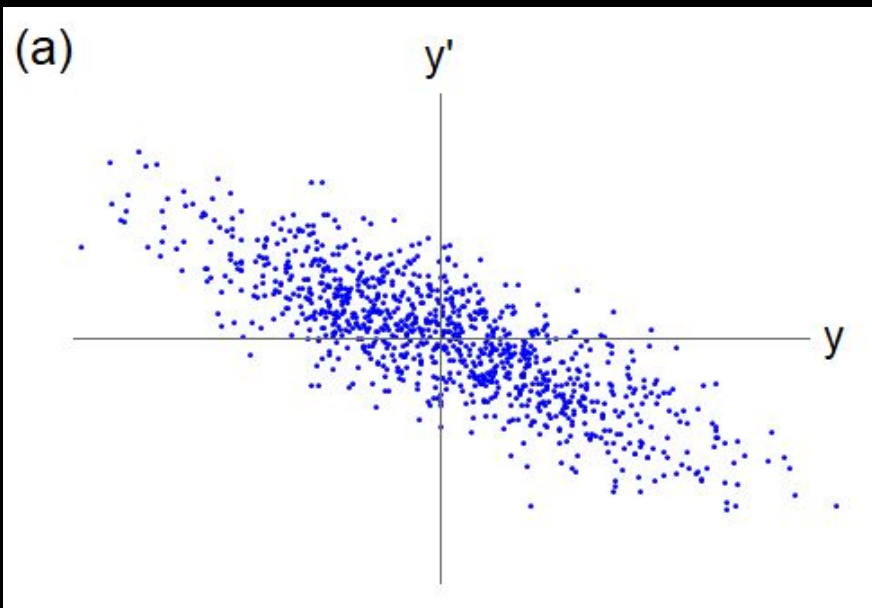


Akcelerator w pudełku dla butów, SLAC

Kolektywny opis cząstek



Zazwyczaj w akceleratorach przyspieszane są wiązki cząstek, a nie pojedyncze cząstki, więc musimy umieć opisywać zachowanie się cząstek w grupach. Na przykład działo elektronowe, wytwarza wiązkę elektronów, która ma pewien rozrzut w płaszczyźnie poprzecznej (a) i podłużnej (b).



Równanie Vlasova

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial x_i}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial p_i}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial p_i} \right) = 0 \quad (1)$$

gdzie $f(\vec{x}, \vec{p}, t)$ – funkcja gęstości w 6-wymiarowej przestrzeni fazowej.

Równanie (1) nazywa się równaniem Vlasova. Rozwiązania równowagowe tego równania ($\partial f / \partial t = 0$) mogą być przedstawione w postaci [9]:

$$f_{x_i}(x_i, p_i) = G(H(x_i, p_i)), \quad (2)$$

gdzie, $H(x_i, p_i)$ – niezależny od czasu Hamiltonian, G – dowolna różniczkowalna funkcja Hamiltonianu.

Funkcja gęstości

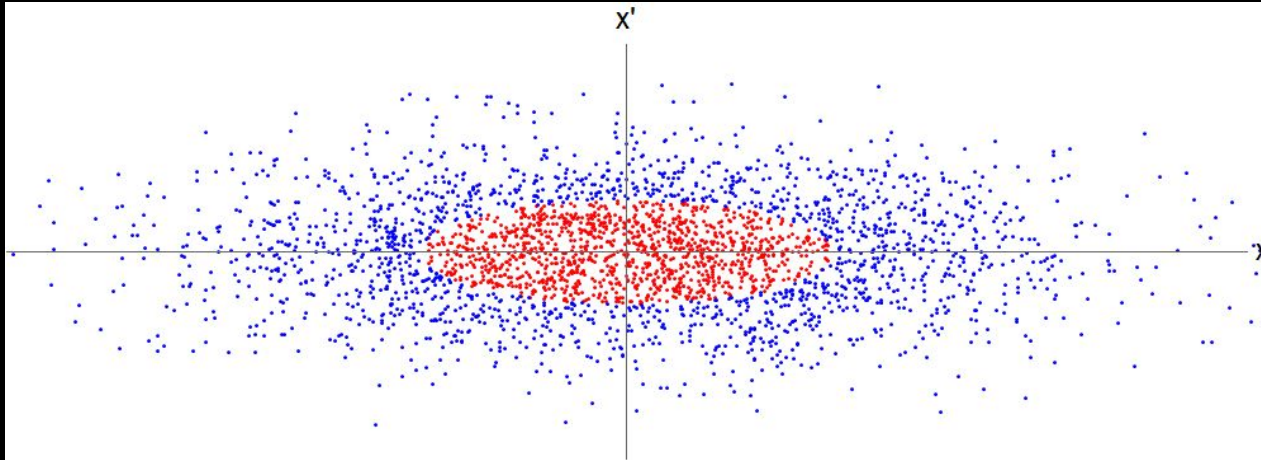
Jeżeli źródło cząstek jest w równowadze termodynamicznej, to funkcja gęstości cząstek jest skorelowanym dwuwymiarowym rozkładem normalnym (s. 119 [9]):

$$f \sim \exp \left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(-\frac{2\rho x_2 x_1}{\sigma_1 \sigma_2} + \frac{x_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{x_2^2}{\sigma_2^2} \right) \right) \quad (3)$$

gdzie układ współrzędnych wybrałem tak, żeby wartości średnie rozkładu były zerowe.

