

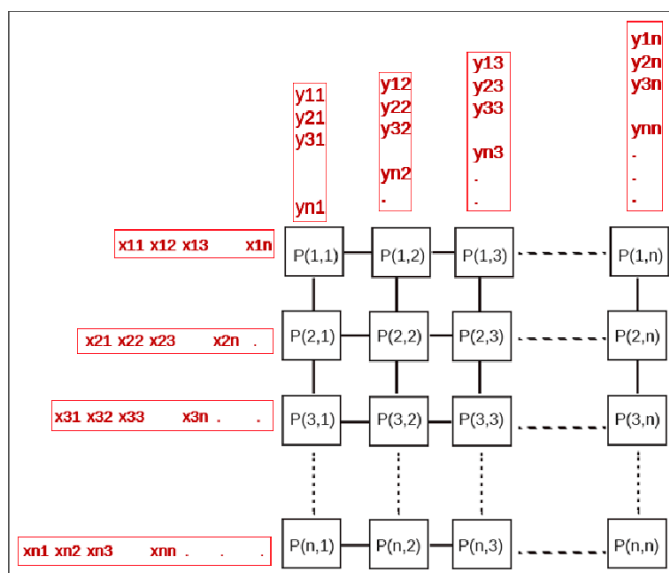
# Paralelní a distribuované algoritmy

## Mesh Multiplication

**Autor:** Dominik Švač (xsvacd00)

### 1. Popis algoritmu

Mesh Multiplication je paralelný algoritmus na násobenie matíc. Využíva sa  $n \times m$  procesorov, pričom  $n$  sú riadky výslednej matice a  $m$  sú stĺpce výslednej matice. Každý procesor sa stará o jednu hodnotu výsledku. Procesory sú mriežkovito poprepávané, ako je to znázornené na nasledujúcom obrázku 1. Prvky prvej matice A vchádzajú do mriežky z ľava do prava. Prvky druhej matice B vchádzajú do mriežky z hora dole. Prvky nie sú privádzané súčasne, ale sú vždy o jedno miesto posunuté. Každý procesor obashuje jeden register C, ktorý na začiatku má hodnotu 0. Ak procesor obdrží obe hodnoty (z matice A aj B) tak ich vynásobí a výsledok pripočíta z registru C. Hodnotu z matice A pošle procesoru, ktorý je na pravo od neho a hodnotu z matice B pošle procesoru, ktorý je na dol od neho.



Obrázok 1 [1]

### 2. Rozbor a analýza algoritmu

Počet procesorov potrebných na výpočet tohto algoritmu závisí od výslednej matice.

Priestorová zložitosť  $p(n)$  je:

$$p(n) = O(n^2)$$

Prvky  $a_{m1}$  a  $b_{1k}$  potrebujú  $m+k+n-2$  krokov, aby sa dostali k poslednému procesoru  $p(m,k)$

Časová zložitosť  $t(n)$  algoritmu je lineárna.

$$t(n) = O(n)$$

Výsledná cena  $c(n)$  je tak daná:

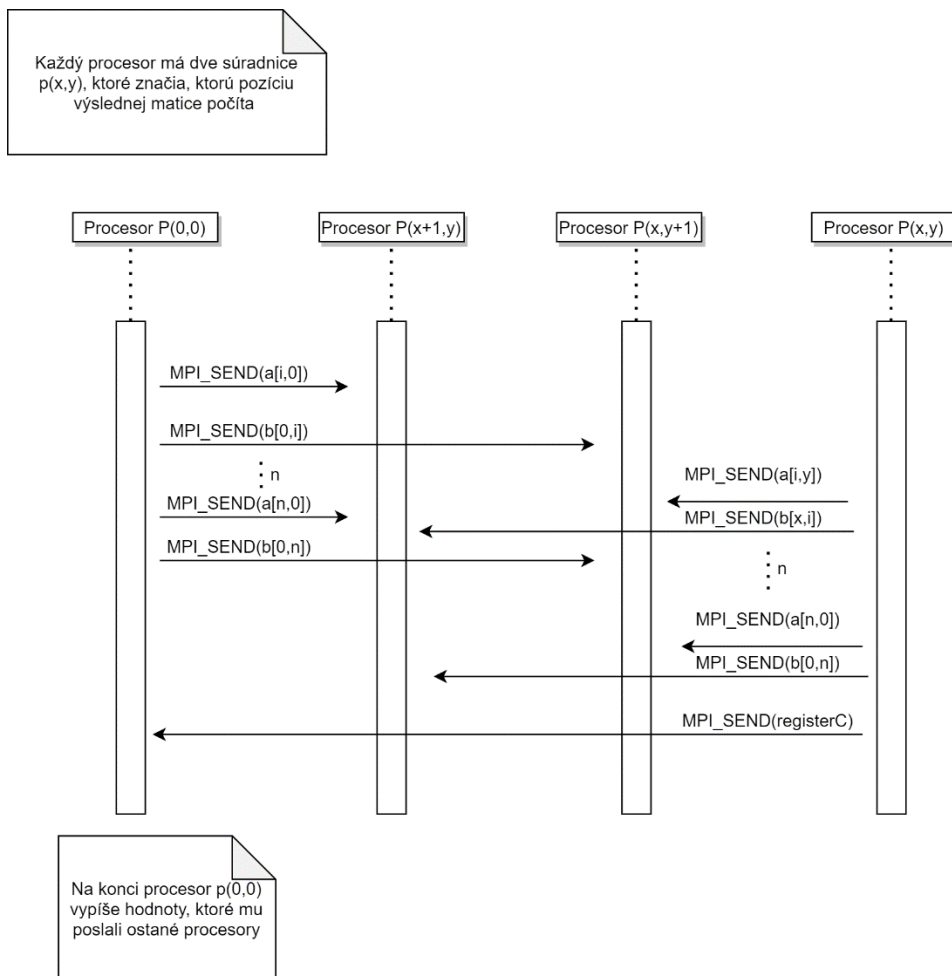
$$c(n) = t(n) \times p(n) = O(n^3)$$

### 3. Implementácia

Algoritmus bol implementovaný v jazyku C++ s knižnicou *Open MPI*. Program načítava dva súbory, *mat1*, ktorý obsahuje hodnoty prvej matice a *mat2* s hodnotami druhej matice. Na začiatku si každý procesor vypočíta veľkosť matíc a následne z toho svoj index  $i$  a  $j$  vo výslednej matici. Procesory, ktoré majú index  $i$  rovný nule, načítajú z prvej matice postupne riadok  $i$ . Následne čakajú na správu od procesu  $p(i, j-1)$ . Procesory, ktoré majú index  $j$  rovný nule, načítajú z prvej matice postupne stĺpec  $j$ . Následne čakajú na správu od procesu  $p(i-1, j)$ . Ostatné procesory  $p(i, j)$  čakajú na obe správy, od procesorov  $p(i, j-1)$  a  $p(i-1, j)$ . Každý procesor po obdržaní oboch hodnôt pripočíta k svojej premennej *registerC* hodnotu  $(a*b)$ , pričom  $a$  je hodnota od  $p(i, j-1)$  a  $b$  je hodnota od  $p(i-1, j)$ . Hodnoty, ktoré procesor obdržal pošle ďalej procesorom, hodnotu  $a$  pošle procesoru  $p(i, j+1)$  a hodnotu  $b$  pošle procesoru  $p(i+1, j)$ . Po poslaní všetkých hodnôt má každý procesor v svojej premennej *registerC* výslednú hodnotu matice. Následne každý procesor pošle prvému procesoru svoju vypočítanú hodnotu, aby mohol prvý proces všetky výsledky vypísať.

### 4. Komunikačný protokol

Procesory v tomto algoritme komunikujú pomocou správ. Posielajú si tak hodnoty matíc. Každý procesor  $p(i, j)$  posielá hodnoty matíc procesorom  $p(i+1, j)$  a  $p(i, j+)$ . Detailnejšie je komunikácia popísaná v nasledujúcom sekvenčnom diagrame.



## 5. Experimenty

Nasledujúca tabuľka zobrazuje jednotlivé merania, z ktorých sa následne vytvoril graf. Nasledujúce hodnoty sú v mikrosekundách ( $\mu\text{s}$ ).

| Počet procesorov | 4        | 6        | 9        | 12       | 16       |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Meranie číslo 1  | 1744,46  | 2118,02  | 2007,33  | 1859,62  | 3694,42  |
| Meranie číslo 2  | 1483,92  | 1595,3   | 2162,86  | 2186,04  | 2875,91  |
| Meranie číslo 3  | 1455,68  | 1724,06  | 2465,57  | 1970,2   | 3958,23  |
| Meranie číslo 4  | 1307,04  | 2182,55  | 1879,02  | 2112,35  | 4132,82  |
| Meranie číslo 5  | 1432,37  | 1714,2   | 2169,89  | 2479,49  | 3492,58  |
| Meranie číslo 6  | 1352,66  | 1884,65  | 1629,62  | 2393,7   | 3468,58  |
| Meranie číslo 7  | 1327     | 1717,02  | 2111,35  | 2521     | 2728,64  |
| Meranie číslo 8  | 1541,48  | 1697,18  | 2298,27  | 2130,78  | 3273,73  |
| Meranie číslo 9  | 1303,86  | 1898,4   | 2416,7   | 2326,69  | 3469,22  |
| Meranie číslo 10 | 1279,14  | 1898,73  | 2098,53  | 2384,89  | 3129,19  |
| Meranie číslo 11 | 1561,58  | 2286,76  | 2136,35  | 2810,14  | 2856,68  |
| Meranie číslo 12 | 1387,87  | 1866,88  | 2189,01  | 1832,91  | 3305,13  |
| Meranie číslo 13 | 1243,36  | 1938,9   | 1923,12  | 2515,48  | 3016,97  |
| Meranie číslo 14 | 1434,39  | 2389,94  | 1667,6   | 2380,46  | 2458,34  |
| Meranie číslo 15 | 1362,42  | 2218,8   | 2107,02  | 2000,56  | 3232,29  |
| Priemer          | 1414,482 | 1942,093 | 2084,149 | 2260,287 | 3272,849 |



## 6. Záver

Graf sa mierne líši od skutočnosti. Teoretická časová zložitosť by mala byť lineárna. Algoritmus bol testovaný na školskom servere merlin.

## 7. Referencie

[1] Two matrices multiplication using Mesh Algorithm | Download Scientific Diagram. ResearchGate | Find and share research [online]. Copyright © 2008 [cit. 19.04.2021]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/figure/Two-matrices-multiplication-using-Mesh-Algorithm\\_fig2\\_321257451](https://www.researchgate.net/figure/Two-matrices-multiplication-using-Mesh-Algorithm_fig2_321257451)