

Relatório Parcial de Iniciação Científica

Proposta de Uma Versão Não-Extensiva das Funções de Gabor

Aluno: Marcos Augusto dos Santos Filho

Orientador: Paulo Sérgio Silva Rodrigues

Período: Abril/2018 a Setembro/2018 (6 Meses)

Instituição: Centro Universitário FEI

São Bernardo do Campo, SP

Setembro de 2018

Resumo

Funções de Gabor, são modelos matemáticos que têm sido utilizados com relativo sucesso na modelagem de sistemas neurais e aplicações com imagens tanto no domínio espacial quanto do domínio da frequência. Por outro lado, a estatística de Tsallis, uma abordagem nascida no campo da mecânica não-extensiva, tem ajudado a compreender melhor fenômenos que vão além da estatística tradicional. A parametrização das funções, sobretudo do parâmetro de não-extensividade q , propostas nessa nova linha de investigação tem sido a chave de seu sucesso. Recentemente, novas funções gaussianas, chamadas de q -gaussianas, e funções sigmóides, chamadas de q -sigmóides, foram apresentadas e estão sendo usadas em diversas áreas, revigorando o interesse de pesquisadores por temas considerados consolidados. Nessa mesma linha de investigação, este projeto de iniciação científica propôs pela primeira vez a formalização de funções q -Gabor no domínio espacial aplicados ao processamento digital de imagens e visão computacional. Inicialmente, um modelo e formalismo matemático foi apresentado e estudos experimentais estão sendo conduzidos demonstrando a sua aplicabilidade prática.

1 Introdução

Há séculos fenômenos naturais são muito bem estudados e representados por aproximações de sinais captados de diversas formas, como ultrassom, laser e mais recentemente tomógrafos e ressonâncias.

Esses sinais podem ser representados de uma maneira amostral por funções matemáticas de simples entendimento de modo a facilitar a compreensão dos fenômenos relacionados.

Uma das funções mais conhecidas é a chamada Função Gaussiana, que é muito utilizada para modelar fenômenos conhecidos com comportamento da curva normal, variando apenas seu desvio-padrão e média [5].

Um exemplo amplamente conhecido por pesquisadores é a chamada mistura de gaussianas [22, 25], quando um determinado sinal aleatório pode ser aproximado, não por uma

única gaussiana, mas por um conjunto muito maior delas, cada qual com seu desvio-padrão e sua média.

Outros fenômenos muito estudados com esse tipo de função são aqueles relacionados com o sistema visual humano [11]. Neste caso, é bastante conhecido que os impulsos nervosos tanto de detritos quanto de axônios podem ser aproximados pelas chamadas funções Gabor, estas são representadas também por funções gaussianas, mas empacotadas por funções senoidais.

Por outro lado, na área de processamento digital de imagens, sobretudo imagens médicas, tem-se popularizado a filtragem tanto no domínio espacial quanto no domínio de frequências, através do uso de funções sigmoidais, que são utilizadas como filtros gaussianos inversos.

Embora há mais de um século essas funções vêm sendo amplamente utilizadas nas mais diversas áreas de aplicações, sabe-se que tais funções são meras aproximações desses fenômenos, sobretudo quando podem ser explicados através da física clássica newtoniana. Nesse sentido, sabe-se quando fenômenos ocorrem à velocidade da luz ou no nível da massa atômica, tais funções não representam adequadamente fenômenos clássicos, sendo apenas meras aproximações [23].

Sabendo disso, no final dos anos 80, C. Tsallis propôs um novo formalismo para aproximar essas funções no caso de fenômenos não clássicos, o que passou a se chamar física no campo da mecânica estatística não-extensiva [6, 23]. Surgia assim as equações da estatística tsaliana.

Essas equações são representadas pelo parâmetro de não-extensividade q . Sabemos, por exemplo, que para valores de $q \leq 1.0$ os fenômenos representados são chamados de super-extensivos; para valores de $q \geq 1.0$ tais fenômenos são chamados de sub-extensivos. Por sua vez, no limite de $q \rightarrow 1.0$, os fenômenos representados são chamados de fenômenos clássicos, ou extensivos.

Nesse contexto surgiram as funções q -Gaussianas e q -Sigmoides que têm-se mostrado eficientes na modelagem físico-computacional de diversos fenômenos não-extensivos [4].

As limitações de funções gaussianas está no seu ajuste às distribuições dos fenômenos

que representam. Nesse sentido, o surgimento da estatística Tsaliana, através do ajuste do parâmetro q , tem permitido maior flexibilidade em aplicações práticas, uma vez que permite melhor ajuste da topologia da curva [1, 19, 16].

Sendo assim, e uma vez que ainda não conhecemos na literatura a proposição de funções q -gaborianas, este trabalho propõe apresentar pela primeira vez esse tipo de função do ponto de vista de seu estudo analítico e seu potencial para aplicações.

1.1 Objetivo

Apresentar uma proposta formal e o estudo prático e analítico para uma versão não-extensiva da função Gabor, batizada aqui de q -Gabor.

