INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina
Câmpus
São José

Trabalho Final - Sinais e Sistemas II

Transformada Z

Arthur Cadore Matuella Barcella

09 de dezembro de 2023

Sumário

1 Questão a ser desenvolvida:

Considere um sistema linear e invariante no tempo com condições iniciais $y[-1] = 1$ e $y[-2] = 1$ e descrito pela equação de diferença abaixo:

$y[n] + y[n-1] + 0.21y[n-2] = x[n]$

Considerando os sinais de entrada $x[n] = (1 - 0.8^n)u[n]$

Determine os seguintes itens:

1. Determine a expressão da função de transferência do sistema (cálculo)
2. Represente graficamente o sistema no plano z. Verifique e justifique a estabilidade do sistema.
3. Determine a expressão da resposta ao impulso do sistema (cálculo e via simulação).
4. Represente graficamente a resposta ao impulso do sistema.
5. Determine a expressão da resposta em frequência do sistema (módulo e fase).
6. Represente graficamente a resposta em frequência do sistema (módulo e fase).
7. Represente graficamente o sinal de entrada.
8. Determine a transformada z do sinal de entrada (via tabela/propriedades/definição e via simulação).
9. Represente o sinal de entrada no plano z.
10. Determine a TZ da resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições iniciais nulas. Represente-a no plano z.
11. Determine a expressão da resposta do sistema ao sinal de entrada.
12. Identifique a componente homogênea e a componente particular na expressão da resposta do sistema.
13. Identifique a componente transitória e a componente estacionária na expressão da resposta do sistema.
14. Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada.
15. Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter.
16. Admita agora as condições iniciais não nulas. Determine o sinal xCI[n] que, colocado na entrada do sistema com condições iniciais nulas, provoca uma resposta equivalente à stência das condições iniciais.
17. Determine a TZ da resposta do sistema às condições iniciais.
18. Determine a expressão da resposta do sistema às condições iniciais.
19. Determine a resposta complete do sistema admitindo condições iniciais não nulas.
20. Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições iniciais não nulas.
21. Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter.

2 Desenvolvimento

2.1 Item 1 - Determine a expressão da função de transferência do sistema (cálculo):

$$y[n] + y[n-1] + 0,21Y[n-2] = x[n] \leftrightarrow \ Y[Z] + Z^{-1}Y[Z] + 0,21Z^{-2}[Z] = X[Z]$$

$$Y[Z] \cdot [1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}] = X[z]$$

$$\frac{Y[Z]}{X[Z]} = \frac{1}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} = \frac{Y[Z]}{X[Z]} = \frac{1}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} \cdot \frac{Z^2}{Z^2}$$

$$\frac{Y[Z]}{X[Z]} = \frac{Z^2}{Z^2 + Z + 0,21} = soma = 1, produto = 0,21 = [x' = -0,7][x'' = -0,3]$$

$$\frac{Y[Z]}{X[Z]} = \frac{Z^2}{(Z+0,3)(Z+0,7)} = H[Z] = \frac{Z^2}{(Z+0,3)(Z+0,7)} = \frac{H[Z]}{Z} = \frac{Z}{(Z+0,3)(Z+0,7)}$$

2.2 Item 2 - Represente graficamente o sistema no plano z. Verifique e justifique a estabilidade do sistema:

Para determinar a estabilidade do sistema, foi realizado o plot da função. Conforme se mostra na figura abaixo, o sistema é estável dado que todos os pólos do sistema estão contidos dentro do círculo unitário.

FONTE: Elaborado Pelo Autor

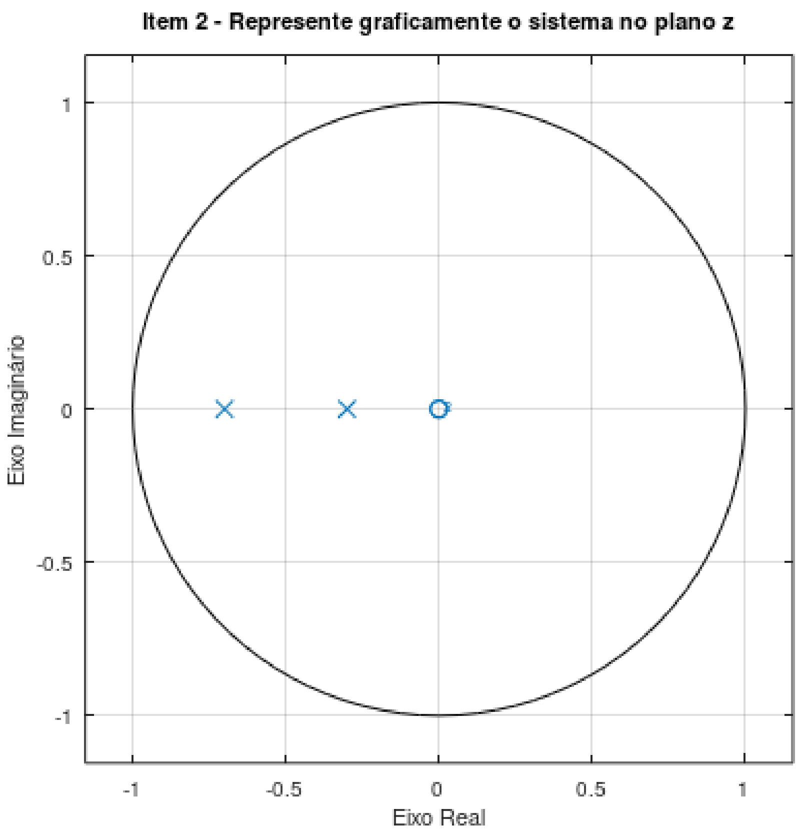

Figura 1: Plot Item 2

A imagem acima foi gerada através do seguinte script no Octave:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 2 - Represente graficamente o sistema no plano z:
% Definição dos vetores para o plot Z:
a = [1, 1, 0.21];
b = [1];

% Plotagem no plano Z:
zplane(b, a);

xlabel('Eixo Real');
ylabel('Eixo Imaginário');
title('Item 2 - Represente graficamente o sistema no plano z');
```

2.3 Item 3 - Determine a expressão da resposta ao impulso do sistema (cálculo e via simulação):

$$\frac{H[Z]}{Z} = \frac{Z}{(Z+0,3)(Z+0,7)} = \frac{A}{(Z+0,3)} + \frac{B}{(Z+0,7)}$$

Calculando A...

$$A = \frac{(-0,3)}{(-0,3)+0,7} = \frac{-0,3}{0,4} = \frac{-0,3}{0,4} \cdot \frac{10}{10} = \frac{-3}{4}$$

Calculando B...

$$B = \frac{(-0,7)}{(-0,7)+0,3} = \frac{-0,7}{-0,4} = \frac{0,7}{0,4} \cdot \frac{10}{10} = \frac{7}{4}$$

Retomando calculo do impulso:

$$\frac{H[Z]}{Z} = \left(\frac{-3}{4} \cdot \frac{1}{(Z+0,3)}\right) + \left(\frac{7}{4} \cdot \frac{1}{(Z+0,7)}\right)$$

$$H[Z] = \left(\frac{-3}{4} \cdot \frac{Z}{(Z+0,3)}\right) + \left(\frac{7}{4} \cdot \frac{Z}{(Z+0,7)}\right) \leftrightarrow H[n] = \frac{-3}{4}(-0,3^n)u[n] + \frac{7}{4}(-0,7^n)u[n]$$

$$H[n] = \left[\frac{-3}{4}(-0,3^n) + \frac{7}{4}(-0,7^n)\right] u[n]$$

Para verificar o calculo utilizei o seguinte script:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 3 - Determine a expressão da resposta ao impulso do sistema (cálculo e via simulação):

% Definição dos vetores para o plot Z:
a = [1, 1, 0.21];
b = [1];

[ r , p, k] = residuez(b, a)

% Resultado:

% R -> -0.75 | 1.75
```

```
% p -> -0,3 | -0,7

% k -> []
```