Rms elipsa

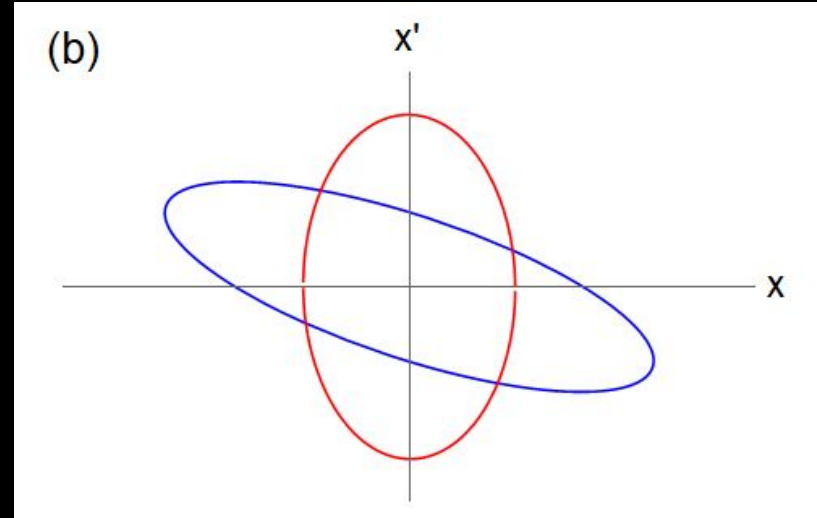
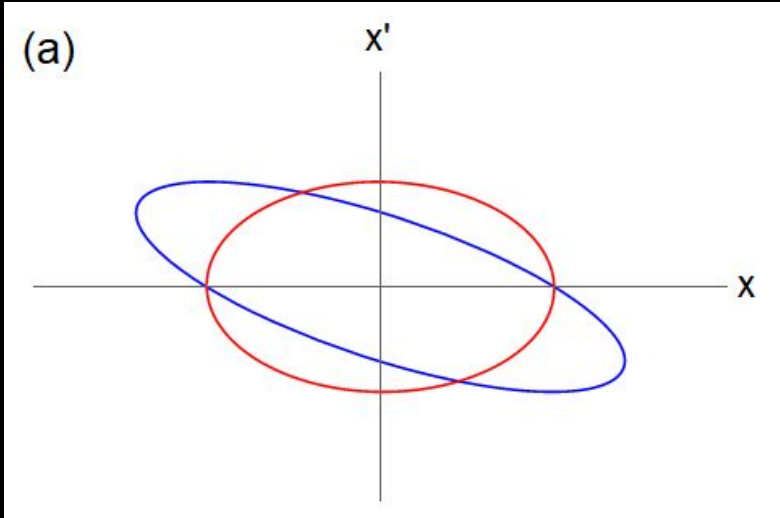
Wykresy konturowe stałej wartości funkcji gęstości (3) tworzą elipsy. Wyodrębniamy szczególną elipsę – średnią kwadratową elipsę (ang. *root mean square – rms ellipse*), dalej – elipsę rms . Jest to elipsa, która odpowiada konturu o wartości $f = e^{-1/2}$ (rysunek).



Cząstki pokolorowane na czerwono znajdują się wewnątrz rms elipsy

Rms elipsa

Transformacja elipsy rms podczas (a) swobodnego dryfu, (b) przejścia przez grubą soczewkę. Elipsa początkowa jest niebieska, elipsa po przekształceniu czerwona.



Rms emitancja

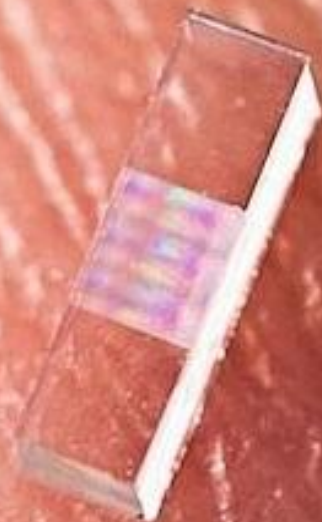
Kolejne ważne pojęcie w fizyce akceleratorów – **emitancja** rms wiązki: $\varepsilon_{rms} = A/\pi$, gdzie A jest polem wewnątrz rms elipsy. Z poprzedniej analizy wynika, że emitancja musi być stała podczas transportu wiązki.

W akceleratorach, gdzie mamy do czynienia z przyspieszeniem cząstek, emitancja rms nie może być stała, ze względu na rosnący pęd podłużny p_z . $x' = p_{x0}/p_z$ jest malejące. To zjawisko nazywa się adiabatycznym zanikiem (ang. *adiabatic damping*).

Kolejne ważne pojęcie – znormalizowana emitancja:

$$\varepsilon_{n,x} = \beta\gamma\varepsilon_{x,rms} \quad (4)$$

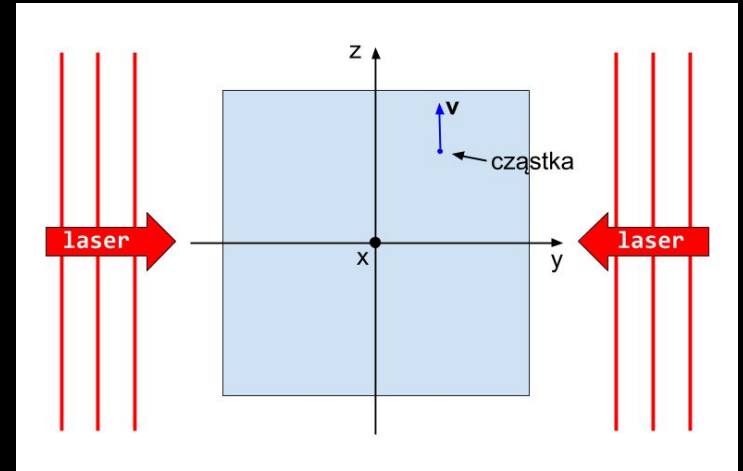
W tym rozdziale bardzo krótko przedstawiłem najważniejsze pojęcia przy opisie zespołu cząstek w akceleratorach. Są też ważne pojęcia, o których nie wspominam w tej prezentacji, ale które opisałem w swojej pracy licencjackiej (parametry Twissa i Couranta-Snydera, twierdzenie Liouville'a, funkcja gęstości z parametrów Twissa).



**Siły
podłużne/
poprzeczne
w DLA**

Analiza pola podłużnego

Na rysunku widzimy jedną komórkę elementarną dowolnej struktury periodycznej o okresie przestrzennym λ_{gz} . Cząstki poruszają się w kierunku dodatnich z , a fala laserowa propaguje w kierunku y i jest spolaryzowana wzdłuż kierunku z .



Analiza pola podłużnego

Pole elektrycznie w komórce jest periodyczne wzdłuż osi z :

$$E_z(x, y, z + \lambda_{gz}, t) = E_z(x, y, z, t) \quad (5)$$

Pole $E_z(x, y, z, t)$ w chwili czasu t możemy zapisać:

$$E_z(x, y, z, t) = \underline{E}_z(x, y, z)e^{i\omega t} \quad (6)$$

gdzie $\underline{E}_z(x, y, z)$ jest wskazem (ang. *phasor*) pola elektrycznego [10] w dowolnym punkcie komórki, $\omega = 2\pi c/\lambda_0$, λ_0 – długość fali lasera.

Analiza pola podłużnego

Możemy rozwinąć w szereg Fouriera wskaz pola $\underline{E}_z(x, y, z)$ ze względu na periodyczność w z :

$$\underline{E}_z(x, y, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e_m(x, y) e^{-im \frac{2\pi}{\lambda_{gz}} z} \quad (7)$$

$$e_m(x, y) = \frac{1}{\lambda_{gz}} \int_{-\frac{\lambda_{gz}}{2}}^{\frac{\lambda_{gz}}{2}} \underline{E}_z(x, y, z) e^{im \frac{2\pi}{\lambda_{gz}} z} dz \quad (8)$$

Analiza pola podłużnego

Niech $s = vt - z$ będzie położeniem cząstki o współrzędnej z względem cząstki projektowej, dla której $z = vt$ i która porusza się z prędkością v . Przyrost energii cząstki na całej komórce dostaniemy, całkując po drodze siłę działającą na cząstkę podczas jej ruchu przez komórkę:

$$\Delta W(x, y, s) = \Re \left(q \int_{-\frac{\lambda_{gz}}{2}}^{\frac{\lambda_{gz}}{2}} \underline{E}_z(x, y, z) e^{\frac{i\omega(z+s)}{v}} dz \right) \quad (9)$$

Zwróćmy uwagę na to, że faza pola zmienia się tak, żeby „śledzić” cząstkę.

