



UNLP. Facultad de Informática.

## **Algoritmos y Estructuras de Datos Redictado 2019**

### **Práctica 4 Tiempos de Ejecución**

#### **Ejercicio 1**

Dadas las siguientes funciones ordenarlas según sus velocidades de crecimiento utilizando el graficador de funciones que se encuentra en <https://www.desmos.com/calculator>

Dado que el graficador solo trabaja con logaritmos en base 10 ( $\log$  o  $\log_{10}$ ) utilice el cambio de base para convertir los logaritmos (tal como se explica en: [http://es.wikipedia.org/wiki/Logaritmo#Cambio\\_de\\_base](http://es.wikipedia.org/wiki/Logaritmo#Cambio_de_base)). Básicamente:

$$\text{Log}_a x = \frac{\text{Log}_b x}{\text{Log}_b a} \Leftrightarrow a \neq 1, b \neq 1$$

- a.  $T1(n) = n \cdot \log_2(n)$
- b.  $T2(n) = (1/3)^n$
- c.  $T3(n) = 2n + n^2$
- d.  $T4(n) = (3/2)^n$
- e.  $T5(n) = (\log_2(n))^2$
- f.  $T6(n) = \log_2(n)$
- g.  $T7(n) = n + \log_2(n)$
- h.  $T8(n) = n^{1/2}$
- i.  $T9(n) = 3^n$
- j.  $T10(n) = 2^n$

#### **Ejercicio 2**

Determinar si las siguientes sentencias son verdaderas o falsas, justificando la respuesta utilizando notación Big-Oh.

- a.  $3^n$  es de  $O(2^n)$
- b.  $n/\log_2(n)$  es de  $O(\log_2(n))$
- c.  $n^{1/2} + 10^{20}$  es de  $O(n^{1/2})$
- d.  $n + \log_2(n)$  es de  $O(n)$
- e. Si  $p(n)$  es un polinomio de grado  $k$ , entonces  $p(n)$  es  $O(n^k)$ . Mostrar que  $p(n) = 3n^5 + 8n^4 + 2n + 1$  es  $O(n^5)$
- f.  $\begin{cases} 3n + 17, n < 100 \\ 317, n \geq 100 \end{cases}$  tiene orden lineal



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Redictado 2019

- g.  $\begin{cases} n^2, n \leq 100 \\ n, n > 100 \end{cases}$  tiene orden cuadrático
- h.  $2^{n+1}$  es de  $O(2^n)$
- i.  $2^{2n}$  es de  $O(2^n)$

### Ejercicio 3

Se necesita generar una permutación random de los  $n$  primeros números enteros. Por ejemplo  $[4,3,1,0,2]$  es una permutación legal, pero  $[0,4,1,2,4]$  no lo es, porque un número está duplicado (el 4) y otro no está (el 3). Presentamos tres algoritmos para solucionar este problema. Asumimos la existencia de un generador de números random,  $\text{ran\_int}(i,j)$  el cual genera en tiempo constante, enteros entre  $i$  y  $j$  inclusive con igual probabilidad (esto significa que puede retornar el mismo valor más de una vez). También suponemos el mensaje  $\text{swap}()$  que intercambia dos datos entre sí. Si bien los tres algoritmos generan permutaciones random legales, tenga presente que por la forma en que utilizan la función  $\text{ran\_int}$  **algunos de ellos podrían no terminar nunca**, mientras otro sí.

```
public class Ejercicio4 {
    private static Random rand = new Random();

    public static int[] randomUno(int n) {
        int i, x = 0, k;
        int[] a = new int[n];
        for (i = 0; i < n; i++) {
            boolean seguirBuscando = true;
            while (seguirBuscando) {
                x = ran_int(0, n - 1);
                seguirBuscando = false;
                for (k = 0; k < i && !seguirBuscando; k++)
                    if (x == a[k])
                        seguirBuscando = true;
            }
            a[i] = x;
        }
        return a;
    }

    public static int[] randomDos(int n) {
        int i, x;
        int[] a = new int[n];
        boolean[] used = new boolean[n];
        for (i = 0; i < n; i++) used[i] = false;
        for (i = 0; i < n; i++) {
            x = ran_int(0, n - 1);
            while (used[x]) x = ran_int(0, n - 1);
            a[i] = x;
            used[x] = true;
        }
        return a;
    }

    public static int[] randomTres(int n) {
        int i;
        int[] a = new int[n];
        for (i = 0; i < n; i++) a[i] = i;
        for (i = 1; i < n; i++) swap(a, i, ran_int(0, i - 1));
    }
}
```