2 Teoria da Estatística Não-Extensiva de Tsallis

Sabe-se há mais de um século que a entropia proposta por Boltzmann-Gibbs [3] é capaz de explicar diversos sistemas físicos clássicos no campo da termodinâmica. No entanto, para alguns sistemas com características específicas, tais como memória de longo alcance, interações de longo alcance e comportamento fractal nas fronteiras, o formalismo de Boltzmann é apenas uma aproximação. Discussões mais detalhadas sobre essas ideias já podem ser encontradas em uma vasta literatura, como em [2, 23, 24].

Em meados da década de 80, C. Tsallis propôs um novo formalismo, que ficou conhecido como entropia de Tsallis ou estatística de Tsallis [24, 23]. Esse formalismo foi proposto na forma da Equação (1), cuja principal característica é a introdução do chamado parâmetro entrópico q , utilizado para potencializar a distribuição de probabilidade $\{p_i\}$, $0 \leq p_i \leq 1.0$, $\sum_{i=1}^k p_i = 1.0$, onde k é o número de estados físicos do sistema.

$$S_q(p_1, \dots, p_k) = \frac{1 - \sum_{i=1}^k p_i^q}{q - 1} \quad (1)$$

Esse parâmetro, quando tende a 1.0, torna a Equação (1) equivalente à tradicional equação de entropia proposta por Boltzmann-Gibbs e Shannon (Equação (2)), e que ficou

conhecida na área da Teoria da Informação como Entropia de Shannon.

$$S = - \sum_i p_i \ln(p_i) \quad (2)$$

A nova entropia proposta (Equação (1)) não vai de encontro à entropia tradicional de Boltzmann-Gibbs-Shannon (Equação (2)), uma vez que trata-se de uma generalização, podendo ser aplicada a uma gama muito maior de sistemas físicos que até então não poderiam ser explicados de maneira precisa pelo formalismo tradicional. Um conjunto de aplicações da entropia de Tsallis pode ser encontrado no endereço <http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm>, onde tem sido constantemente atualizado.

Imediatamente após a proposta de Tsallis, várias teorias correlatas surgiram ao mesmo tempo que diversas aplicações foram sugeridas como exemplos do novo formalismo. No campo da Teoria da Informação, por exemplo, foi imediato generalizar as equações existentes propostas por Claude Shannon [20], renovando um grande interesse na área.

Desde o início deste século, diversos sistemas físicos modelados como um Sistema Não-Extensivo não puderam (e não podem) ser adequadamente explicados somente com o uso da entropia tradicional de Boltzmann-Gibbs. Recentemente, tais sistemas têm sido melhor modelados do ponto de vista da estatística de Tsallis. Experimentos recentes no acelerador de partículas LHC (Large Hadron Collider, ou "grande colisor de hádrons") sugerem que a estatística de Tsallis é ideal para descrever o sistema no qual a distribuição das partículas é medida.

No entanto, o uso dessa nova estatística pressupõe o cálculo do parâmetro de não-extensividade, o chamado *parâmetro q*. Até há pouco tempo, não havia método automático para estimar essa variável. No artigo [17] propomos, até onde sabemos, o primeiro método para a estimativa desse parâmetro, baseado na relação entre as distribuições de luminância do *background* e do *foreground* de imagens com objetos de interesse.

Por outro lado, diversos trabalhos ([7, 9, 8, 18, 15, 17]) têm sugerido que imagens médicas de ultra-sonografia podem ser melhor analisadas do ponto de vista de sistemas físicos não-extensivos. Esse fato nos motivou a propor o formalismo de Tsallis inicial-

mente em algoritmos para segmentação de imagens médicas, em seguida para registro de imagens capturadas com diferentes equipamentos, tais como ultra-som e tomografia computadorizada. Finalmente, observamos possibilidades de melhoria no formalismo proposto para uso da entropia de Tsallis, o que levou a vários trabalhos publicados desde 2005. Particularmente, o cálculo automático do parâmetro q trouxe novas perspectivas da entropia não-extensiva, não somente para a área médica, mas também para todas as áreas cujas aplicações envolvem métodos que utilizam esse novo formalismo.

3 As funções Gabor e suas aplicações

3.1 A Função Gabor 1D

Funções Gabor tradicionais podem ser utilizadas como filtros para sinais unidimensionais. Uma função de Gabor g no domínio complexo é definida pelo produto de um envelope gaussiano w com uma sinusoidal s no domínio complexo [13], como observado na seguinte Equação (3).

$$g(X) = ke^{\theta i}w(\alpha X)s(X) \quad (3)$$

onde:

$$w(X) = e^{-\pi X^2} \quad (4)$$

$$s(X) = e^{(2\pi f X)i} \quad (5)$$

onde α , k , θ e f são os parâmetros da função e X é um vetor. É possível enxergar o filtro de Gabor como sendo duas partes, uma real e uma imaginária [13], como demonstrado na Figura 1.