2.4 Item 4 - Represente graficamente a resposta ao impulso do sistema:

A representaçao da resposta ao impulso do sistema dado está abaixo:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

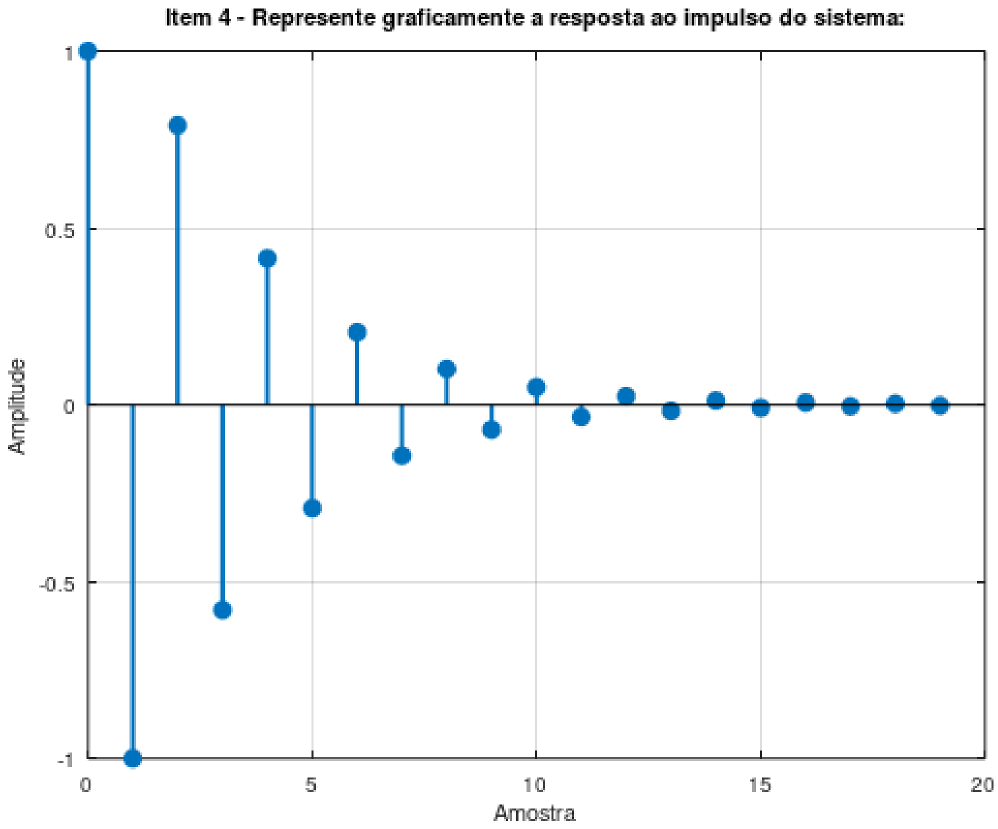

Figura 2: Plot Item 4

O script para realizar a plotagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 4 - Represente graficamente a resposta ao impulso do sistema:
% Definição dos vetores para o plot Z:
a = [1, 1, 0.21];
b = [1];

% Número de pontos a serem plotados
n = 20;

% Resposta ao impulso do sistema:
h = impz(b, a, n);

% Plot da resposta ao impulso usando a função stem
stem(0:n-1, h, 'filled', 'LineWidth', 1.5);

% Legenda do gráfico:
```

```
xlabel('Amostra');
ylabel('Amplitude');
title('Item 4 - Represente graficamente a resposta ao impulso do sistema:');