Analiza pola podłużnego

Wstawiając rozwinięcia w szereg Fouriera (7,8) i obliczając całkę (9), dojdziemy do wniosku [6], że jedyną możliwością uzyskania niezerowego przyrostu energii jest ustawienie

$$\lambda_{gz} = n\beta\lambda_0 \quad (10)$$

Wtedy ΔW wygląda następująco:

$$\Delta W(x, y, s) = q\lambda_{gz}\Re\left(e^{\frac{2\pi is}{\lambda_0\beta}} e_n(x, y)\right) \quad (11)$$

ΔW może być dodatnie lub ujemne w zależności od s . Ze wzoru (11) widzimy, że **tylko jedna harmoniczna daje wkład do przyspieszania cząstek.**

Analiza pola poprzecznego

Żeby znaleźć popęd poprzeczny Δp_x lub Δp_y z przyrostu energii, skorzystamy z twierdzenia Panofskiego-Wenzela [8, 13]:

$$\partial_s \Delta p_{\perp} = -\nabla_{\perp} \Delta p_s \quad (12)$$

gdzie p_{\perp} – pęd poprzeczny, $\nabla_{\perp} = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})^T$.

Analiza pola poprzecznego

Stąd popęd poprzeczny wynosi:

$$\Delta p_{\perp}(x, y, s) = \int_{\lambda_{gz}/2}^{\lambda_{gz}/2} \nabla_{\perp} \left(\frac{\Delta W}{\beta c} \right) ds \quad (13)$$

gdzie

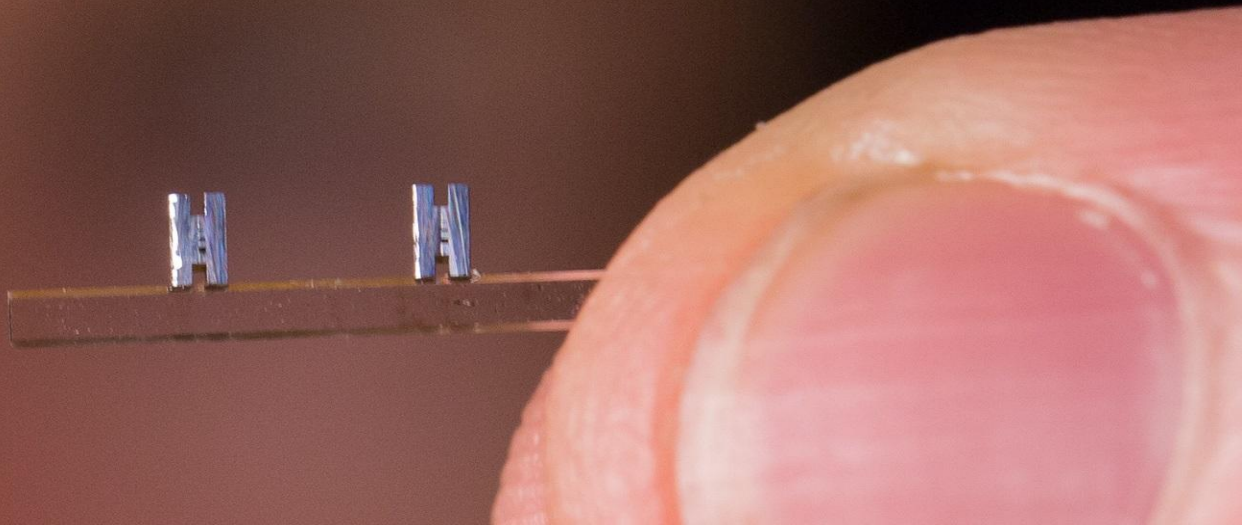
$$\Delta p_s = -\frac{\Delta W}{\beta c} \quad (14)$$

Analiza pola poprzecznego

Równania (13, 14) opisują przyrosty pędu cząstki na jednej komórce elementarnej struktury. Warto zwrócić uwagę, że te popędy są liczone jeden raz dla całej komórki.

Żeby można było stosować twierdzenie Panofskiego-Wenzela, podłużna składowa prędkości cząstek musi być znacznie większa od składowych poprzecznych (ang. *paraxial approximation*).

Algorytm śledzenia



Dalej przedstawię metodę śledzenia (fast 6D tracking scheme) opisaną w pracy [6]. Algorytm śledzenia jest metodą numeryczną, pozwalającą znaleźć trajektorię cząstek przy przejściu przez strukturę przyspieszającą. Można to uważać za symulację ruchu cząstek w DLA. Rzeczywiście warto pamiętać o dużej liczbie przybliżeń, które robimy, wyprowadzając taki algorytm śledzenia. Dokładniejsze symulacje, z uwzględnieniem efektów brzegowych, pól wzbudzonych (ang. *wakefields*) oraz oddziaływań binarnych pomiędzy cząstkami, można zrobić w Comsol Multiphysics lub CST Studio [3]. W pracy [6] algorytm śledzenia został zrealizowany w Matlab [5]. Ja zdecydowałem się powtórzyć ten algorytm w Wolfram Mathematica [4].

Definicje

$$\begin{aligned}x' &= \frac{p_x}{p_{z0}} & \Delta x' &= \frac{\Delta p_x}{p_{z0}} \\y' &= \frac{p_y}{p_{z0}} & \Delta y' &= \frac{\Delta p_y}{p_{z0}} \\ \delta &= \frac{W - W_0}{W_0} & \Delta \delta &= \frac{\Delta W(x, y, \phi) - \Delta W(0, 0, \phi_s)}{W_0} \\ \phi &= \frac{2\pi s}{\lambda_{gz}}\end{aligned}\tag{15}$$

$W_0 = \gamma m_e c^2$ jest energią projektową, a $p_{z0} = \beta \gamma m_e c$ – pędem projektowym. ϕ_s – faza synchroniczna. Faza cząstki jest liczona względem fazy lasera. Jeżeli chcemy uzyskać pewną wartość gradientu przyspieszenia, to musimy wpuścić cząstki w odpowiedniej fazie.

