Árboles Generales - Recorrido Preorden: Tiempo de Ejecución

Dado que la cantidad de nodos de un árbol general cualquiera de grado **k** y altura **h** es muy variada, supongamos **n** nodos. Para calcular el tiempo de ejecución de los recorridos (tomando como ejemplo, el Preorden) consideraremos un árbol ***lleno*** de grado ***k*** y altura ***h*** esto nos garantiza que la cantidad de nodos es **N**[1].

Sabemos que **N ≥ n** por lo tanto **T(N) ≥ T(n)**, de esta manera estamos encontrando una cota superior al T(n) general.

$$T(N) = \begin{cases} c & N = 1 \\ c + k\,T((N-1)/k) & N > 1 \end{cases}$$

T(N) es O(N) en consecuencia T(n) es O(n)[2]

Otra forma de expresar el T(N) en función de la altura ***h***, siempre considerando un árbol general **lleno** de grado **k** y altura **h** sería:

$$T(h) = \begin{cases} c & h = 0 & (1) \\ c + k\,T(h-1) & h > 0 & (2) \end{cases}$$

T(N) es O(N)

Desarrollo de la recurrencia:

T(h) = ?

Si **h = 0** entonces T(h) = c por (1)

Si **h>0** reemplazamos **T(h)** por la expresión correspondiente de (2)

$T(h) = c + k*T(\mathbf{h-1})$ si (h-1) >0 es porque h > 1

Como h>1 reemplazamos **T(h-1)** por la expresión correspondiente de (2) entonces

$T(h) = c + k* [\overbrace{\mathbf{c + k*T(h - 2)}}] = c + k*c + k^2T(h - 2)$ si $h - 2 > 0 \rightarrow h>2$

h > 2

$T(h) = c + k*c + k^2 [c + k*T(h - 3)] = c + k*c + k^2 c + k^3 \mathbf{T(h - 3)}]$

h > 3

$T(h) = c + k*c + k^2 c + k^3 [\mathbf{c + k*T(h - 4)}] = c + k*c + k^2 c + k^3 c + k^4 T(h - 4)]$

$T(h) = c * (1+ k + k^2 + k^3) + k^4 T(h - 4)]$

.

.

.

h > i-1

$T(h) = c * (1+ k + k^2 + k^3 +..+ k^{(i-1)}) +k^i T(h - i)$

---

[1] $N = (1+k + k^2 + k^3 + k^4 + k^5 + ... + k^{h+1}) / (k-1)$ (suma de una serie geométrica de grado k)

[2] Resolución similar a la de árboles binarios

Considerando que llegamos al caso base de la recurrencia, es decir, $(h – i) = 0 \rightarrow h=i$

$T(h) = c * (1+ k + k^2 + k^3 +..+ k^{(i-1)}) +k^i$ **T(h - i)**

T(h - i) = c por (1) y

$T(h) = c * (1+ k + k^2 + k^3 +..+ k^{(i-1)}) + k^i * c = c * (1+ k + k^2 + k^3 +..+ k^{(i-1)} + k^i) =$

$= c * ((k^{(i+1)} -1) / (k-1))$ corresponde a la cantidad N de nodos en un árbol **lleno** de **grado k** y **altura h**, entonces T(h) en función de "N" es T(N) = c * N que es O(N), recordemos que **N ≥ n** y por lo tanto **T(N) ≥ T(n)**, de esta manera hemos encontrado una cota superior al T(n) general que es **O(N) ≥ O(n)** entonces el tiempo de ejecución del recorrido es O(n).