% Grade:
grid on;
```

2.5 Item 5 - Determine a expressão da resposta em frequência do sistema (módulo e fase):

Como já possuimos a função de transferência, a resposta em frequencia do sistema pode ser determinada diretamente através da seguinte transformação:

$$H[Z] = \frac{1}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} = H[\Omega]_{Z=e^{j\Omega}} = \frac{1}{1 + e^{-j\Omega} + 0,21e^{-2j\Omega}}$$

2.6 Item 6 - Represente graficamente a resposta em frequência do sistema (módulo e fase):

A representação gráfica da resposta em frequência do sistema está apresentada abaixo:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

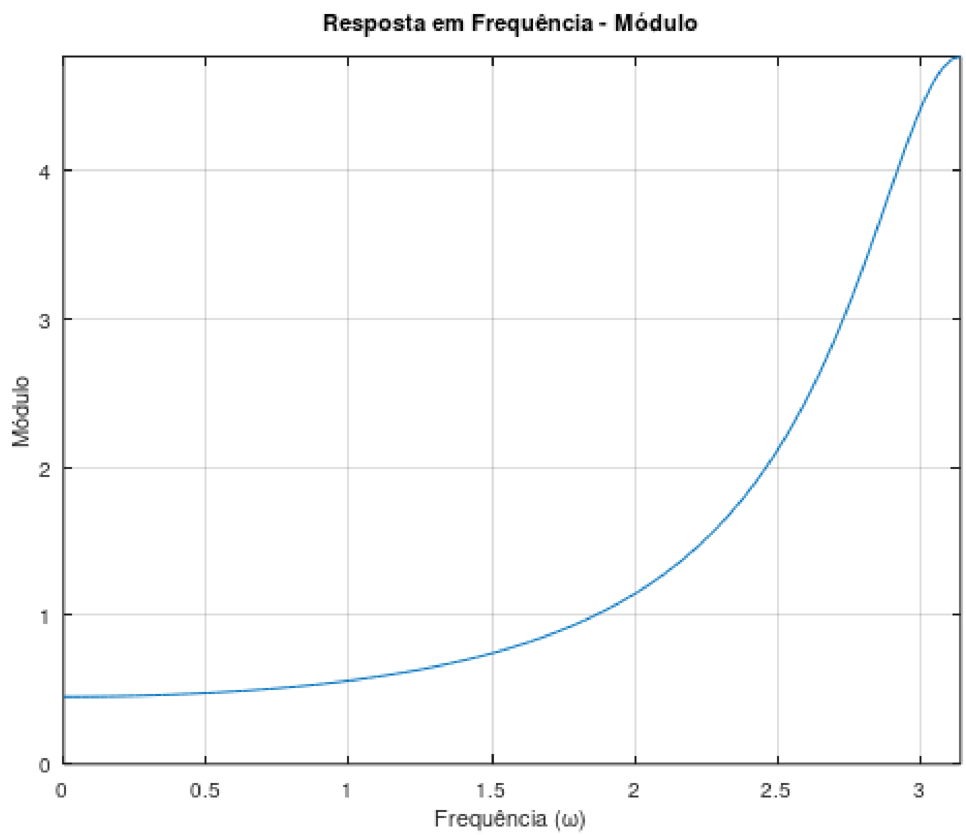

Figura 3: Plot Item 6 - Resposa em frequência (modulo)

FONTE: Elaborado Pelo Autor

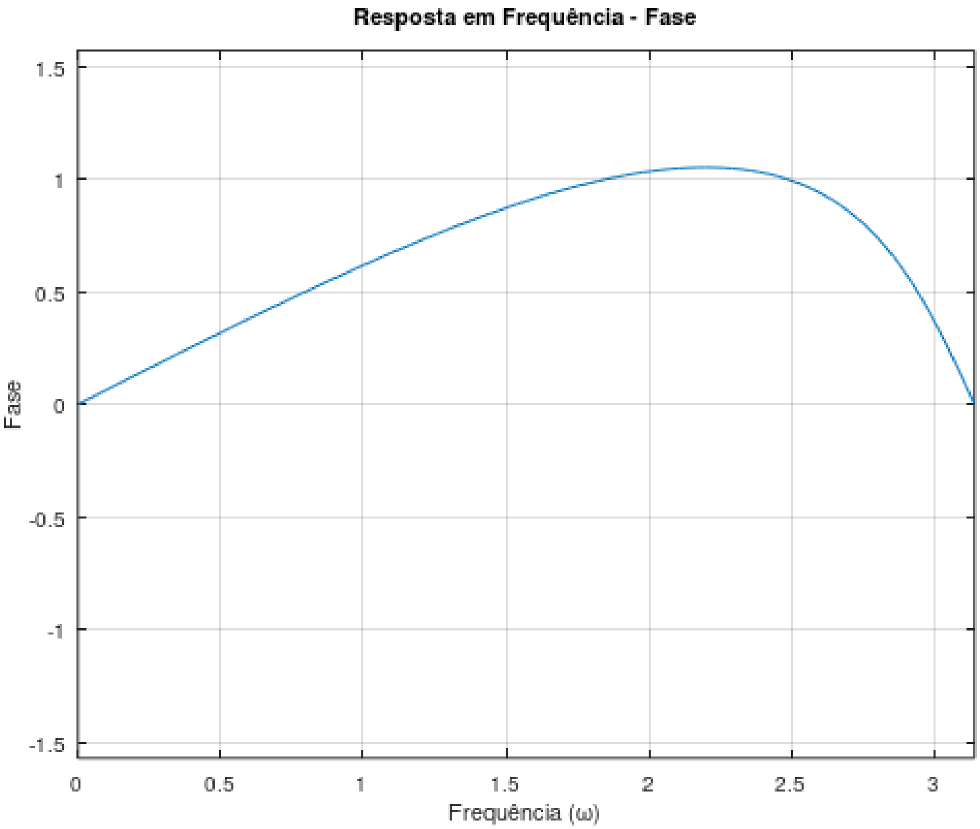

Figura 4: Plot Item 6 - Resposa em frequência (fase)

O script para realizar a plotagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 6 - Represente graficamente a resposta em frequência do sistema (módulo e fase):
% Definição dos vetores para o plot Z:
a = [1, 1, 0.21];
b = [1];

% Vetor de frequências de 0 a "pi" com passo de "pi/100":
w = 0:pi/100:pi;

% Resposta em frequência do sistema (módulo e fase):
[H, w] = freqz(b, a, w);

% Plot do módulo da resposta em frequência:
figure(1);
plot(w, abs(H));
grid on;

% Legenda do gráfico:
xlabel('Frequência (\omega)');
ylabel('Módulo');
title('Resposta em Frequência - Módulo');

% Ajustando os limites do gráfico:
axis([min(w) max(w) 0 max(abs(H))]);

% Plot da fase da resposta em frequência:
figure(2);
```

```
plot(w, angle(H));
grid on;

% Legenda do gráfico:
xlabel('Frequência (\omega)');
ylabel('Fase');
title('Resposta em Frequência - Fase');

% Ajustando os limites do gráfico:
axis([min(w) max(w) -pi/2 pi/2]);
```

2.7 Item 7 - Represente graficamente o sinal de entrada:

A representação para o sinal de entrada x[n] = $(1 - 0,8^n)$u[n] está abaixo (considerando "n"=20 amostras):

FONTE: Elaborado Pelo Autor

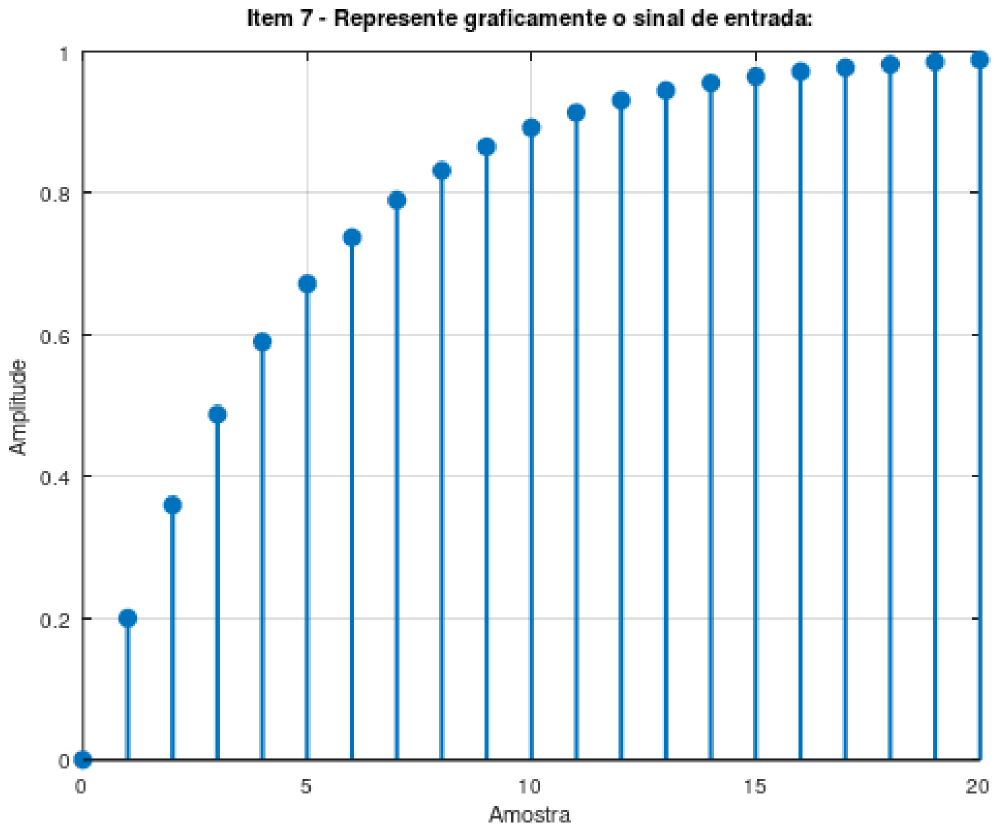

Figura 5: Plot Item 7

O script para realizar a plotagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 7 - Represente graficamente o sinal de entrada.:
% Número de pontos a serem plotados
n=20;