Algorytm śledzenia

$$\begin{aligned}x^{\{n+1\}} &= x^{\{n\}} + \lambda_{\text{gz}}^{\{n+1\}} x'(x, y, \phi)^{\{n+1\}} \\(x')^{\{n+1\}} &= A^{\{n\}} (x')^{\{n\}} + \Delta x'(x, y, \phi)^{\{n\}} \\y^{\{n+1\}} &= x^{\{n\}} + \lambda_{\text{gz}}^{\{n+1\}} x'(x, y, \phi)^{\{n+1\}} \\(y')^{\{n+1\}} &= A^{\{n\}} (y')^{\{n\}} + \Delta y'(x, y, \phi)^{\{n\}} \\\phi^{\{n+1\}} &= \phi^{\{n\}} - \frac{(2\pi)\delta(x, y, \phi)^{\{n+1\}}}{\beta^2 \gamma^2} \\\delta^{\{n+1\}} &= \delta^{\{n\}} + \Delta \delta(x, y, \phi, \phi_s)^{\{n\}}\end{aligned} \tag{16}$$

gdzie $A^{\{n\}} = \frac{(\beta\gamma)^{\{n\}}}{(\beta\gamma)^{\{n+1\}}}$ jest współczynnikiem tłumienia; górny indeks $\{n\}$ oznacza numer komórki, w której dana zmienna jest liczona.

Omówienie realizacji w Mathematica

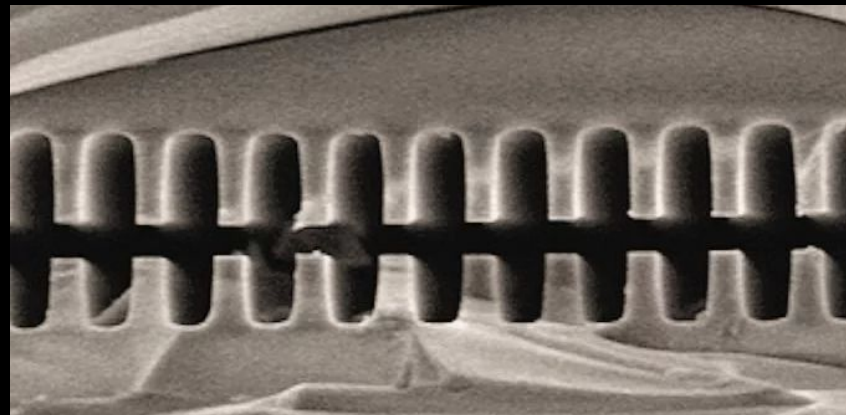
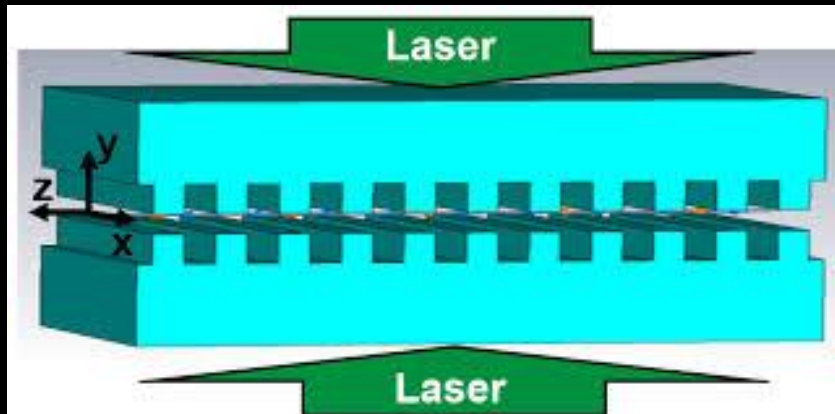
Zamierzam odtworzyć wyniki z pracy [6], więc wezmę wartości podane w tej pracy:

$$\begin{aligned} e_1(x, y) &= e_1(0, 0) \cosh(ik_y y) e^{ik_x x} \\ \Delta x' &= -\frac{q\lambda_0}{p_{z0}c} \tan(\alpha) \cosh(ik_y y) \Re \left(e_1 e^{i\phi + \frac{i(2\pi x)}{\lambda_{gx}}} \right) \\ \Delta y' &= -\frac{ik_y \lambda_0^2 q \beta}{2\pi p_{z0}c} \sinh(ik_y y) \Im \left(e_1 e^{i\phi + \frac{i(2\pi x)}{\lambda_{gx}}} \right) \\ \Delta \delta &= \frac{q\lambda_{gz}}{\gamma m_e c^2} \Re \left(e_1 \left(\cosh(ik_y y) e^{i\phi + \frac{i(2\pi x)}{\lambda_{gx}}} - e^{i\phi_s} \right) \right) \end{aligned} \tag{17}$$

gdzie $\lambda_{gx} = \lambda_{gz} / \tan \alpha$, $k_x = \frac{\omega}{\beta c}$ oraz $k_y = \pm \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{1 + \tanh^2(\alpha)}{\beta^2}}$

Omówienie realizacji w Mathematica

To są wartości wyliczone dla pochylonej podwójnej siatki (rysunek)

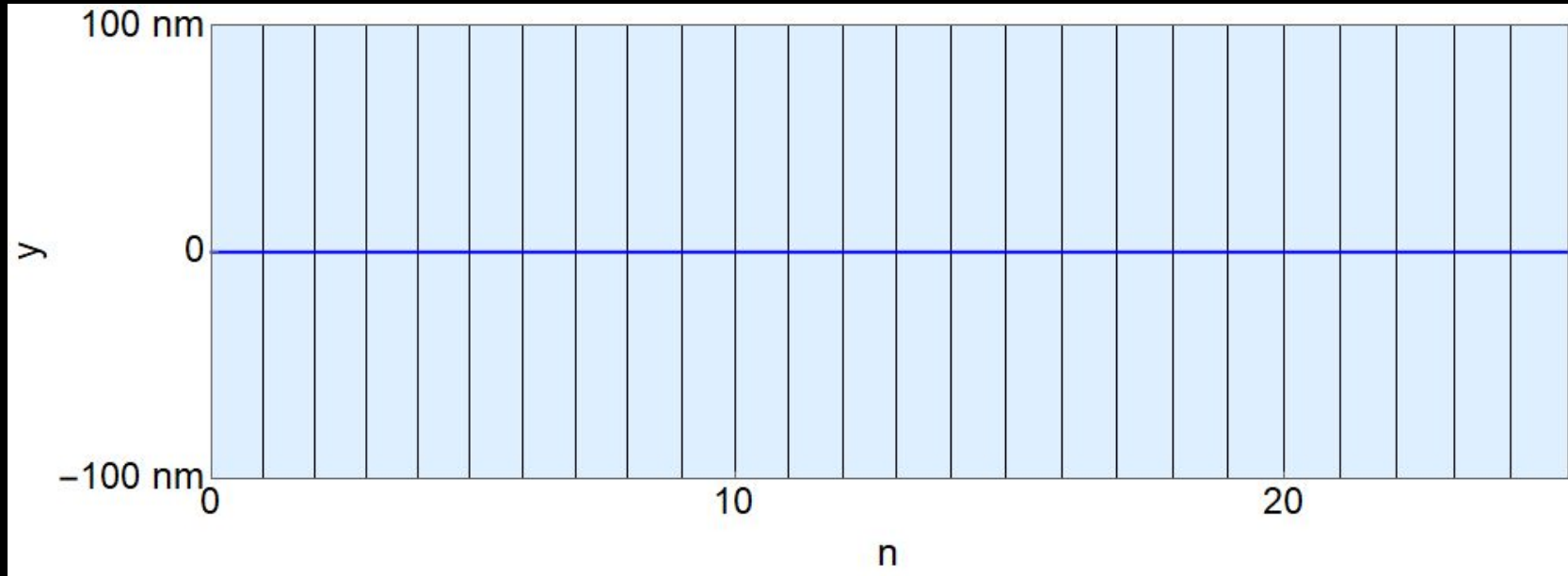


Trajektoria jednej cząstki

Mamy wszystko, żeby zastosować algorytm śledzenia do jednej cząstki.