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Redictado 2019

```
        return a;
    }

    private static void swap(int[] a, int i, int j) {
        int aux;
        aux = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = aux;
    }

    /** Genera en tiempo constante, enteros entre i y j con igual probabilidad.
     */
    private static int ran_int(int a, int b) {
        if (b < a || a < 0 || b < 0) throw new IllegalArgumentException("Parametros
        invalidos");
        return a + (rand.nextInt(b - a + 1));
    }

    public static void main(String[] args) {
        System.out.println(Arrays.toString(randomUno(1000)));
        System.out.println(Arrays.toString(randomDos(1000)));
        System.out.println(Arrays.toString(randomTres(1000)));
    }
}
```

- a. Determinar que algoritmos podrían no terminar nunca. Calcular el tiempo de ejecución para el / los algoritmos que terminan y demostrar que orden tienen utilizando la notación Big-Oh.

### Ejercicio 4

a.- Considerando que un algoritmo requiere  **$f(n)$**  operaciones para resolver un problema y la computadora procesa 100 operaciones por segundo.

Si  $f(n)$  es:

- i.  $\log_{10} n$
- ii.  $\sqrt{n}$

Determine el tiempo en segundos requerido por el algoritmo para resolver un problema de tamaño  $n=10000$ .

b.- Suponga que Ud. tiene un algoritmo ALGO-1 con un tiempo de ejecución exacto de  $10n^2$ . ¿En cuánto se hace más lento ALGO-1 cuando el tamaño de la entrada  $n$  aumenta:.....?

- a) El doble
- b) El triple

### Ejercicio 5

Para cada uno de los siguientes fragmentos de código, determine en forma intuitiva el orden de ejecución:

|   |  |
|---|--|
| <pre>for(int i = 0; i &lt; n; i++)     sum++;</pre> | <pre>for(int i = 0; i &lt; n; i+=2)     sum++;</pre> |
|---|--|



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Redictado 2019

|   |   |
|---|---|
| <pre>for(int i = 0; i &lt; n; i++)     for(int j = 0; j &lt; n; j++)         sum++;</pre>   | <pre>for(int i = 0; i &lt; n; i++)     for(int j = 0; j &lt; n*n; j++)         sum++;</pre>   |
| <pre>for(int i = 0; i &lt; n; i++)     for(int j = 0; j &lt; n; j++)         sum++;  for(int i = 0; i &lt; n; i++)     sum++;</pre> | <pre>for(int i = 0; i &lt; n/2; i++)     for(int j = 0; j &lt; n/2; j++)         sum++;</pre> |

### Ejercicio 6

Para cada uno de los algoritmos presentados:

- Expresar en función de n el tiempo de ejecución.
- Establecer el orden de dicha función usando notación big-Oh.

En el caso de ser necesario tenga presente que:

$$\sum_{i=1}^n i^4 = \frac{n(n+1)}{30} (6n^3 + 9n^2 + n - 1)$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)}{6} (2n+1)$$

1.

```
public static void uno (int n) {
    int i, j, k;
    int [] [] a, b, c;
    a = new int [n] [n];
    b = new int [n] [n];
    c = new int [n] [n];
    for ( i=1; i<=n-1; i++) {
        for ( j=i+1; j<=n; j++) {
            for ( k=1; k<=j; k++) {
                c[i][j] = c[i][j] + a[i][j]*b[i][j];
            }
        }
    }
}
```

2.

```
public static void dos (int n){
    int i, j, k, sum;
    sum = 0;
    for ( i=1; i<=n; i++) {
        for ( j=1; j <= i*i; j++) {
            for ( k=1; k<= j; k++) {
                sum = sum + 1;
            }
        }
    }
}
```



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Redictado 2019

```
}  
}
```

### Ejercicio 7

Para cada uno de los algoritmos presentados calcule el  $T(n)$ .

- Expresar en función de  $n$  el tiempo de ejecución.
- Establecer el orden de dicha función usando notación big-Oh.