3.2 Função de Gabor 2D

A seguir apresentamos a expressão para a função de Gabor no domínio espacial:

$$g(X, Y) = s(X, Y)w(X, Y) \quad (6)$$

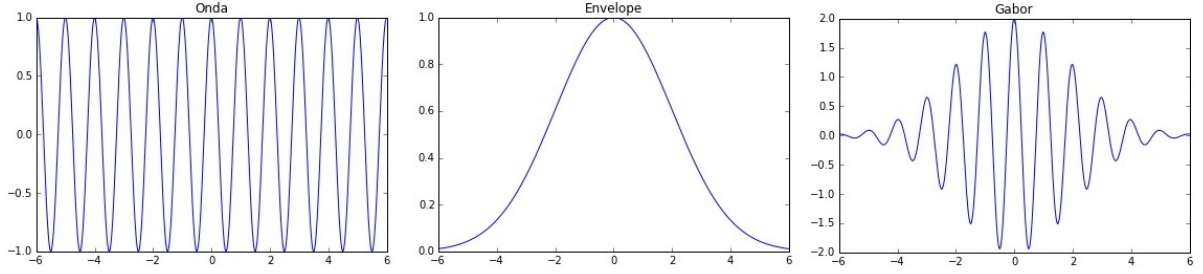


Fig. 1: Função de Gabor com $\alpha = 0.2$, $f = 1$, $\theta = 0$ e $k = 2$

onde $s(X, Y)$ é uma onda sinusoidal no domínio complexo chamada de suporte, e $w(X, Y)$ é uma forma gaussiana $2D$ chamada de envelope [13].

3.2.1 O suporte sinusoidal

A sinusoidal é definida pela função no domínio complexo a seguir:

$$s(X, Y) = e^{(2\pi(uX+vY)+P)i} \quad (7)$$

onde (u, v) e P definem frequência espacial e a fase da frequência sinusoidal, respectivamente [13].

3.2.2 O envelope

O envelope é definido da seguinte maneira:

$$w(X, Y) = ke^{-\pi(a^2(X-X_o)^2+b^2(Y-Y_o)^2)} \quad (8)$$

onde (X_o, Y_o) é o pico do envelope, e a e b são parâmetros de escala da largura do envelope [13].

3.2.3 Parâmetros da função Gabor 2D

A Função Gabor é composta por 8 Parâmetros:

1. (X_o, Y_o) : pico do Envelope;

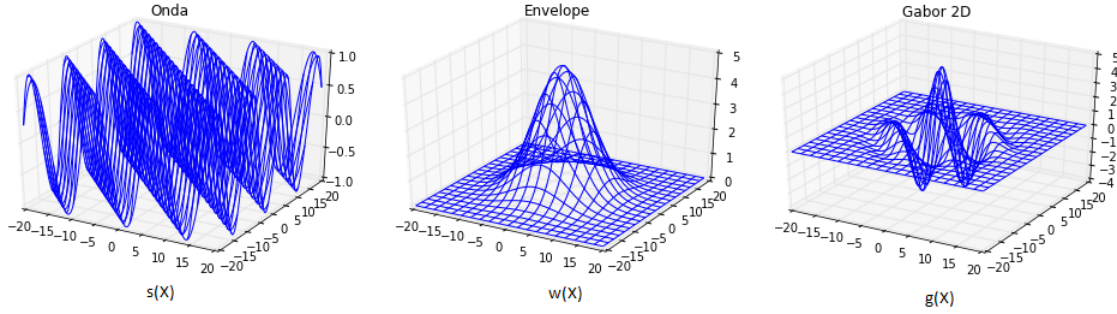


Fig. 2: Filtro de Gabor 2D com $u = v = 0.08$, $P = 0$, $k = 5$, $Xo = Yo = 0$, $a = b = 0.075$

2. u e v : são as frequências do filtro;
3. P : fase da onda do filtro;
4. k : amplitude do envelope;
5. a e b : são as larguras do envelope;
6. θ : ângulo de rotação do envelope.

Uma função Gabor consiste em duas outras funções, convenientemente localizadas em partes real e imaginária, formando uma função no domínio complexo [13].

3.3 Funções Gabor para filtros de frequência espacial

Considere uma amostra de células neurais simples com núcleo de funções Gabor com os mesmos parâmetros, exceto os parâmetros de origem (Xo, Yo) . Deixe todos esses neurônios serem distribuídos uniformemente pela região da fóvea. Cada ponto na região foveal contem pelo menos dois neurônios em pares. Podemos modelar a operação de tal conjunto de neurônios com uma operação de convolução (Assumindo uma continuidade e distribuição uniforme dos filtros em toda a região foveal). Como a convolução com domínio no espaço é um produto em domínio de frequência, o conjunto de funções Gabor trabalha como filtros de frequências de passagens de bandas da imagem foveal. O pico da frequência é controlado pela frequência espacial da função sinusoidal $(u0, v0)$. A região

de meia magnitude é controlada pela rotação θ e parâmetros de escala a e b do envelope gaussiano.

4 Proposta de uma função q -Gabor

Neste trabalho foi possível estender a equação gaboriana para o domínio não-extensivo, como feito com as equações gaussiana e sigmoid em trabalhos anteriores, introduzindo o parâmetro q de não-extensividade. Dessa maneira, foi proposta a equação batizada de q -Gabor.