% Criando um vetor com as "N" posições:
vec=0:n;

% Criando o sinal de entrada baseado no vetor "vec":
```

```
x=(1-0.8.^(vec));

% Plot do sinal de entrada:
figure(1);
stem(vec,x,'filled', 'LineWidth', 1.5);

% Legenda do gráfico:
xlabel('Amostra');
ylabel('Amplitude');
title('Item 7 - Represente graficamente o sinal de entrada:');

grid on;
```

2.8 Item 8 - Determine a transformada z do sinal de entrada (via tabela/propriedades/-definição e via simulação):

$$x[n] = (1 - 0,8^n)u[n] = x[n] = 1u[n] - 0,8^n u[n]$$

Realizando as transformadas...

$$u[n] \leftrightarrow \frac{Z}{Z-1}$$

$$0,8^n u[n] \leftrightarrow \frac{Z}{Z-0,8}$$

Retomando o calculo:

$$x[n] = 1u[n] - 0,8^n u[n] \leftrightarrow X[Z] = \frac{Z}{Z-1} - \frac{Z}{Z-0,8} = X[Z] = \frac{Z}{Z-1} - \frac{Z}{Z-\frac{4}{5}}$$

Outra representação:

$$X[Z] = \left(\frac{Z}{Z-1}\right) \cdot \frac{\frac{1}{Z}}{\frac{1}{Z}} - \left(\frac{Z}{Z-\frac{4}{5}}\right) \cdot \frac{\frac{1}{Z}}{\frac{1}{Z}} = \frac{1}{1-\frac{1}{Z}} - \frac{1}{1-\frac{4}{5 \cdot Z}} = \frac{1}{1-Z^{-1}} - \frac{1}{1-0,8Z^{-1}}$$

Para confirmar o resultado do calculo, utilizei o script a seguir para verificar a transformada no octave. Como é possivel notar, a expressão bate com o calculo expresso acima para $\frac{1}{|Z|} < 1$:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

$$X = \begin{cases} \frac{z}{(z-1)(5z-4)} & \text{for } \frac{1}{|z|} < 1 \\ -\frac{5z}{5z-4} + \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} & \text{for } \frac{1}{|z|} < \frac{5}{4} \\ \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} \left(-4^n 5^{-n} + 1\right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Figura 6: Plot Item 8

O script para apresentar a imagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal
pkg load symbolic

```

```
% Item 8 - Determine a transformada z do sinal de entrada (via tabela/propriedades/definição e via
    simulação):

% Número de pontos a serem plotados
n=20;

% Utilizando a função ztrans para calcular a transformada Z do sinal:
syms n
X= simplify(ztrans(1-0.8^n))
```

2.9 Item 9 - Represente o sinal de entrada no plano z:

O sinal de entrada está representado abaixo no plano Z de maneira gráfica:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

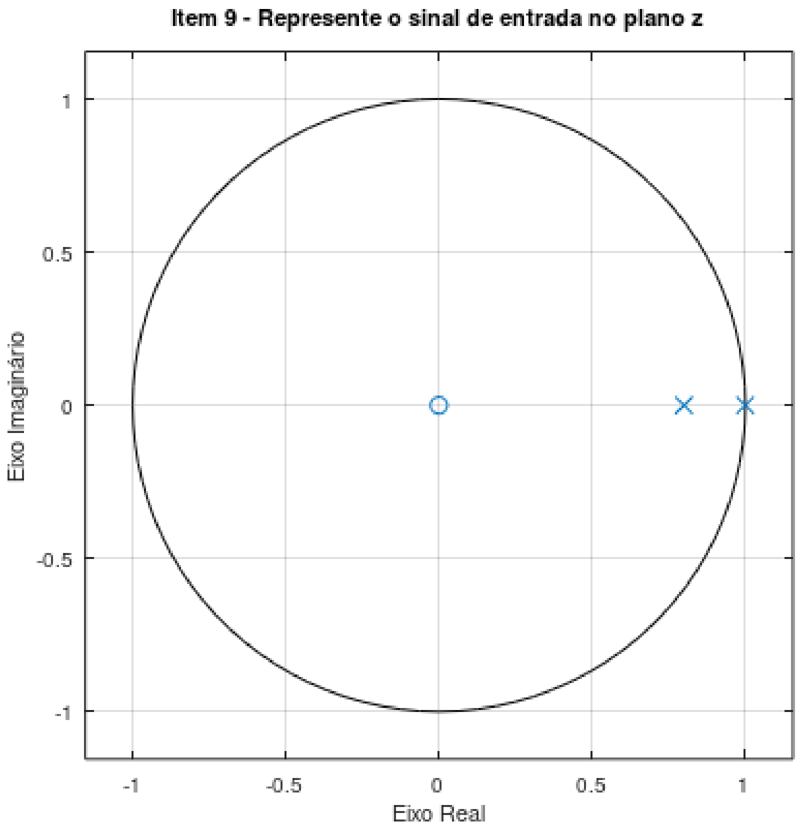

Figura 7: Plot Item 9

O script para apresentar a imagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

%Item 9 - Represente o sinal de entrada no plano z:
% Definição dos vetores para o plot Z:
a = poly([1 0.8]);
b = [0 0.2];

% Plotagem no plano Z:
zplane(b, a);

