ANNEE : 2020-2021

ÉLECTROCINÉTIQUE

L1 Math-Info

Dr OUATTARA B.

PLAN DU COURS

Chapitre I : Les bases de l'électrocinétique

Introduction

L'**électrocinétique** (Eng.: *electrokinetics*) est le domaine de la physique (notamment l'électromagnétisme) où les manifestations des mouvements de *porteurs de charges mobiles* (p.c.m.) sont étudiées en terme de **courants** et de **tensions**. Il s'agit ainsi d'étudier la circulation des courants électriques dans des **circuits électriques** assez simples composés de sources, résistance, bobine, condensateur, etc. À ne pas confondre avec :

-L'**Electrostatique** : Etude des phénomènes liés aux charges électriques *immobiles*

- L'**Electronique** : Etude de la production , transformation et détection d'information contenue dans les *signaux électriques* .

L'**Electronique** et l'**Electrocinétique** ont des points communs : même grandeurs fondamentales (courants ,tension) et même lois fondamentales (loi de Kirchhoff)

I- LES GRANDEURS ELECTRIQUES

Une ***grandeur physique*** est une quantité qui peut se mesurer ou se calculer. Elle peut être décrite par un nombre réel, complexe ou par un vecteur .

Exp : la température , la vitesse , l'intensité de courant I etc.

Une ***grandeur algébrique*** est une gradeur physique affectée d'un signe, ce qui permet d'en orienter le sens suivant un axe donné.

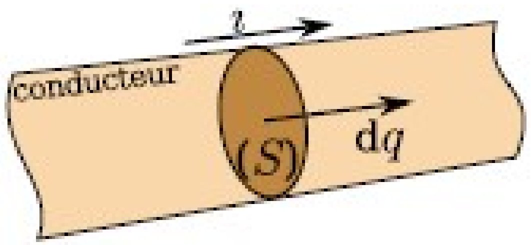
Exp: le champ électrostatique , La tension électrique , la température , l'intensité du courant

I- Les grandeurs électriques

I-1 Le courant électrique

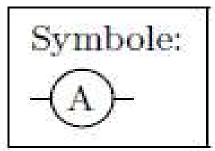
Définition 1: un courant électrique est la ***grandeur physique*** correspondant à la circulation des ***porteurs de charges mobiles*** **(électrons, ions etc.)** électriques dans un conducteur .

Définition 2 (Intensité électrique)**.** On désigne l'**intensité du courant électrique** $i(t)$ à travers une section (S) de conducteur, le débit de charges d $q(t)$ qui traverse la section (S) de conducteur pendant un intervalle de temps dt, soit :



$$\boxed{i(t) = \frac{\mathrm{d}\,q(t)}{\mathrm{d}t}}$$

L'intensité du courant est une grandeur algébrique , s'exprime en **Ampère** (A= C/s)
Elle se mesure à l'aide d'un ampèremètre monté en série .

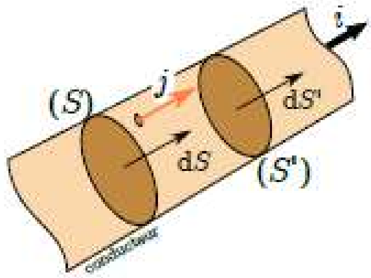


I-1.2 Densité de courant électrique $\vec{J}$

Dans un matériau conducteur , si tous les porteurs de charges mobiles sont de même type et porte la même charge q et se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ (vitesse de groupe) , on définit la densité volumique de courant $\vec{J}$ **.**

On appelle vecteur **densité volumique de courant**, noté $\vec{j}$ exprimé en A/m^2, le vecteur :

$$\boxed{\vec{j} = \rho \vec{v}}$$



Soit *n* la densité de porteurs par unité de volume ,
ρ est la **densité volumique** des porteurs : $\rho = n\,q$

L'intensité qui traverse une surface S quelconque et orientée par un contour C est égale au flux de la densité de courant à travers S :

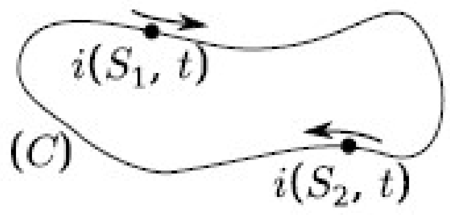
$$i = \iint_{(S)} \vec{j}\, d\vec{S}$$

I-1.3 Conservation de charges

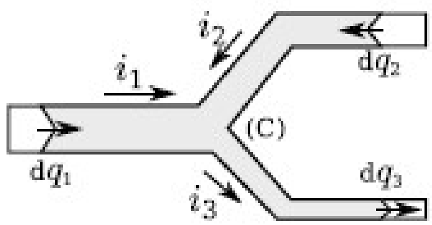
Définition 3 (Régime stationnaire). Un système est en *régime stationnaire* (relié au régime continu) si les grandeurs physiques le caractérisant sont **indépendantes du temps**.