4.1 Proposta de q -Gabor 1D

Em relação à Gabor, na q -Gabor g foi mantida a onda sinusoidal s e alterou-se o envelope w , adicionando uma função q -Exponencial, obtendo-se assim um envelope mais fino próximo ao pico e mais largo próximo à base:

$$g(X) = ke^{\theta i} w(\alpha X) s(X) \quad (9)$$

$$s(X) = e^{(2\pi f X)i} \quad (10)$$

$$w(X) = 1/(1 + (1 - q)X^2)^{1/(1-q)} \quad (11)$$

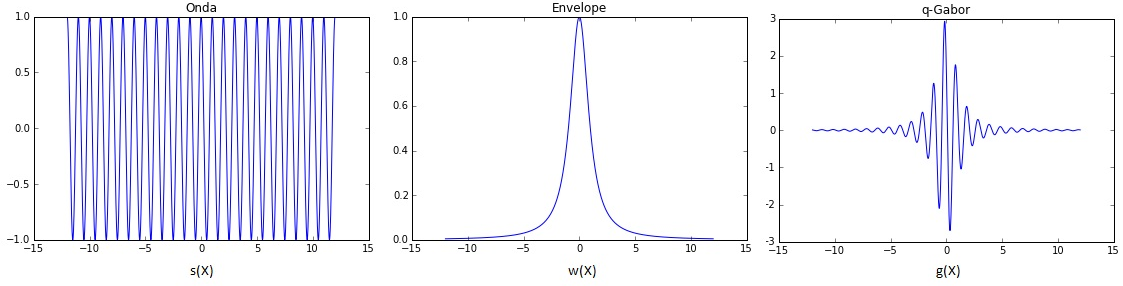
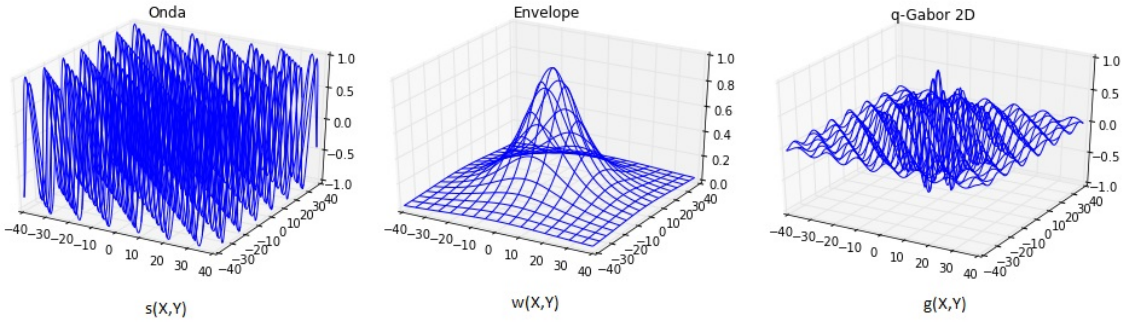
Note que, no envelope, o parâmetro q de não-Extensividade não pode ser igual a 1, devido ao denominador da potência, o que nos permitiu garantir trabalhar no domínio não-extensivo.

4.2 Proposta de uma função q -Gabor 2D

Expandindo a q -Gabor para o domínio espacial, obtivemos:

$$g(X, Y) = w(X, Y) s(X, Y) \quad (12)$$

$$s(X, Y) = e^{(2\pi(uX+vY)+P)i} \quad (13)$$

Fig. 3: q -Gabor 1D com $q = 0.1$, $f = 1$, $\theta = 0$, $k = 3$ Fig. 4: q -Gabor 2D com $q = 0.1$, $\theta = 0$, $k = 1$ $u = v = 0.08$, $P = 0$ $X_o = Y_o = 0$, $a = b = 0.075$

$$w(X, Y) = k / (1 + (1 - q)(a^2(X - X_o)^2 + b^2(Y - Y_o)^2))^{1/(1-q)} \quad (14)$$

Da mesma forma que funções q -gaussianas tendem à funções gaussianas quando $q \leftarrow 1.0$, deixamos como hipótese em aberto que funções q -Gabor tentem à funções Gabor dentro das mesmas condições. Essa hipótese ainda não foi provada na literatura. No entanto, a prova não é primordial para o cumprimento do projeto.

4.3 Comentários sobre a função proposta

No caso da função Gabor, com o objetivo de estender a função para o campo não-extensivo, foram utilizados como base os trabalhos de P. Rodrigues com as funções sigmóides [12] e o trabalho de Constantino Tsallis com as gaussianas [6].

Durante a expansão da Gaussiana para o domínio não-Extensivo, Tsallis demonstrou

o funcionamento e aplicação da função q -Exponencial [6], dada por:

$$Eq(X) = (1 + (1 - q)X)^{1/(1-q)} \quad (15)$$

Dado que $1/E_q(X^2)$ forma um envelope, chamado aqui de “envelope q -Exponencial”, que ao ser aplicado à função Gaussiana dá origem à Equação q -Gaussiana. Dessa maneira, expande-se a Gaussiana ao domínio não-extensivo, como demonstrado por Cristiano Tsallis [6].

Analogamente, P. Rodrigues propôs o mesmo envelopamento q -Exponencial para as sigmóides, dando origem à q -Sigmoide [12] e o presente trabalho propôs o mesmo para a função Gabor, dando origem à q -Gabor.

Observando a Gabor $1D$, mais especificamente em seu envelope (Equação (4)), foi percebida a possibilidade da substituição de um envelope q -Exponencial no lugar do envelope gaboriano extensivo, dando origem à q -Gabor $1D$, com seu envelope q -Exponencial que é dado pela Equação (11).