xlabel('Eixo Real');
ylabel('Eixo Imaginário');
```

```
title('Item 9 - Represente o sinal de entrada no plano z');
```

2.10 Item 10 - Determine a TZ da resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições iniciais nulas. Represente-a no plano z:

$$Y[Z] = H[Z] \cdot X[Z] = Y[Z] = \frac{1}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} \cdot \left(\frac{1}{1 - Z^{-1}} - \frac{1}{1 - 0,8Z^{-1}} \right)$$

$$\frac{1}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} \cdot \left(\frac{1}{1 - Z^{-1}} - \frac{1}{1 - 0,8Z^{-1}} \right) = \frac{1}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} \cdot \left(\frac{(1 - 0,8Z^{-1}) - (1 - Z^{-1})}{(1 - Z^{-1}) \cdot (1 - 0,8Z^{-1})} \right)$$

$$\frac{1}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} \cdot \frac{1 - 0,8Z^{-1} - 1 - Z^{-1}}{(1 - Z^{-1}) \cdot (1 - 0,8Z^{-1})} = \frac{0,2Z^{-1}}{(1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}) \cdot (1 - Z^{-1}) \cdot (1 - 0,8Z^{-1})}$$

$$\frac{0,2Z^{-1}}{(1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}) \cdot (1 - Z^{-1}) \cdot (1 - 0,8Z^{-1})} = \frac{0,2Z^{-1}}{[(1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2})\frac{Z^2}{Z^2}] \cdot (1 - Z^{-1}) \cdot (1 - 0,8Z^{-1})}$$

$$\frac{0,2Z^{-1}}{[(1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2})\frac{Z^2}{Z^2}] \cdot (1 - Z^{-1}) \cdot (1 - 0,8Z^{-1})} = \frac{0,2Z^{-1}}{(Z^2 + Z + 0,21) \cdot (1 - Z^{-1}) \cdot (1 - 0,8Z^{-1})}$$

$$X^2 + X + 0,21 = 0 \rightarrow [X' = -0,3]||[X'' = -0,7]$$

$$Y[Z] = \frac{A}{(1 + 0,3Z^{-1})} + \frac{B}{(1 + 0,7Z^{-1})} + \frac{C}{(1 - Z^{-1})} + \frac{D}{(1 - 0,8Z^{-1})}$$

A partir da equação acima, é possivel realizar um plot com a função "zplane"e determinar a estabilidade do sistema:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

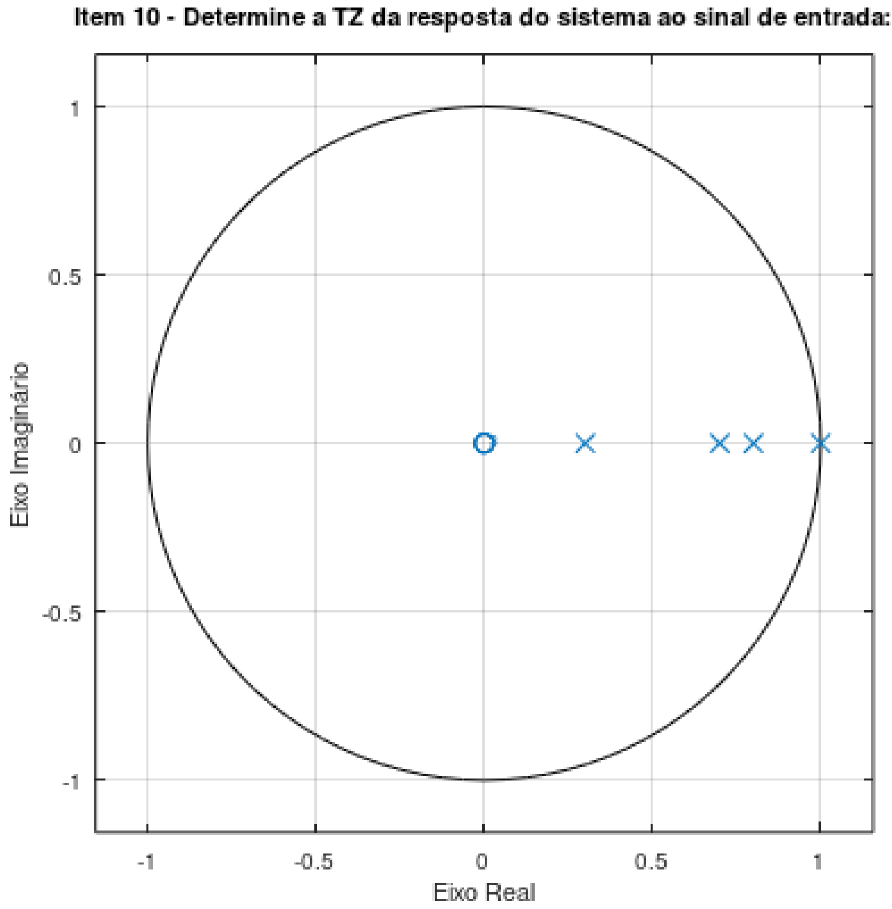

Figura 8: Plot Item 10

O script para apresentar a imagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

%Item 10 - Determine a TZ da resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições iniciais
     nulas. Represente-a no plano z:

a = poly([0.3, 0.7, 1, 0.8]);
b = [0 0.2];

% Plotagem no plano Z:
zplane(b, a);

xlabel('Eixo Real');
ylabel('Eixo Imaginário');
title('Item 10 - Determine a TZ da resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições
    iniciais nulas. Represente-a no plano z');
```

2.11 Item 11 - Determine a expressão da resposta do sistema ao sinal de entrada:

$$Y[Z] = \frac{A}{(1+0,3Z^{-1})} + \frac{B}{(1+0,7Z^{-1})} + \frac{C}{(1-Z^{-1})} + \frac{D}{(1-0,8Z^{-1})}$$

Calculando A...

$$A = \frac{0,2(\frac{-1}{0,3})}{(1+0,7(\frac{-1}{0,3}))(1-(\frac{-1}{0,3}))(1-0,8(\frac{-1}{0,3}))} = \frac{\frac{-0,2}{0,3}}{(1+\frac{-0,7}{0,3})(1+\frac{1}{0,3})(1+\frac{0,8}{0,3})} = \frac{-0,2}{-6,3555} = 0,03146$$

Calculando B...

$$B = \frac{0,2(\frac{-1}{0,7})}{(1+0,3\frac{-1}{0,7}))(1-(\frac{-1}{0,7}))(1-0,8(\frac{-1}{0,7}))} = \frac{\frac{-0,2}{0,7}}{(1+\frac{-0,3}{0,7})(1+\frac{1}{0,7})(1+\frac{0,8}{0,7})} = \frac{-0,2}{2,08163} = -0,09607$$

Calculando C...

$$C = \frac{0,2(1)}{(1+0,7(1))(1+0,3(1))(1-0,8(1))} = \frac{0,2}{(1+0,7)(1+0,3)(1-0,8))} = \frac{0,2}{0,442} = 0,45248$$

Calculando D...

$$D = \frac{0,2(\frac{1}{0,8})}{(1+0,3(\frac{1}{0,8}))(1+0,7(\frac{1}{0,8})(1-(\frac{1}{0,8}))} = \frac{\frac{0,2}{0,8}}{(1+(\frac{0,3}{0,8}))(1+(\frac{0,7}{0,8}))(1-\frac{1}{0,8})} = \frac{-0,2}{0,515625} = -0,38787$$

Retomando o calculo:

$$Y[Z] = \frac{0,03146}{(1+0,3Z^{-1})} + \frac{-0,09607}{(1+0,7Z^{-1})} + \frac{0,45248}{(1-Z^{-1})} + \frac{-0,38787}{(1-0,8Z^{-1})}$$

Realizando a transformada Y[Z] $\leftrightarrow$ y[n] temos que:

$$y[n] = 0,03146 \cdot (-0,3^n)u[n] - 0,09607 \cdot (-0,7^n)u[n] + 0,45248 \cdot (1^n)u[n] - 0,38787 \cdot (0,8^n)u[n]$$

ou

$$y[n] = [0,03146(-0,3^n) - 0,09607(-0,7^n) + 0,45248 - 0,38787(0,8^n)] \cdot u[n]$$

```
pkg load control
pkg load signal
pkg load symbolic

% Item 11 - Determine a expressão da resposta do sistema ao sinal de entrada:

% Definição dos vetores para o plot Z:
a = poly([-0.3, -0.7, 1, 0.8]);
b = [0 0.2];

[ r , p, k] = residuez(b, a)
% Resultado:

% R -> 0.0314685 | -0.0960784 | 0.452489 | -0.387879
% p -> -0.3 | -0,7 | 1 | 0.8
% k -> []

% Verificar a transformada inversa de Z:
syms z;
```

```
iztrans(r(1)/(1 - p(1)*z.^(-1)) - r(2)/(1 - p(2)*z.^(-1)) + r(3)/(1 - p(3)*z.^(-1)) + r(4)/( 1 - p
    (4)*z.^(-1)))
```