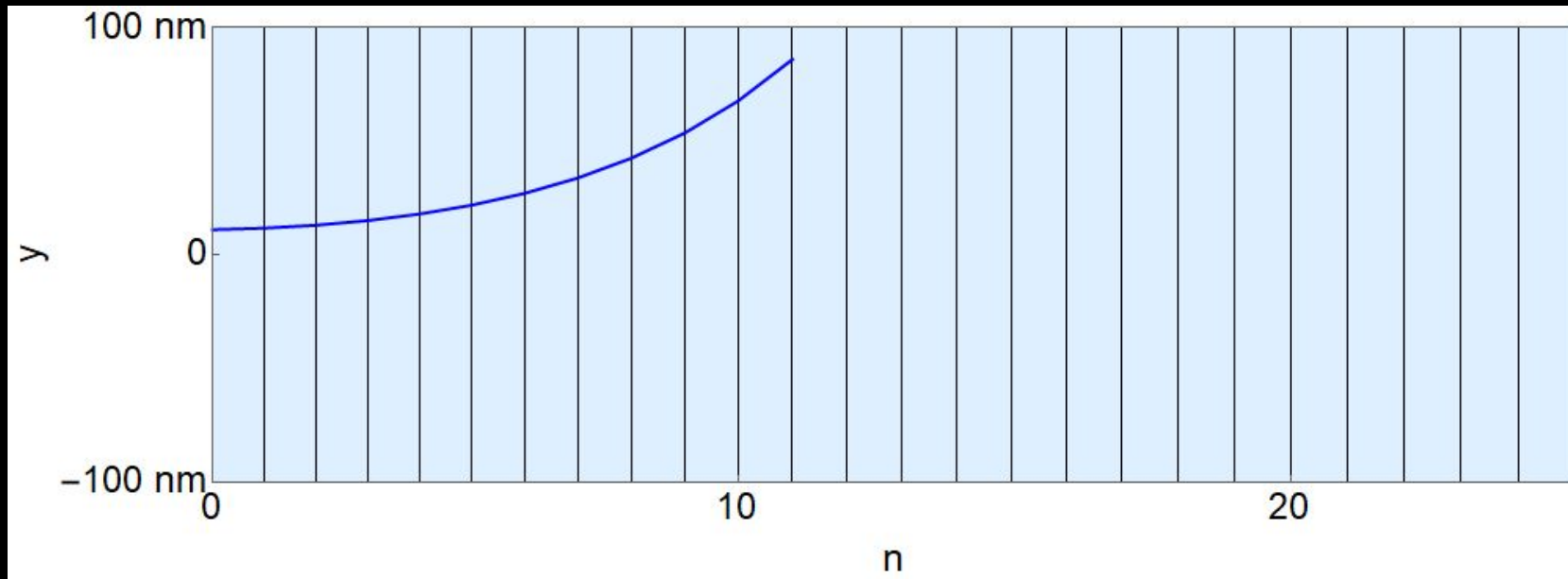
Pokażę przykłady wyliczenia trajektorii elektronów o energii 27.7 keV, znajdujących się na osi x ($x=0$, $x'=0$). Pozostałe parametry będę zmieniać.