As demais equações em Gabor $1D$ (Equações (3) e (5)) mantiveram-se as mesmas, sendo alterado apenas o envelope, ou seja, na Função Gabor a Equação (4) é substituída pela Equação (11), dando origem à q -Gabor, como representado na figura 3.

Para expandir a q -Gabor ao domínio espacial, pode-se observar a Gabor $1D$ e perceber que apenas o envelope altera-se em relação à q -Gabor $1D$. Da mesma maneira, deve ocorrer com Gabor $2D$ em relação à q -Gabor $2D$, ou seja, apenas o envelope sofreu alteração.

Uma segunda observação importante é que a principal diferença entre o envelope da Gabor $1D$ (Equação (4)) e o envelope da Gabor $2D$ (Equação (14)) é que X^2 deu lugar a $(a^2(X - Xo)^2 + b^2(Y - Yo)^2)$. Para formar a q -Gabor $2D$ a mesma substituição deve ser feita no envelope da q -Gabor $1D$, o que nos levou à Equação (11) e nos definiu a q -Gabor $2D$, ilustrada na figura 4.

4.4 Proposta de implementação prática

4.4.1 Filtros Digitais no Domínio do espaço

As filtragens digitais no domínio do espaço consistem em técnicas de processamento de imagens que manipulam valores em uma vizinhança. Uma dessas técnicas consiste em atuar nos pixels para modificar a imagem digital que é representada por uma matriz de pixels. A filtragem no domínio espacial trabalha com uma máscara e uma janela que percorre toda a imagem realizando a filtragem desejada [10], em um processo conhecido como convolução matemática 2-dimensional [10].

Em operações locais no domínio espacial, o valor de saída de um pixel não é definido apenas pelo valor de entrada do pixel central, mas também pelos pixels vizinhos, onde cada pixel pode ter 8 pixels vizinhos e esse conjunto de 9 pixels pode ter outros 16 pixels vizinhos, e assim por diante. Em uma janela quadrada de 9 pixels que percorre a imagem pixel a pixel, a saída do pixel central é definida através de uma função envolvendo todos os pixels na janela, como ilustrado na Figura 5. Tal técnica é amplamente utilizada com as funções gaussianas $2D$, menos flexíveis, apresentando resultados satisfatórios [10]. A função q -Gabor, anteriormente apresentada aqui foi usada como a função a definir a saída do pixel central da janela, adicionando, portanto, mais flexibilidade ao processo de convolução do que as tradicionais gaussianas. Essa flexibilidade, como já foi mencionado, é alcançada devido ao parâmetro de não-extensividade q .

4.4.2 Aplicação em Redes Neurais e Deep Learning

O Deep Learning (aprendizagem profunda) é a mais abrangente parte do Machine Learning (aprendizado de máquina) na aprendizagem de representação de dados. Uma observação feita pode ser representada de várias maneiras, como uma imagem ser representada como um vetor ou matriz de valores de intensidade em cada pixel como visto na Seção 4.4.1 adiante, ou ainda pode ser representada como um conjunto de arestas em um grafo, entre inúmeras outras maneiras. Uma das possibilidades da aprendizagem profunda é a substituição de características feitas manualmente por algoritmos eficien-

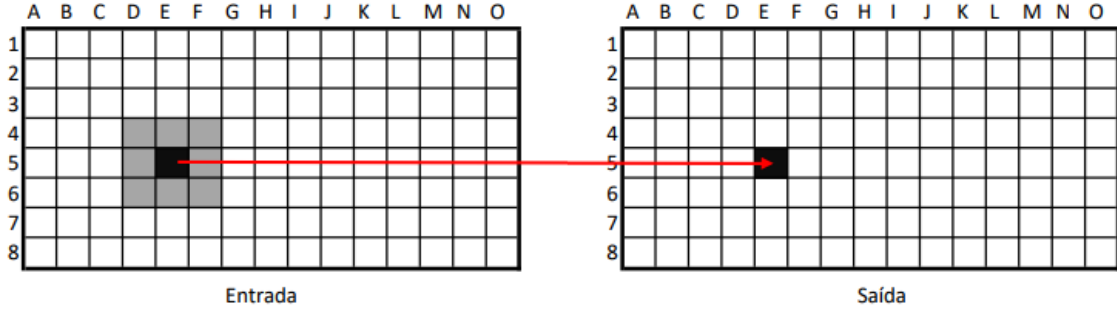


Fig. 5: Representação de uma imagem em uma matriz de pixels, mostrando como exemplo uma janela quadrada de 9 pixels centralizada no pixel rotulado como E_5 . A janela caminha pixel a pixel executando uma convolução baseada nos 9 pixels de entrada e gerando um pixel de saída, sendo este correspondente à posição do pixel central da janela de entrada.

tes para a aprendizagem de características supervisionadas ou semi-supervisionadas e extração hierárquica de características [21].

Quando há dados não rotulados em grande escala, o Deep Learning tenta fazer representações e criar modelos sobre esses dados. Há inspirações da neurociência nesse tipo de aprendizado baseado na interpretação do processamento de informações e padrões de comunicação em um sistema nervoso, tais como codificação neural, que tenta definir uma relação entre vários estímulos e as respostas neuronais associados no cérebro [14].