2.12 Item 12 - Identifique a componente homogênea e a componente particular na expressão da resposta do sistema:

Devido a componente homogênea estar associada aos pólos do sistema, e a componente particular estar associada aos polos do sinal de entrada, dessa forma temos:

$$y[n] = 0,03146 \cdot (-0,3^n)u[n] - 0,09607 \cdot (-0,7^n)u[n] + 0,45248 \cdot (1^n)u[n] - 0,38787 \cdot (0,8^n)u[n]$$

$$y[n] = \underbrace{0,03146 \cdot (-0,3^n)u[n] - 0,09607 \cdot (-0,7^n)u[n]}_{\text{Componente homogênea}} + \underbrace{0,45248 \cdot (1^n)u[n] - 0,38787 \cdot (0,8^n)u[n]}_{\text{Componente particular}}$$

2.13 Item 13 - Identifique a componente transitória e a componente estacionária na expressão da resposta do sistema:

Devido a componente transitória estar associada aos polos contidos dentro do circulo unitário, enquanto que, a componente estacionária está associada com os polos contidos sobre o circulo, temos que:

$$y[n] = \underbrace{0,03146 \cdot (-0,3^n)u[n] - 0,09607 \cdot (-0,7^n)u[n]}_{\text{Componente transitória}} + \underbrace{0,45248 \cdot (1^n)u[n]}_{\text{Componente estacionária}} - \underbrace{0,38787 \cdot (0,8^n)u[n]}_{\text{Componente transitória}}$$

Como é possivel notar abaixo no plot do item 10:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

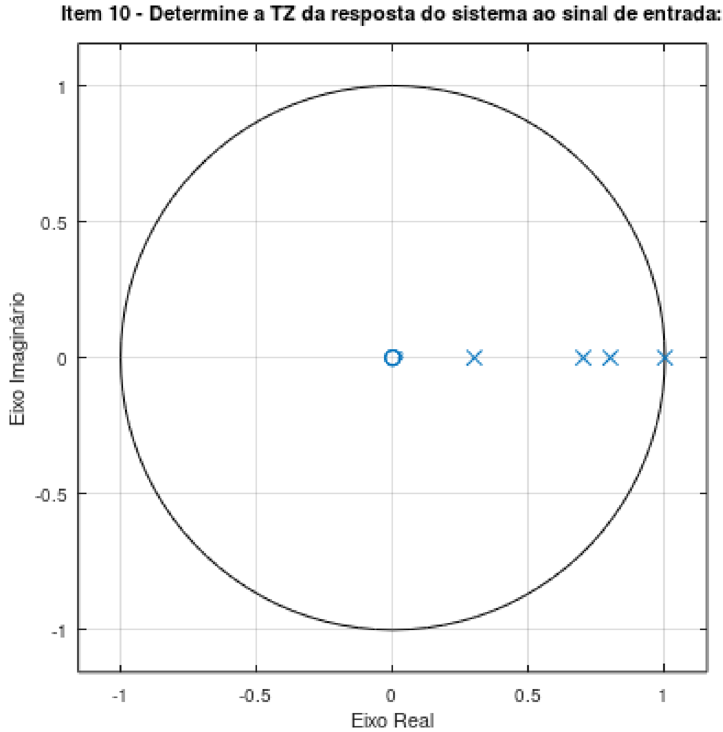

Figura 9: Plot Item 10

2.14 Item 14 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada:

A representação da resposta do sistema ao sinal de entrada está abaixo:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

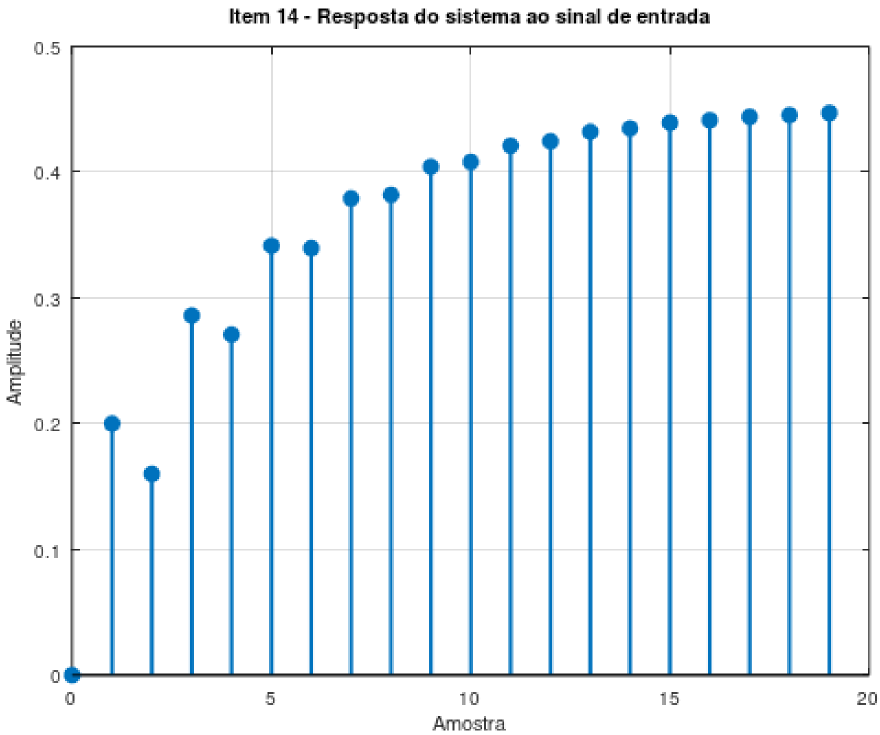

Figura 10: Plot Item 14

O script para apresentar a imagem acima esta descrito abaixo:

$$y[n] = 0,03146 \cdot (-0,3^n)u[n] - 0,09607 \cdot (-0,7^n)u[n] + 0,45248 \cdot (1^n)u[n] - 0,38787 \cdot (0,8^n)u[n]$$

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 14 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada:

% Número de pontos a serem plotados:
n = 20;

% Criando um vetor com as "N" posições:
vec = 0:(n-1);