Soit un contour C constitué de sections S_k . Dans régime stationnaire l'intensité du courant a la **même valeur** à travers toutes les section S_k :

$$\boxed{\forall S_k \in C, i(S_k, t) = I = \text{Cste}}$$



Soit le conducteur C qui comporte des bifurcations fonctionnant en régime stationnaire . La **conservation de charges** dans le volume du conducteur se traduit par:



$$dq_1 + dq_2 = dq_3, \text{ soit : } i_1 + i_2 = i_3$$

Généralisation :

$$\sum_{\text{entrant}} i_e(t) = \sum_{\text{sortant}} i_s(t)$$

I- Les grandeurs électriques

I-2 -a Le potentiel électrique

Le mouvement des p.c.m dans un conducteur est dû à une force électromagnétique :

$$\overrightarrow{\mathbf{F}} = q\boxed{\overrightarrow{\mathbf{E}}(P)}$$

Champ électrique au point P imposé par le générateur

Le potentiel électrique v (P) au point P est obtenu à partir du champ $\overrightarrow{E}$ (P) :

$$\boxed{V = -\int_{S} \overrightarrow{\mathrm{E}} \cdot \mathrm{d}\,\overrightarrow{\mathrm{l}}}$$

Le **Potentiel électrique** , exprimé en volts(V) dans le S.I est l'une des grandeurs définissant l'***état électrique*** d'un point P de l'espace.

I-2-b La tension électrique

La ***tension électrique (*** *aussi confondue avec la différence de potentiel)* , est *la valeur algébrique* correspondant à la circulation du champ électrique $\vec{E}$ le long d'un circuit.

La **tension électrique** U_{AB} entre les points A et B, est la différence entre les potentiels V_A au point A et V_B au point B :

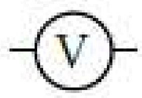
$$U_{AB} = V_A - V_B$$

$U_{AB} = V_A - V_B$

U_{AB} est une grandeur algébrique : $\boxed{U_{AB} = - U_{BA}}$

La **tension électrique** se mesure avec un voltmètre ou un oscilloscope monté en parallèle :

Symbole:



II- La Loi d'Ohm

Physiciens

Fils de serrurier, Georg OHM commence à travailler avec son père. À la suite de plusieurs séjours en Suisse, il termine ses études à Erlangen et il accepte un modeste poste à Bamberg. Quelques années plus tard, il est très heureux d'être nommé à Cologne où il trouve un environnement et des moyens propices à ses recherches.
G. OHM est l'auteur en 1827 de la loi fondamentale qui relie la tension électrique aux bornes d'un conducteur à l'intensité qui le parcourt. Il découvre cette loi relativement simple après des séries de mesures très délicates sur les températures locales et les forces exercées au sein même des conducteurs.

Georg Simon **Ohm**
Erlangen (Bavière) 1789 - Munich 1854

Nommé professeur à l'Académie Militaire de Berlin, puis à l'Institut Polytechnique de Nuremberg et enfin en 1849 à l'Université de Munich, il poursuit ses travaux dans les domaines de la polarisation des piles électriques, de l'acoustique, de la polarisation de la lumière.
Il se fait remarquer par des expériences spectaculaires et par des traitements mathématiques sophistiqués. Dans le domaine de l'acoustique, il montre en 1843 que l'oreille est capable de séparer dans un son complexe les différentes composantes sinusoïdales.

II- La Loi d'Ohm

II-1 Enoncé

Pour de nombreux conducteurs, la **tension** (= différence de potentiels) entre les extrémités du conducteur est proportionnelle à l'**intensité** traversant le conducteur :

$$\boxed{U_{AB} = V_A - V_B = RI_{A\to B} \Leftrightarrow I_{A\to B} = GU_{AB}} \quad \text{avec} \quad \boxed{R = \frac{1}{G}}$$

R est la **résistance** (en ohm, Ω) du **conducteur ohmique** et G la **conductance** (en siemens, S).