Trajektoria jednej cząstki. Przykłady



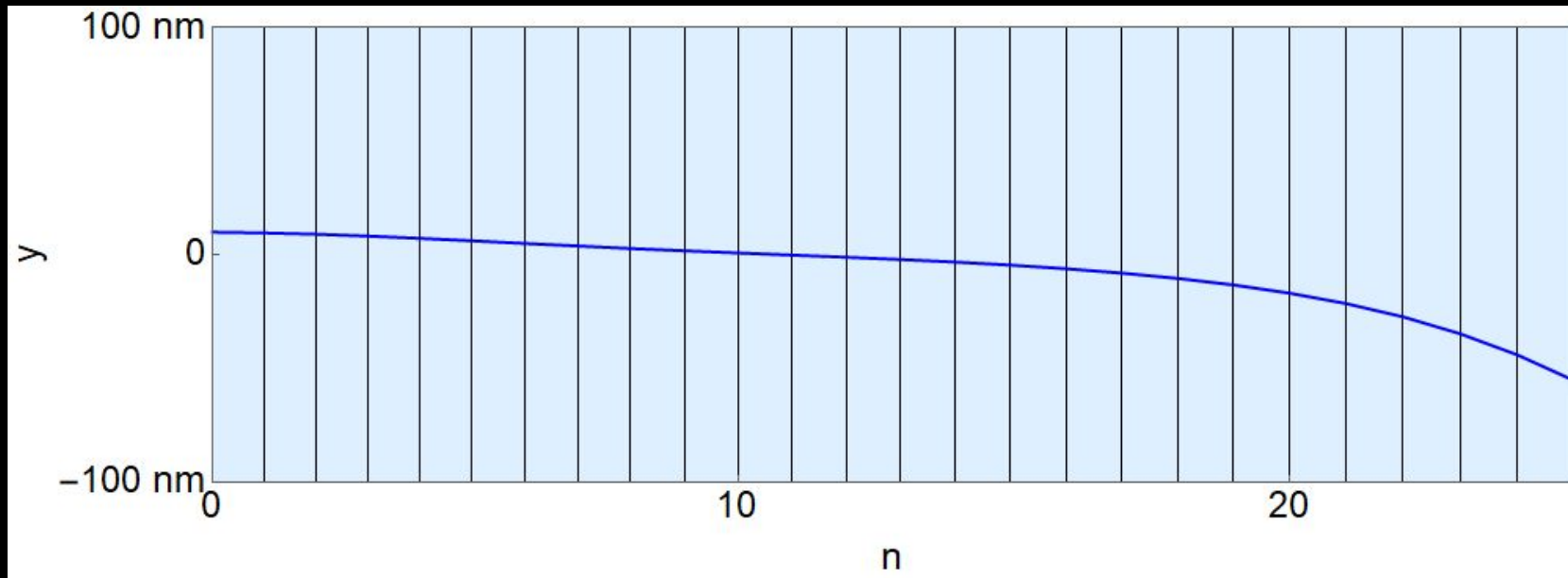
elektron na osi na niej zostaje

Trajektoria jednej cząstki. Przykłady



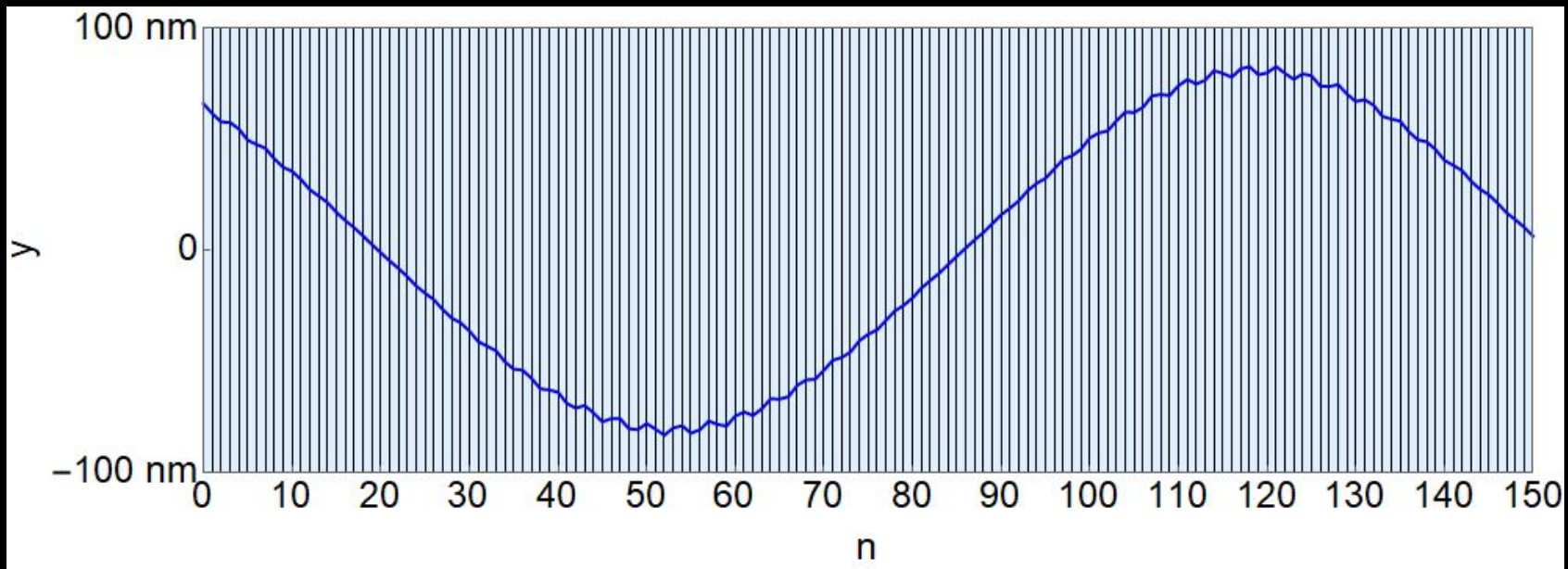
elektron nie na osi jest od niej odchylany;
w 14-ej komórce elektron uderza w aperturę

Trajektoria jednej cząstki. Przykłady



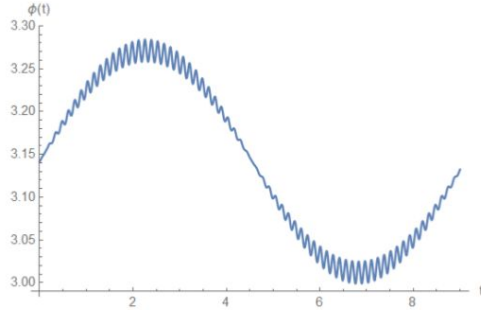
elektron nie na osi może też być odchylany w jej stronę;
to zależy od fazy (względem fazy lasera) elektronu na wejściu w strukturę

Trajektoria jednej cząstki. Przykłady



tu widzimy stabilną trajektorię elektronu na 150-u komórkach. Na wolne oscylacje o dużej amplitudzie są nałożone szybkie oscylacje o małej amplitudzie

Przyjrzyjmy się stabilnemu rozwiązaniu, pojawiającemu się przy $\nu = 46 \text{ rad/s}$.



Na wykresie po lewej stronie dobrze widać „szybkie” oraz „wolne” oscylacje wahadła Kapicy.

W czasie jednej „szybkiej” oscylacji wartość $\phi(t)$ prawie się nie zmienia, co uzasadnia metodę uśredniania, pokazaną wcześniej.

To są te same „szybkie” oraz „wolne” oscylacje, o których mówiłem w mojej poprzedniej prezentacji o wahadle Kapicy.

W wahadle Kapicy mieliśmy oscylującą siłę zewnętrzną.

slajd z prezentacji o wahadle Kapicy

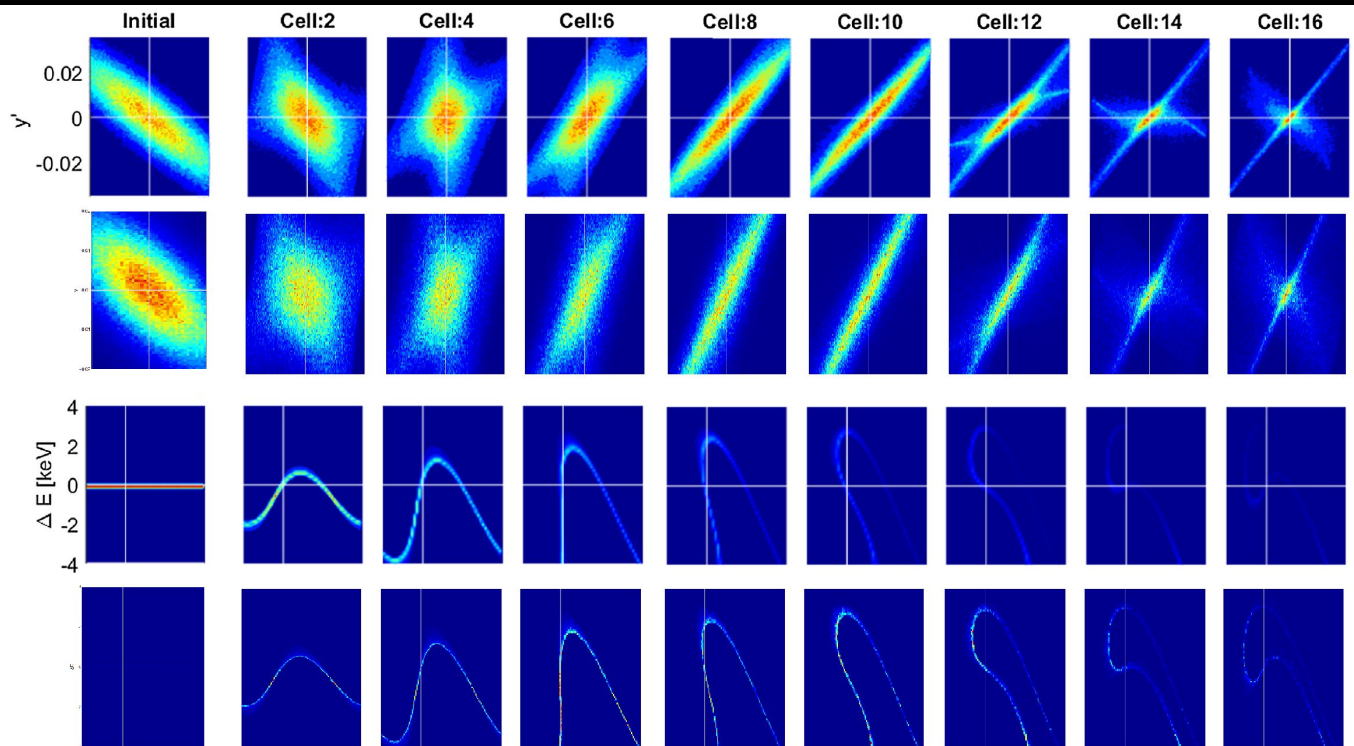
W strukturze przyspieszającej też mamy okresową siłę zewnętrzną, ponieważ komórki struktury działają jak soczewki skupiające i rozpraszające na przemian. Komórki są jednakowe, tylko faza elektronu na ich wejściu jest inna w każdej komórce, co, jak pokazałem na poprzednich slajdach, zmienia siłę w przestrzeni poprzecznej.