% Criando o sinal de entrada baseado no vetor "vec":
x = 0.03146 * (-0.3).^vec - 0.09607 * (-0.7).^vec + 0.45248 - 0.38787 * (0.8).^vec;

figure(1);
stem(vec, x, 'filled', 'LineWidth', 1.5)

xlabel('Amostra');
ylabel('Amplitude');
title('Item 14 - Resposta do sistema ao sinal de entrada');

grid on;
```

2.15 Item 15 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter:

A representação da resposta do sistema ao sinal de entrada usando a função "filter"está abaixo:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

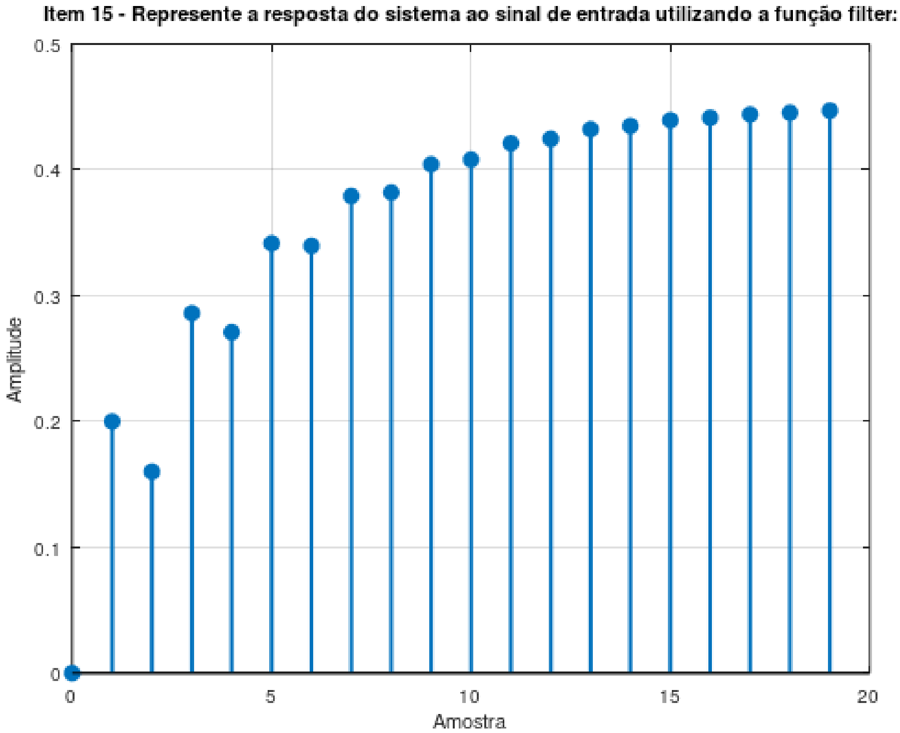

Figura 11: Plot Item 15

O script para apresentar a imagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 15 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter:

% Número de pontos a serem plotados:
n = 20;

% Criando um vetor com as "N" posições:
vec = 0:(n-1);

% Definição dos vetores de H[z]:
a = [1 1 0.21];
b = [1];

% Equação do sinal de entrada:
x = 1 - 0.8.^(vec);

% Aplicação da função filter:
y = filter(b, a, x);

figure(1);
stem(vec, y, 'filled', 'LineWidth', 1.5)

xlabel('Amostra');
ylabel('Amplitude');
title('Item 15 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter:'
    );

grid on;
```

2.16 Item 16 - Admita agora as condições iniciais não nulas. Determine o sinal xCI[n] que, colocado na entrada do sistema com condições iniciais nulas, provoca uma resposta equivalente à stência das condições iniciais:

$$Y[Z] + (Y[-1] + Z^{-1}Y[Z]) + 0,21(Y[-2] + Z^{-1}Y[-1] + Z^{-2}Y[Z]) = X[Z]$$

$$Y[Z] + Y[-1] + Z^{-1}Y[Z] + 0,21Y[-2] + 0,21Z^{-1}Y[-1] + 0,21Z^{-2}Y[Z]) = X[Z]$$

$$Y[Z] \cdot (1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}) + (Y[-1] + 0,21Y[-2] + 0,21Z^{-1}Y[-1]) = X[Z]$$

$$Y[Z] \cdot (1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}) = -Y[-1] - 0,21Y[-2] - 0,21Z^{-1}Y[-1] + X[Z]$$

$$Y[Z] \cdot (1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}) = -1 - 0,21 - 0,21Z^{-1} + X[Z]$$

$$Y[Z] = \frac{X[Z]}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} + \frac{-1,21 - 0,21Z^{-1}}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}}$$

Sendo assim, os valores de xCI[Z] são:

$$X_{CI}[z] = -1,21 - 0,21Z^{-1}$$

Desta forma, obtemos o valor de xCI[n]:

$$x_{CI}[n] = -1,21\delta[n] - 0,21\delta[n-1]$$

Para verificar a conta apresentada acima, utilizei o seguinte script:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 15 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter:

% Definição dos vetores de H[z]:
a = [1 1 0.21];
b = [1];

% Aplicação da função filter:
y = [1 1];
r = filtic(b, a, y)

% Resposta:
% r(1) = -1.21 | r(2) = -0.21
```

2.17 Item 17 - Determine a TZ da resposta do sistema às condições iniciais:

A transformada Z pode ser obtida imediatamente através da equação apresentada no item anterior:

$$Y_{xCI}[Z] = \frac{-1,21 - 0,21Z^{-1}}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}}$$

2.18 Item 18 -Determine a expressão da resposta do sistema às condições iniciais:

$$Y_{xCI}[Z] = \frac{-1,21 - 0,21Z^{-1}}{1 + Z^{-1} + 0,21Z^{-2}} = \frac{-1,21 - 0,21Z^{-1}}{(1 + 0,3Z^{-1})(1 + 0,7Z^{-1})} = \frac{A}{(1 + 0,3Z^{-1})} + \frac{B}{1 + 0,7Z^{-1}}$$

Calculando A...

$$A = \frac{-1,21 - 0,21(\frac{-1}{0,3})}{1 + 0,7(\frac{-1}{0,3})} = \frac{0,51}{1,333} = 0,3825$$

Calculando B...

$$B = \frac{-1,21 - 0,21(\frac{-1}{0,7})}{1 + 0,3(\frac{-1}{0,7})} = \frac{-0,91}{0,57142} = -1,5925$$

Retomando o calculo:

$$Y[Z] = \frac{0,3825}{(1 + 0,3Z^{-1})} + \frac{-1,5925}{1 + 0,7Z^{-1}}$$

Realizando a transformada Y[Z] $\leftrightarrow$ y[n] temos que:

$$y[n] = 0,3825(-0,3^n)u[n] - 1,5925(-0,7^n)u[n]$$

Para verificar a equação acima, utiliza-se o seguinte script:

```
pkg load control
pkg load signal
pkg load symbolic

% Item 18 - Determine a expressão da resposta do sistema às condições iniciais:

% Definição dos vetores para o plot Z:
a = [1, 1, 0.21];
b = [-1.21 -0.21];

[ r , p, k] = residuez(b, a)

% Resultado:

% R -> 0.3825 | -1.5925

% p -> -0,3 | -0,7

% k -> []