Os modelos mais simples que usam características feitas à mão específicas de cada tarefa, tais como filtros de Gabor, foram uma escolha popular nas décadas de 1990 e 2000, devido ao custo computacional de ANNs (redes neurais artificiais) na época, e uma grande falta de entendimento de como o cérebro conecta de forma autônoma suas redes biológicas.

Na presente proposta de projeto, com o filtro q -Gabor substituindo o filtro de Gabor, uma proposta mais genérica é obtida para o uso nessa área, bem como uma resposta mais eficiente, ampliando assim sua possibilidade de ação e eficácia.

5 Resultados Parciais

5.1 Resultado 1

As implementações iniciais deste projeto foram desenvolvidas em Python 2.7 com a IDE Spyder¹ devido ao suporte e à facilidade da linguagem para tratamento de imagens e aos recursos do Spyder adaptados ao Python aplicado em pesquisas.

Foi desenvolvido um algoritmo que recebe os valores $k, u, v, P, X_o, Y_o, a, b$, demonstrados na Equação (14) e descritos na Seção 3.2.3, bem como os valores x e y , valorados durante a execução do código, o valor q de não extensividade e j referente ao tamanho da janela, onde $j \in \mathbb{N}^* | j$ é ímpar.

Algorithm 1 Construção do filtro q-Gabor

```

1:  $D = (j-1)/2$  % correção de índices
2:  $fil = []$  % vetor que receberá os valores do filtro
3: for  $y = 0 \rightarrow j$  do
4:   for  $x = 0 \rightarrow j$  do
5:      $w = k * (1 / ((1 + (1-q) * ((a^{**2} * ((x-D)-X_o)^{**2} + b^{**2} * ((y-D)-Y_o)^{**2})))^{**}(1/(1-q))))$ 
6:      $s = \exp((2 * \text{math.pi} * (u * (x-D) + v * (y-D)) + P) * 1j)$ 
7:      $g = w * s + k$  % q-Gabor no ponto  $(x, y)$ 
8:      $fil.append(g.real)$ 
9:   end for
10: end for
11: for  $x = 0 \rightarrow j * j$  do
12:    $fil[x] = \text{round}(fil[x] / (2 * k), 2)$ 
13: end for

```

O Algoritmo 1 de linhas 1 até 13 traduzido do Python, ilustra o algoritmo que, através dos parâmetros citados previamente definidos, gera o filtro q-Gabor com janela $j \times j$. Na Linha 1 é criada uma variável D baseada em j , essa linha se deve a uma correção nos índices de janelamento, pois um janelamento 3×3 , por exemplo, varia os índices de linhas e colunas de 0 a 2 e um janelamento 5×5 varia índices de 0 até 4, e assim sucessivamente. Porém, o ponto de referência que tem-se é o ponto central da janela, tornando conveniente

¹ Spyder: IDE Python Opensource focada em pesquisas científicas. <https://www.spyder-ide.org/>

considerar como o ponto $(0, 0)$ central e usar D para corrigir toda a matriz, deixando-a com índices variando de -1 até 1 em janelamentos 3×3 , de -2 até 2 em janelamentos 5×5 , e assim sucessivamente.

Nas linhas de 3 a 10 a janela varre linha a linha, aplicando a q -Gabor e o resultado em cada um dos pixels da janela são adicionados ao vetor fil , detalhe para a Linha 7 onde a q -Gabor (g) é calculada com o acréscimo da amplitude k , procedimento necessário para a execução da normalização feita na Linha 12, que corrige a amplitude da função q -Gabor a fim de evitar valores abaixo de 0 e acima de 1, garantindo o funcionamento da q -Gabor quaisquer que sejam os parâmetros inseridos.

O Algoritmo 2, também traduzido do Python com linhas de 1 até 17 executa a convolução propriamente dita, na Linha 2 a imagem é convertida em um array, em seguida a imagem é varrida e convolucionada ponto a ponto, armazenado o resultado na posição adequada no array arr , que por sua vez, na Linha 17, é convertido de volta em uma imagem.

Algorithm 2 Convolução com o filtro q -Gabor

```

1:  $width, height = img.size$ 
2:  $arr = array(img)$ 
3:  $numberPixel = 0$ ;
4: for  $y = D \rightarrow height - D$  do
5:   for  $x = D \rightarrow width - D$  do
6:      $countFil = 0$ 
7:     for  $y2 = 0 \rightarrow j$  do
8:       for  $y2 = 0 \rightarrow j$  do
9:          $numberPixel = numberPixel + arr[x+x2-D][y+y2-D]*fil[countFil]$ 
10:         $countFil = countFil+1$ 
11:      end for
12:    end for
13:     $numberPixel = numberPixel/(j*j)$ 
14:     $arr[x][y] = numberPixel$ 
15:  end for
16: end for
17:  $img2 = Image.fromarray(arr)$ 

```

5.2 Resultado 2

Utilizando os Algoritmos 1 e 2 implementados, foram gerados inicialmente 10 filtros para convolução, com janelamentos 3×3 , 5×5 , 7×7 , 9×9 , 11×11 , 13×13 , 15×15 , 17×17 , 19×19 e 21×21 , respectivamente, sendo para isso utilizado o Algoritmo 1, previamente citados, os resultados estão demonstrados na Figura 6, onde é possível notar, além da suavização, a eliminação de ruídos nas primeiras imagens.