Porównanie wyników

Teraz popatrzmy na wyniki zastosowania algorytmu śledzenia do wiązek elektronów.

Porównanie wyników

rysunki z pracy [6]



moje rysunki w
Mathematica



rysunki z pracy [6]

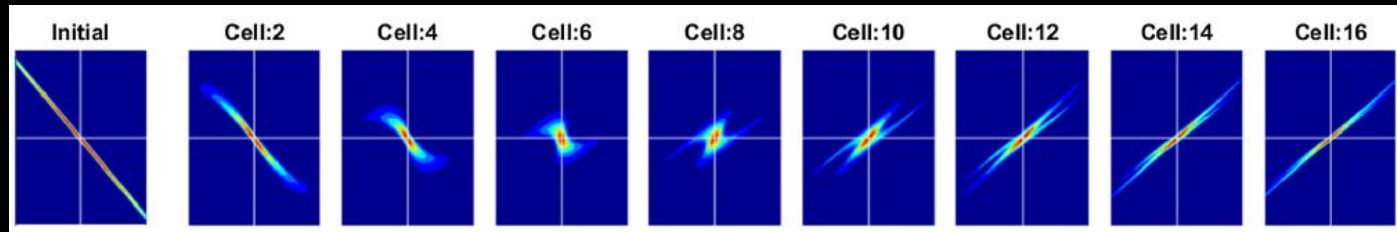


moje rysunki w
Mathematica

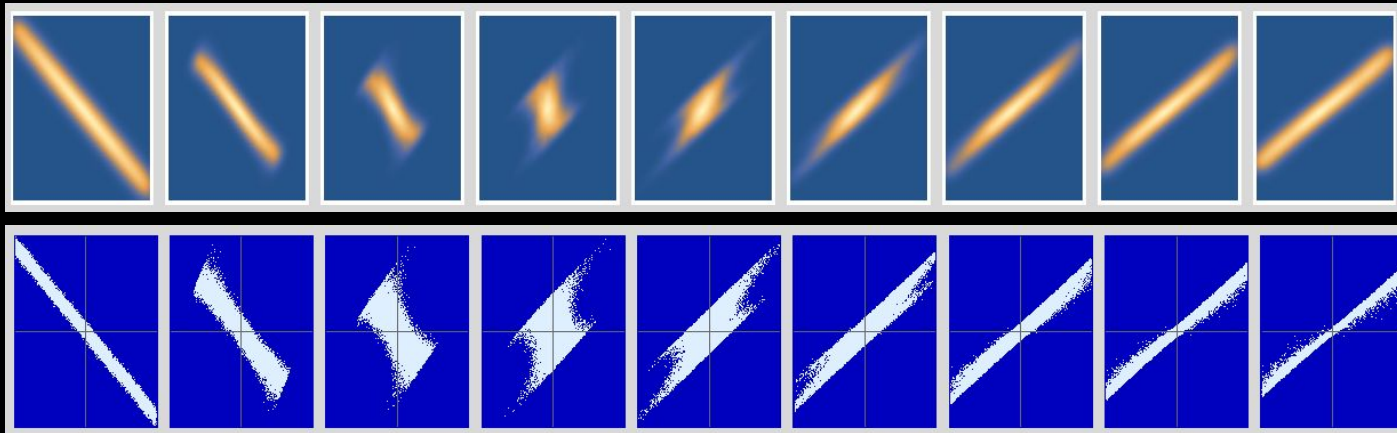


Porównanie wyników

rysunki z pracy [6]