% Verificar a transformada inversa de Z:
syms z;
iztrans(r(1)/(1 - p(1)*z.^(-1)) + r(2)/(1 - p(2)*z.^(-1)))
```

2.19 Item 19 -Determine a resposta completa do sistema admitindo condições iniciais não nulas:

$$y[n] = [0,031(-0,3^n) - 0,096(-0,7^n) + 0,452 - 0,387(0,8^n)] \cdot u[n] + [0,382(-0,3^n) - 1,592(-0,7^n)] \cdot u[n]$$

$$\underbrace{[0,031(-0,3^n) - 0,096(-0,7^n) + 0,452 - 0,387(0,8^n)] \cdot u[n]}_{\text{Condições iniciais nulas}} + \underbrace{[0,382(-0,3^n) - 1,592(-0,7^n)] \cdot u[n]}_{\text{Condições iniciais}}$$

Dessa forma, temos que:

$$y[n] = 0,413(-0,3^n) - 1,688(-0,7^n) + 0,452 - 0,387(-0,8^n)$$

2.20 Item 20 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições iniciais não nulas:

O plot para a resposa do sistema a entrada nula está descrito abaixo:

FONTE: Elaborado Pelo Autor

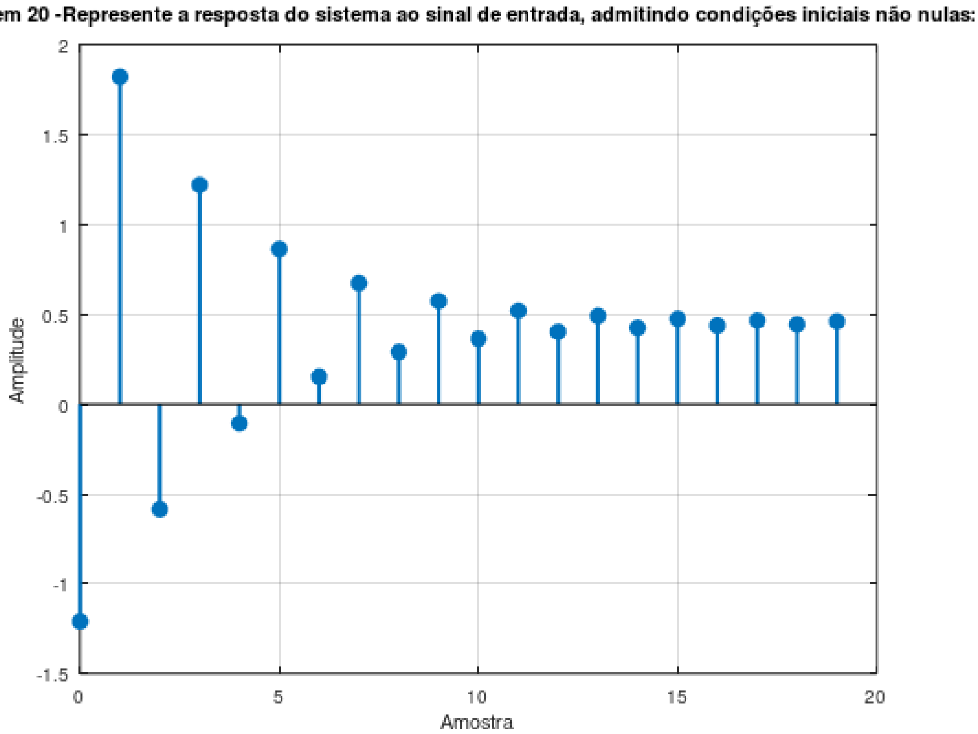

Figura 12: Plot Item 20

O script para apresentar a imagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 20 -Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições iniciais não
    nulas:

% Número de pontos a serem plotados:
n = 20;

% Criando um vetor com as "N" posições:
vec = 0:(n-1);

% Equação do sinal de entrada:
x = 0.413 * (-0.3).^vec - 1.688*(-0.7).^vec + 0.452 - 0.387 * (-0.8).^vec;

figure(1);
stem(vec,x,'filled', 'LineWidth', 1.5);

xlabel('Amostra');
ylabel('Amplitude');
title('Item 20 -Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada, admitindo condições iniciais
     não nulas:');
```

```
grid on;
```

2.21 Item 21 -Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter:

O plot para a resposa do sistema a entrada nula está descrito abaixo (usando a função "filter"):

FONTE: Elaborado Pelo Autor

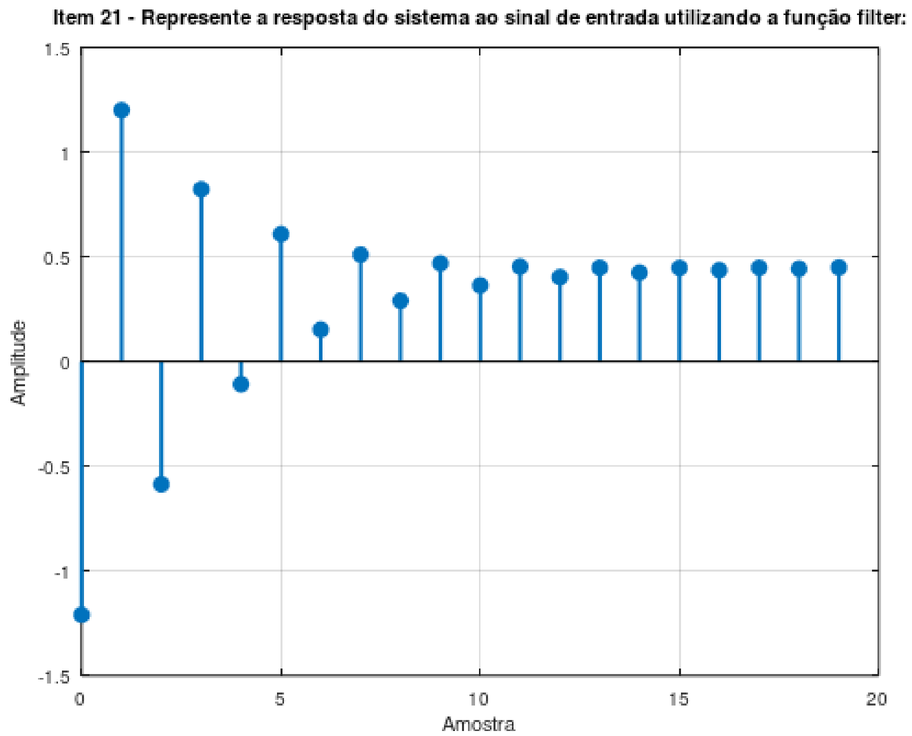

Figura 13: Plot Item 21

O script para apresentar a imagem acima esta descrito abaixo:

```
pkg load control
pkg load signal

% Item 21 -Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter:

% Número de pontos a serem plotados:
n = 20;

% Criando um vetor com as "N" posições:
vec = 0:(n-1);

% Definição dos vetores de H[z]:
a = [1 1 0.21];
b = [1];
c = [1 1]

% Equação do sinal de entrada:
x = 1 - 0.8.^(vec);

% Aplicação da função filter:
xic = filtic(b, a, c)
y = filter(b, a, x, xic);
```

```
figure(1);
stem(vec, y, 'filled', 'LineWidth', 1.5)

xlabel('Amostra');
ylabel('Amplitude');
title('Item 21 - Represente a resposta do sistema ao sinal de entrada utilizando a função filter:'
    );

grid on;
```