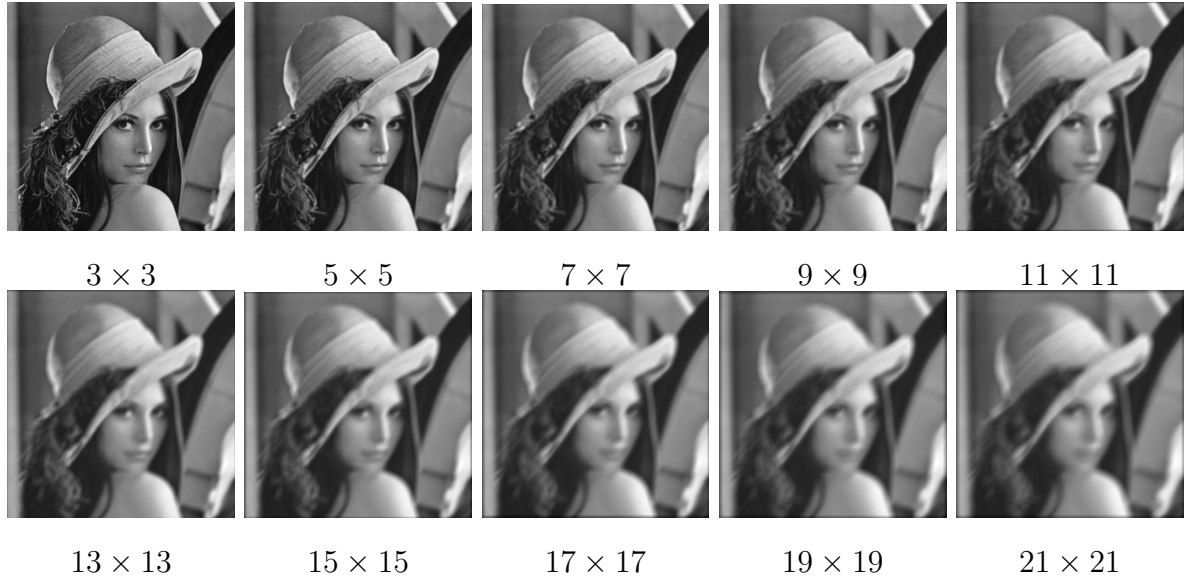


Fig. 6: Comparativo do filtro q -Gabor em diferentes janelamentos. Aplicado com parâmetros $q = 2$, $k = 1$, $u = v = 0.04$, $P = 0$, $Xo = Yo = 0$, $a = b = 0.075$, $x = y = 0$ e o janelamento variando de 3 a 21.

6 Discussão Inicial

Os primeiros resultados apresentados através da convolução com filtros q -Gabor gerados mostraram-se satisfatórios na suavização de imagens e tratamento de ruídos, similar às funções q -Gaussiana e q -Sigmoid, que também apresentam bons resultados em diversos casos. A continuidade deste projeto inclui uma segunda fase da pesquisa onde, através de testes exaustivos de comparação, há o objetivo de determinar em quais condições e com

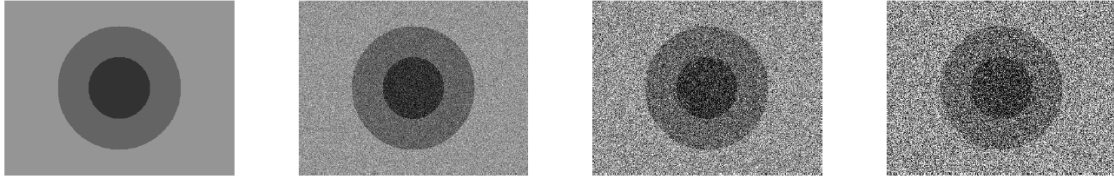


Fig. 7: Exemplo de imagem que será usada para avaliar o desempenho da q -Gabor em relação à q -Gaussiana e a q -Sigmoid, os raios dos círculos centrais seguem uma proporção de 1 para 2 e a intensidade de cinza no fundo, círculo externo e círculo interno seguem as proporções 0.5, 1 e 2 respectivamente, a imagem da esquerda é a original e as demais possuem uma proporção de ruído de 0.01, 0.05 e 0.1, respectivamente.

quais aspectos a função q -Gabor apresenta melhores resultados em relação à q -Gaussiana e à q -Sigmoid.

Para efeito de testes e comparação, serão utilizadas inicialmente imagens artificiais, como o exemplo mostrado na Figura 7. Nessa figura foram criados círculos concêntricos com diversos níveis de intensidade, com a intenção de aplicar ruídos e variações nos níveis de luminância. Desta maneira, será possível estudar o comportamento da suavização sob este tipo de experimento através de algoritmos de clusterização que serão utilizados para separar o fundo das regiões de interesse (bordas dos círculos concêntricos), sob o efeito dessas intervenções de ruído e iluminação.

Considerando os primeiros resultados alcançados, pode-se dizer que a principal fase do projeto (a modelagem e implementação do filtro q -Gabor) foi alcançada. Os demais objetivos a partir de agora concentram-se na condução de testes exaustivos, redação e submissão de artigos científicos.

7 Cronograma Final

O desenvolvimento das últimas etapas do projeto de pesquisas proposto ocorrerão conforme apresentado na Tabela 1, com as tarefas descritas abaixo.