Cas particulier : conducteur métallique cylindrique homogène, de longueur l et de section S :

$$\boxed{R = \rho\frac{l}{S}} \text{ avec } \boxed{\rho \equiv \frac{1}{\gamma}} \left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ s'appelle la } \textbf{résistivité} \text{ (en } \Omega.m) \\ \gamma \text{ s'appelle la } \textbf{conductivité} \text{ (en } S.m^{-1}) \end{array} \right.$$

Ordre de grandeur :

- **conducteur** : $\rho \sim 10^{-8}\ \Omega.m$ et $\gamma \sim 5.10^{7}\ S.m^{-1}$:
  $\rho_{Au} = 2,35.10^{-8}\ \Omega.m$ et $\rho_{Cu} = 1,67.10^{-8}\ \Omega.m$
- Pour un **isolant** comme le verre : $\rho \sim 10^{6}\ \Omega.m$ et $\gamma \sim 10^{-6}\ S.m^{-1}$.

II- La Loi d’Ohm

II- Exercice d’application

Calculer la **résistance** d’un fil électrique en cuivre de diamètre $\varnothing$ = 1mm et de longueur *l=1m*? Pour un fil de même nature mais de diamètre double?

? **A retenir :**

- La tension au bornes d’un court-circuit (ou fil) est nulle
- Conséquence, une source de tension branché entre 2 points au même potentiel ne fonctionne pas.

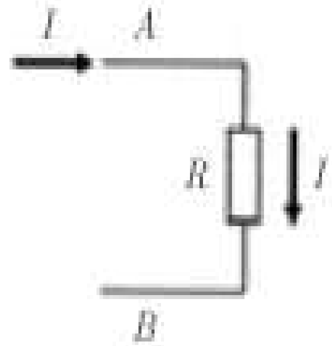
II- La Loi d’Ohm

II-3 Convention

Il convient de bien noter les conventions adoptées pour définir les signes des courants et des d.d.p.

Si $V_A > V_B$, I entre par A et sort par B ; on écrit :

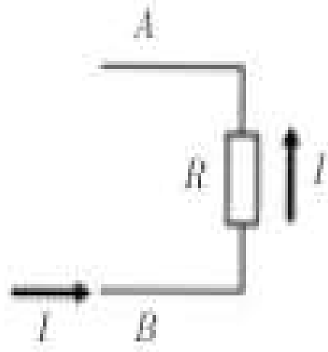
$$V_{AB} = V_A - V_B = RI$$



$V_{AB} = RI$

Si $V_A < V_B$, I entre par B et sort par A. Il convient d’écrire :

$$V_{AB} = V_A - V_B = -RI$$



$V_{AB} = -RI$

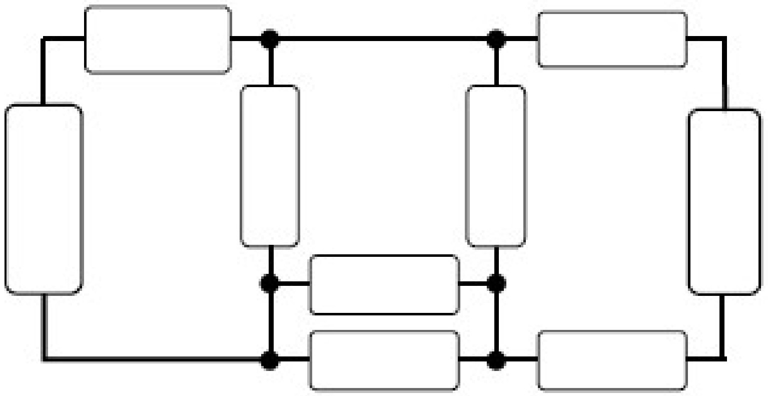
II- La Loi d'Ohm

II-4 Un peu de vocabulaires

Un **circuit** ou **réseau électrique** est constitué par un ensemble de **composants (dipôles, diodes, transistors, AOP ..)** reliés entre eux et qui agissent sur **les courants** et les **tensions** électriques .