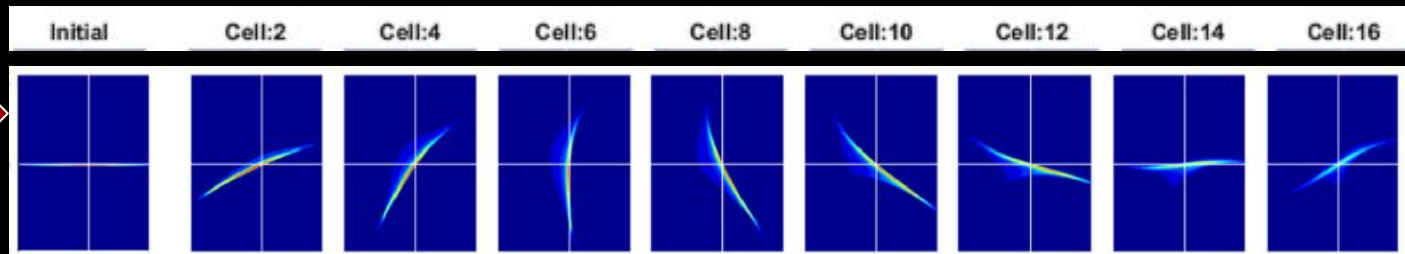


moje rysunki w
Mathematica

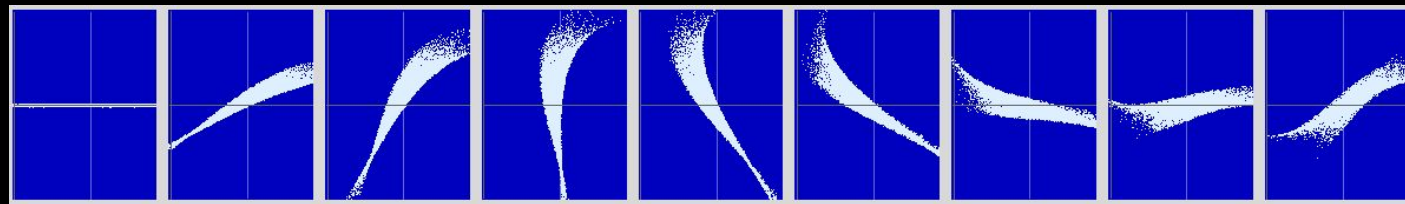


Porównanie wyników

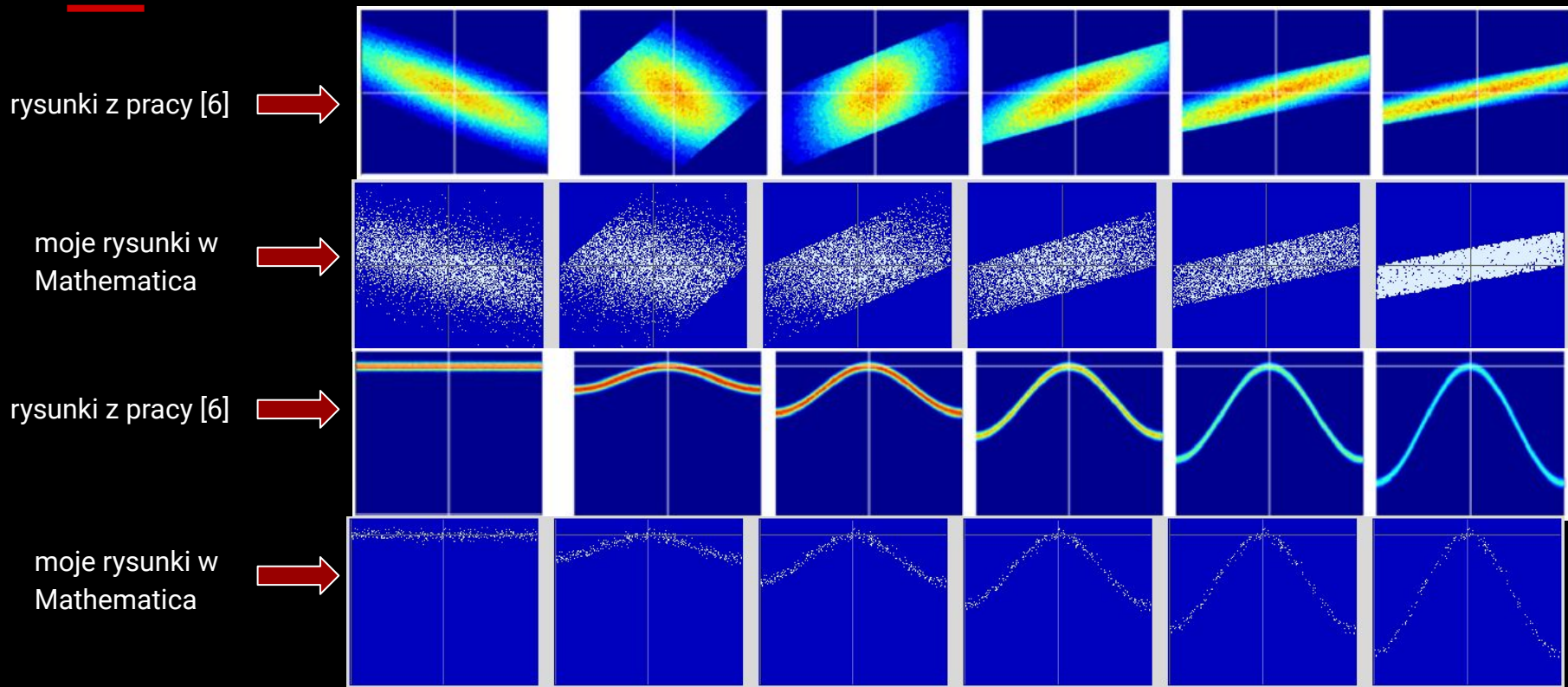
rysunki z pracy [n]



moje rysunki w
Mathematica



Porównanie wyników



Stabilność rozwiązań

Pokazany algorytm śledzenia zachowuje energię systemu na długich dystansach. Wiele metod numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych tej własności nie mają, w wyniku czego dają one rozwiązania niefizyczne. Głębiej różnice pomiędzy metodami symplektycznymi (zachowującymi energię) i niesymplektycznymi wyjaśniłem w swojej pracy licencjackiej.

Podsumowanie



W tej prezentacji przedstawiłem skrótowo wiele ważnych pojęć w fizyce dielektrycznych akceleratorów laserowych oraz pokazałem wyniki symulacji ruchu elektronów w symetrycznej strukturze DLA. W mojej pracy licencjackiej omawiam te pojęcia oraz szczegóły symulacji znacznie głębiej. Mam nadzieję, że moja praca posłuży przewodnikiem dla studentów, które będą chcieli dołączyć do pracy nad DLA.

Praca nad stworzeniem dielektrycznego akceleratora na chipie nadal trwa i wiele jednostek badawczych są zaangażowane w ten proces.

Polecam filmiki:

<https://youtu.be/V89qvy8whxY>

<https://youtu.be/kG1TUhYLAeM>

Literatura

- [1] A. Chao. Lecture notes on topics in accelerator physics. Technical Report SLAC-PUB-9574, Stanford University (Stanford, CA, USA), 2002.
- [2] Richard K. Cooper and Michael E. Jones. *The Physics of Codes*, pages 233–255. Springer US, Boston, MA, 1988.
- [3] CST. CST Studio Suite.
- [4] Wolfram Research, Inc. Mathematica, Version 10.
- [5] Matlab, 2016.
- [6] Uwe Niedermayer, Thilo Egenolf, and Oliver Boine-Frankenheim. Beam dynamics analysis of dielectric laser acceleration using a fast 6D tracking scheme. *Physical Review Accelerators and Beams*, 20(11):111302, 2017.

- [7] Uwe Niedermayer, Thilo Egenolf, Oliver Boine-Frankenheim, and Peter Hommelhoff. Alternating-phase focusing for dielectric-laser acceleration. *Physical review letters*, 121(21):214801, 2018.
- [8] WKH Panofsky and WA Wenzel. Some considerations concerning the transverse deflection of charged particles in radio-frequency fields. *Review of Scientific Instruments*, 27(11):967–967, 1956.
- [9] J. B. Rosenzweig. *Fundamentals of Beam Physics*. Oxford University Press, September 2003.
- [10] Levi Schächter. *Beam-Wave Interaction in Periodic and Quasi-Periodic Structures*. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [11] Stephen Judson Smith and EM Purcell. Visible light from localized surface charges moving across a grating. *Physical Review*, 92(4):1069, 1953.

- [12] Andrzej Szczepkowicz. Application of transfer matrix and transfer function analysis to grating-type dielectric laser accelerators: Ponderomotive focusing of electrons. *Physical Review Accelerators and Beams*, 20(8):081302, 2017.
- [13] Andrzej Szczepkowicz. Electron dynamics in grating-type dielectric laser accelerators: Particle transfer function, generalized acceleration/deflection gradients and panofsky–wenzel theorem. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 909:217–220, 2018.

Dziękuję za uwagę!