1.

```
int c = 1;  
while ( c < n ) {  
    algo_de_O(1);  
    c = 2 * c;  
}
```

2.

```
int c = n;  
while ( c > 1 ) {  
    algo_de_O(1);  
    c = c / 2;  
}
```

3.

```
int x=1;  
for (int i = 1; i < n; i = i+4)  
    for (int j = 1; j < n; j = j+|n/4|)  
        for (int k = 1; k < n; k = k*2)  
            x = x+1;
```

4.

```
j = 1;  
while (j <= n) {  
    for (i = n*n; i >=1; i = i-3)  
        x=x+1;  
    j = j*2;  
}
```

### Ejercicio 8

- Expresa la función del tiempo de ejecución de cada uno de los siguientes algoritmos, resuélvala y calcule el orden.
- Comparar el tiempo de ejecución del método 'rec2' con el del método 'rec1'.
- Implementar un algoritmo más eficiente que el del método rec3 (es decir que el  $T(n)$  sea menor).

```
package estructurasdedatos;  
  
public class Recurrencia {  
    static public int rec2(int n){  
        if (n <= 1)  
            return 1;  
        else  
            return (2 * rec2(n-1));  
    }  
  
    static public int rec1(int n){  
        if (n <= 1)  
            return 1;  
        else  
            return (rec1(n-1) + rec1(n-1));  
    }  
  
    static public int rec3(int n){
```



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Redictado 2019

```
        if ( n == 0 )
            return 0;
        else {
            if ( n == 1 )
                return 1;
            else
                return (rec3(n-2) * rec3(n-2));
        }
    }

    static public int potencia_iter(int x, int n){
        int potencia;
        if (n == 0)
            potencia = 1;
        else {
            if (n == 1)
                potencia = x;
            else{
                potencia = x;
                for (int i = 2 ; i <= n ; i++) {
                    potencia *= x ;
                }
            }
        }
        return potencia;
    }

    static public int potencia_rec( int x, int n){
        if( n == 0 )
            return 1;
        else{
            if( n == 1)
                return x;
            else{
                if ( (n % 2 ) == 0)
                    return potencia_rec (x * x, n / 2 );
                else
                    return potencia_rec (x * x, n / 2) * x;
            }
        }
    }
}
```

### Ejercicio 9

Dado el siguiente método, plantear y resolver la función de recurrencia:

```
int funcion(int n) {
    int x = 0;
    if (n <= 1)
        return 1;
    else {
        for (int i = 1; i < n; i++) {
            x = 1;
            while (x < n) {
                x = x * 2;
            }
        }
        return funcion(n/2) + funcion(n/2);
    }
}
```



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Redictado 2019

}

### Ejercicio 10

- Calcule el Tiempo de ejecución.
- Determine el Orden por definición.
- Indique que valor retorna el algoritmo y compárelo con a.

```
static public int recursivo(int n){
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return (n * recursivo (n-1));
}
```

### Ejercicio 11

Intuitivamente determine el orden de ejecución de las siguientes funciones de recurrencia sin resolverlas.

|  |  |
|--|--|
| $T(n) = \begin{cases} 1, n \leq 1 \\ T(n-1) + c, n \geq 2 \end{cases}$ | $T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ T(n/2) + c, n \geq 2 \end{cases}$    |
| $T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ 2T(n/2) + c, n \geq 2 \end{cases}$   | $T(n) = \begin{cases} 1, n \leq 5 \\ T(n-5) + c, n \geq 6 \end{cases}$ |
| $T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ 2T(n-1) + c, n \geq 2 \end{cases}$   | $T(n) = \begin{cases} 1, n \leq 7 \\ T(n/8) + c, n \geq 8 \end{cases}$ |

### Ejercicio 12

- Calcular analíticamente el  $T(n)$ , detallando los pasos seguidos para llegar al resultado.
- Calcular el  $O(n)$  justificando usando la definición de big-OH

1.

$$T(n) = \begin{cases} 2, n = 1 \\ T(n-1) + n, n \geq 2 \end{cases}$$

2.

$$T(n) = \begin{cases} 2, n = 1 \\ T(n-1) + \frac{n}{2}, n \geq 2 \end{cases}$$

3.

$$T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2, n \geq 2 \end{cases}$$

4.

$$T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3, n \geq 2 \end{cases}$$



UNLP. Facultad de Informática.

**Algoritmos y Estructuras de Datos**  
**Redictado 2019**

5.

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}, & n \geq 2 \end{cases}$$

6.

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2T(n/2) + c, & n \geq 2 \end{cases}$$