- **Nœud :** point de jonction entre au moins 3 fils de connexion
- **Branche :** ensemble de dipôles montés en série entre 2 nœuds consécutifs.

---> un seul même courant circule dans les composants d'une branche

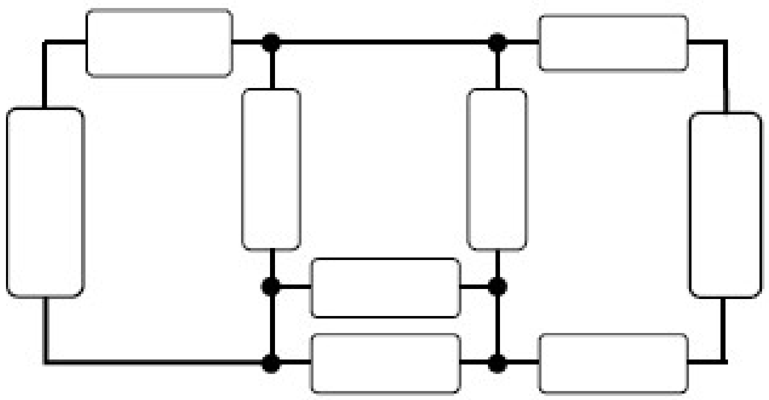


II- La Loi d’Ohm

II-4 Un peu de vocabulaires

•**Maille:** Ensemble de branches formant une boucle fermée (contour fermé) qui ne passe qu’une fois par un nœud donné.

•**Une maille indépendante** : comporte au moins une branche qui est non incluse dans les autres mailles .



II- La Loi d'Ohm

II-4 Un peu de vocabulaires

La masse (eg. notée M) définie la référence des potentiels pour un circuit, soit : $V_M = 0$ V

Symbole:

Dans un circuit , un potentiel V_A sous entend que le point A est référencé à la masse du montage :

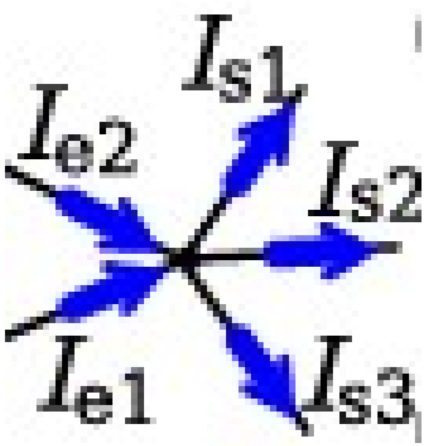
$$V_A = V_A - V_M = U_{AM}.$$

Symbole:

La terre est une connexion physique au sol . Son potentiel est généralement pris à 0.

III – LES LOIS DE KIRCHHOFF

III.1- 1ère Loi de Kirchhoff: La loi des Nœuds



Elle découle de la conservation de la charge électrique :

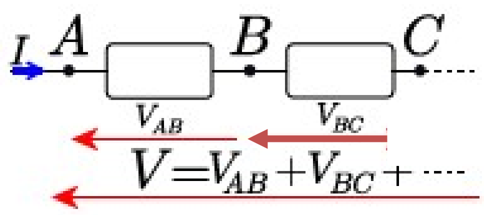
Les charges qui arrivent à un nœuds compensent celles qui en ressortent

Loi des nœuds

$$\sum_{\text{entrant}} i_e(t) = \sum_{\text{sortant}} i_s(t)$$

III.2- 2ième Loi de Kirchhoff:

- **La loi des branches**

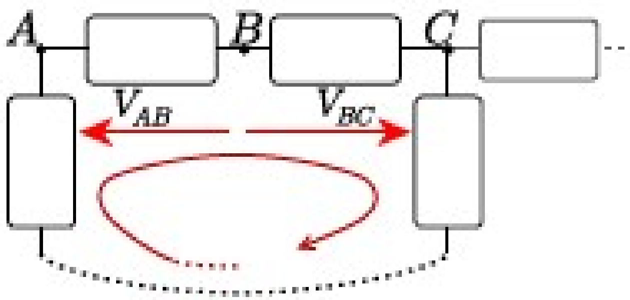


Dans une même branche , toutes les $V_k(t)$ peuvent se simplifier par leur somme algébrique $V(t)$:

Loi des branches

$$V(t) = \sum_{k \in \text{branche}} V_k(t)$$

- **La loi des mailles**



Dans une maille quelconque d'un réseau électrique, la somme algébrique des différences de potentiel est constamment nulle:

Loi des mailles

$$\sum_{k \in \text{maille}} V_k(t) = 0$$

III.3- Méthode d'utilisation des lois de Kirchhoff:

- Orienter arbitrairement les mailles ;
- Nommer et orienter les différentes tensions et intensités en tenant compte directement de la loi des nœuds et en commençant par les inconnues ;
- Dénombrer les intensités inconnues et écrire autant de lois des mailles que d'inconnues ;
- Remplacer les tensions de chaque maille par leurs expressions en fonctions des données du problème.
- Résoudre le système d'équations.

IV – Approximation des régimes quasi-stationnaires

Un réseau électrique peut être étudié:

- en **régime stationnaire** (ou régime permanent) **:** les grandeurs électriques *i(t), u(t) … sont indépendantes du temps:* ***i(t) = I*** *et* ***u(t)=U*** *(majuscules) .*

- en ***régime variable :*** Les grandeurs électriques dépendent du temps ***i***(t) ,***u***(t) …(en minuscule) *: i , u ...*

  En régime variable , le champ E se propage dans le conducteur à vitesse finie: c= 3.10^8 m/s . L'intensité à un instant t en 2 points distants de l sera différente.

On sera dans le cadre de l'***approximation des régimes quasi-stationnaires*** (ARQS) si le temps de propagation est négligeable devant la grandeur temporelle **T** caractérisant les variations des grandeurs électriques c-à-dire si $\boldsymbol{l \ll c \bullet T}$ *(l longueur du fil et T* la période des signaux)

IV – Approximation des régimes quasi-stationnaires

Appli: Pour un circuit électrique dont les dimensions sont de l'ordre du mètre : $l = 1$ m, et dont les p.c.m. se déplacent à la vitesse $c = 10^{-8}$s, qu'elle est la condition ARQS sur la période T du signal électrique ? Qu'elle est la fréquence correspondante ?

Chapitre II : Les Dipôles

I.1- Notions de dipôles et définitions

Définition 1 (Le dipôle électrique)**.** Un *dipôle* est un conducteur électrique possédant deux bornes (A et B). Le comportement d'un dipôle est caractérisé par :

- la tension ou différence de potentielle (ddp) entre ces bornes : $U_{AB} = (V_A - V_B)$
- le courant I qui le traverse.

$\hookrightarrow$ Conservation de la charge : à tout instant le courant entrant par une borne est égal au courant sortant par l'autre borne.

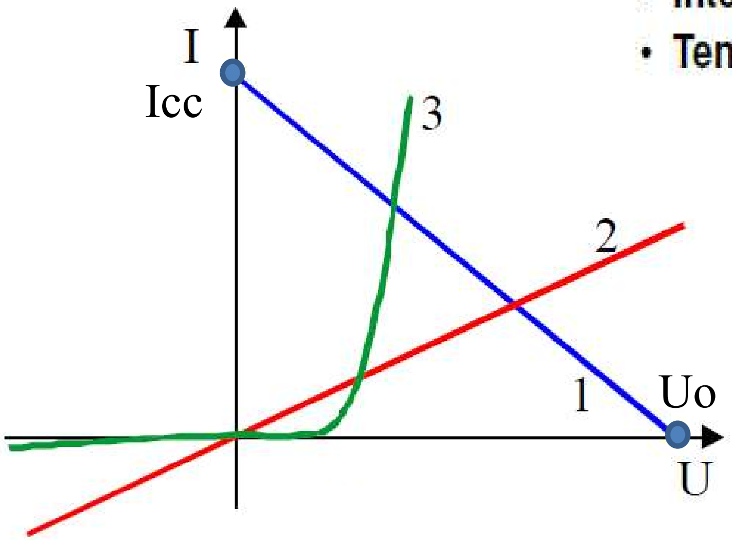
I.2- Caractéristiques d'un dipôle

La fonction liant U_{AB} à **I** (et réciproquement) imposée par un dipôle appelée **caractéristique.** On a:

$$U = f(I) \quad \text{et} \quad I = g(U)$$

On désigne par :

- **Intensité de court-circuit** du dipôle : $I_{cc} = g(U = 0)$
- **Tension à vide** ou tension en circuit-ouvert du dipôle : $U_0 = f(I = 0)$