1. Estudos em imagens artificiais
2. Estudo em Redes Neurais

3. Estudo em bases de imagens reais
4. Análise dos resultados
5. Redação e submissão de artigos

Tab. 1: Cronograma Final

Nº	dez/2018.	jan/2019	fev/2019	mar/2019	abr/2019	mai/2019	jun/2019
1	x	x					
2		x	x				
3			x				
4			x	x			
5					x	x	x

Referências

- [1] M. P. Albuquerque, M. P. Albuquerque, I. A. Esquef, and A. R. G. Mello. Image thresholding using tsallis entropy. *Pattern Recognition Letters*, 25:1059–1065, 2004.
- [2] B. M. R. Boghosian. *J. Mol. Liq.* Number 4754. 53 edition, 1995.
- [3] L. Boltzmann. *Lectures on Gas Theory (English Translation)*. Berkeley, 1864.
- [4] Ernesto P. Borges. Irreversibilidade, desordem e incerteza: Três visões da generalização do conceito de entropia. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 21(4):453, Dez 1999.
- [5] Roger L. Casella, George; Berger. *Statistical Inference (2nd ed.)*. Duxbury, 2001.
- [6] E M F Curado and C Tsallis. Generalized statistical mechanics: connection with thermodynamics. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 24(2):L69, 1991.
- [7] G. A. Giraldi, P. S. Rodrigues, W. Jimenez, R. L. S. Silva, R. Strauss, A. Oliveira, and J. Suri. *T-Surfaces Framework for Offset Generation and Semi-Automatic 3D Segmentation*. deformable models: clinical and biological applications. Springer, 2005.
- [8] G. A. GIRALDI, P. S. Rodrigues, L. S. Marturelli, and R. L. S. Silva. *Improving the Initialization, Convergence and Memory Utilization for Deformable Models*, volume Handbook of Medical Image Analysis: Segmentation and Registration Models. New York: KA/PP, 2005.
- [9] G. A. Giraldi, P. S. Rodrigues, R. L. S. Silva, and J. Suri. *Level Set Formulation for Dual Snake Models*, chapter 8. Parametric and Geometric Deformable Models: An application in Biomaterials and Medical Imagery. Springer, 2005.
- [10] Richard Gonzalez, Rafael; Woods. *Processamento Digital de Imagens (3ª ed)*. Pearson Prentice Hall, 2010.
- [11] J. P. Jones and L. Palmer. An evaluation of the two-dimensional gabor filter model of simple receptive fields in cat striate cortex. *Journal of Neurophysiology*, 58:1233–1258, 1987.
- [12] P. G. Massa, M. P. Ribeiro, G. A. Wachs-Lopes, and P. S. Rodrigues. Realce de regiões em imagens de ultrassom de câncer mamário baseado em funções q-sigmóides. 2016.
- [13] Javier Movellan. Tutorial on gabor filters. 01 2018.
- [14] B. A. Olshausen. Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images. *Nature*, 381, pages 607–609, 1996.
- [15] P. S. Rodrigues, R. F. Chang, and J. S. Suri. *Non-extensive entropy for cad systems of breast cancer images*, pages 121–128. Proceedings of 19th Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing, 2006.

- [16] P. S. Rodrigues and G. A. Giraldi. Improving the non-extensive medical image segmentation based on tsallis entropy. *Pattern Analysis and Applications*, 14(4):369–379, 2011.
- [17] P. S. Rodrigues and G. A. Giraldi. Improving the non-extensive medical image segmentation based on tsallis entropy. pattern analysis and applications. *Patterns Analysis and Applications*, pages 1–18, 2011.
- [18] P. S. Rodrigues, G. A. GIRALDI, R.-F. CHANG, and J. SURI. *Automatic Classification of Breast Lesions in 3D Ultrasound Images*, volume Advances in Diagnostic and Therapeutic Ultrasound Imaging. Artech House, Boston and London, 2008.
- [19] P.S. Rodrigues, G.A. Giraldi, M. Provenzano, M.D. Faria, R.F. Chang, and J.S. Suri. A new methodology based on q-entropy for breast lesion classification in 3d ultrasound images. In *Proceedings of the 28th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 1048–1051, New York, 2006.
- [20] C. Shannon and W. Weaver. *The Mathematical Theory of Communication*. University of Illinois Press, Urbana, 1948.
- [21] Soo-Young Song, Hyun Ah; Lee. Hierarchical representation using nmf. *Springer Berlin Heidelberg*, pages 466–473, 2013.
- [22] Theodora A. Varvarigou Sotirios P. Chatzis, Dimitrios I. Kosmopoulos. Signal modeling and classification using a robust latent space model based on t distributions. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(3):949–963, 2008.
- [23] C. Tsallis. Nonextensive statistics: Theoretical, experimental and computational evidences and connections. *Brazilian Journal of Physics*, 29(1), March 1999.
- [24] C. Tsallis. Nonextensive statistical mechanics and its applications. *Series Lecture Notes in Physics*, Springer, Berlin, 2001. The bibliography of the subjects is regularly updated at <http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm>.
- [25] Guoshen Yu. Solving inverse problems with piecewise linear estimators: From gaussian mixture models to structured sparsity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, (5):2481–2499, 2012.