I.3- Classification des dipôles

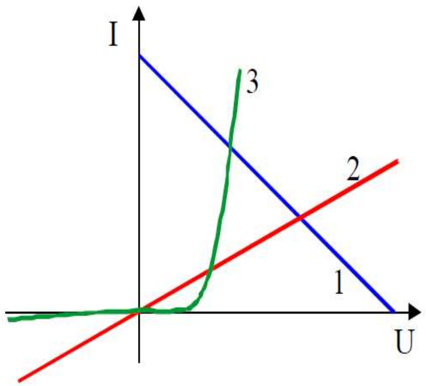
Dipôle passif : Un dipôle est dit passif s'il ne peut fournir l'énergie électrique de façon permanente. Sa caractéristique passe par l'origine (I=0 , U=0) .

Dipôle actif : Un dipôle est dit actif s'il est capable de fournir l'énergie électrique de façon permanente.

Dipôle symétrique : si sa caractéristique est symétrique par rapport à l'origine .

Dipôle linéaire : si sa caractéristique est définie par une fonction linéaire

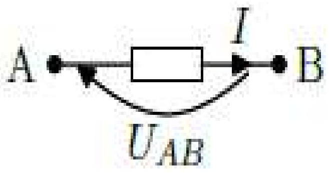
$$\boxed{I = pU_{AB} + q \quad \text{ou} \quad U_{AB} = aI + b}$$



I.4- Conventions

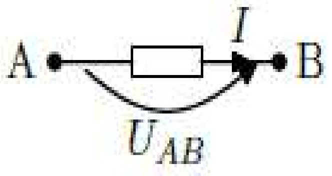
Convention récepteurs

Le courant et la tension sont orientés en sens inverse. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles s'opposant à la circulation du courant.



Convention générateurs

Le courant et la tension sont orientés dans le même sens. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles favorisant la circulation du courant.



I.5- Energie et Puissance électrique

En physique , l'**énergie** correspond à la capacité de faire un travail c.-à-d. d'agir.

Unité **:** Joule (J)

La **Puissance** électrique est la quantité d'énergie par unité de temps fournie par un système à un autre. La puissance correspond donc à un débit d'énergie :

$$\boxed{p(t) = \frac{\mathrm{d}\,\mathcal{E}(t)}{\mathrm{d}t}}$$

Elle s'exprime en watt (W)

La quantité d'énergie traversant un dipôle pendant un intervalle de temps **dt** est :

$$\boxed{\mathrm{d}\,\mathcal{E}_A(t) = I\mathrm{d}t\,(V_A - V_B) \stackrel{\cdot}{=} UI\mathrm{d}t}$$

La puissance instantanée vaut : $\boxed{p(t) = u(t) \cdot i(t)}$

En régime stationnaire , la puissance électrique devient : $\boxed{P = U\ I}$

II. Dipôles linéaires passifs

II-1 Résistor ou conducteur ohmique (résistance R)

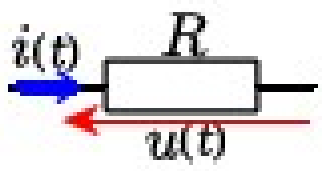
- Aptitude d'un matériau conducteur de s'opposer à la circulation du courant

- **Aspect physique :**

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S}}$$

Équation caractéristique : la loi d'Ohm

En convention récepteur , il vérifie la Loi d'Ohm :



$$\boxed{u(t) = R \cdot i(t)}$$

R est la résistance du conducteur ohmique .Elle se mesure en **Ohm (Ω).**

On peut écrire également :

$$\boxed{i(t) = G \cdot u(t)}$$

Où G est la conductance du conducteur ohmique mesurée en *Siemens (S) .*

- Le conducteur ohmique correspond à un **dipôle linéaire**, passif et symétrique se comportant en récepteur (p(t) > 0)).

Aspect énergétique :

$$\boxed{P = R \cdot I^2 = G \cdot U^2}$$

Elle est entièrement dissipée par ***effet Joule***

II-2 Le condensateur de capacité C

Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices qui se font faces séparées par un matériau isolant (le diélectrique).

- **Aspect physique :** La capacité d'un condensateur se détermine en fonction de la géométrie des armatures et de l'isolant entre les armatures :

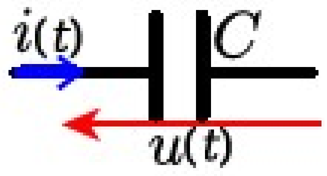
$$\boxed{C = \varepsilon \frac{S}{L}}$$

L'unité de la capacité est le **Farad (F)**

Équation caractéristique

La charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension u a ses bornes.

$$\boxed{q = C\,u}$$



Dans le **cadre ARQS**, on a:

$$\boxed{i(t) = \frac{\mathrm{d}\,q(t)}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}t}}$$

Si u(t) =cste alors i(t) =0 , le condensateur se comporte comme un **circuit ouvert .**

Aspect énergétique

Puissance reçue par un condensateur idéal :

$$p = u \cdot i = u \cdot C \frac{\mathrm{d}\, u(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\, \mathcal{E}_{elec}}{\mathrm{d}t} \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{d}\, \mathcal{E}_{elec} = C u \,\mathrm{d}\, u$$

où $d\mathcal{E}_{elec}$ est l'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur pendant la durée infinitésimale dt. Il vient :

$$\boxed{\mathcal{E}_{elec} = \int \mathrm{d}\, \mathcal{E}_{elec} = \int C u \,\mathrm{d}\, u = \frac{1}{2} C u^2}$$

II-2 La bobine (self) d'inductance L

Une **bobine** est constituée de spires obtenues par enroulement d'un fil métallique (eg. du cuivre) éventuellement autour d'un noyau en matériau ferromagnétique (noyau de fer)

Aspect physique :

L'**inductance** d'une bobine est proportionnelle au flux du champ et à l'intensité du courant qui le traverse :

W : Weber

$$\boxed{L = \frac{\Phi}{I}}$$

H: Henry

A :Ampère

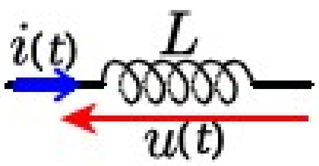
Lorsque ce flux varie , il apparait une force électromotrice (f.é.m)

$$\boxed{u(t) = -\frac{\mathrm{d}\,\Phi(t)}{\mathrm{d}t}}$$

Equation caractéristique :

Toute variation du courant au sein d’une bobine produit une variation du champ magnétique induit, ce qui a pour effet de produire une tension qui s’oppose à la variation du courant, on obtient :

$$\boxed{u(t) = L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}t}}$$



Avec L l’inductance propre de la bobine mesuré en henry (H)

$\boxed{\text{Si } i(t) = \mathrm{Cste} \text{ alors } u(t) = 0,\ \forall L, \text{ la bobine se comporte comme court-circuit.}}$

Aspect énergétique :

Puissance reçue par une bobine idéal :

$$p = u \cdot i = L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}t} \cdot i(t) = \frac{1}{2}L\frac{\mathrm{d}\,i^2(t)}{\mathrm{d}t}$$

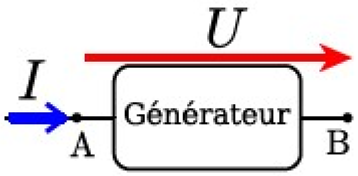
L'*énergie magnétique* emmagasiné dans la bobine pendant la durée infinitésimale $\mathrm{d}t$:

$$\mathcal{E}_{\mathrm{magn}} = \frac{1}{2}Li^2$$

III. Dipôles linéaires actifs

Un dipôle est dit **actif** s'il est capable de fournir de l'**énergie électrique** de façon **permanente**.

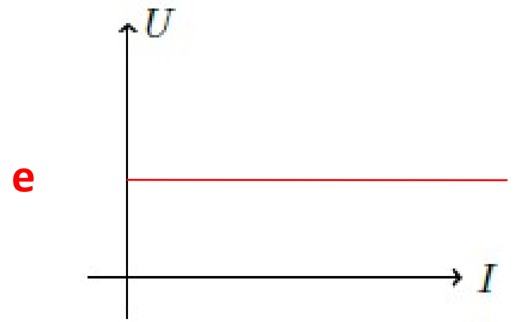
On adopte dans cette partie la convention générateur.
La caractéristique électrique d'un dipôle générateur ne passe pas par l'origine.



III.1 source de tension idéale

Une source de tension est ***idéale*** si quelle soit l'intensité du courant qui la traverse , la tension *u* à ses bornes reste constante :

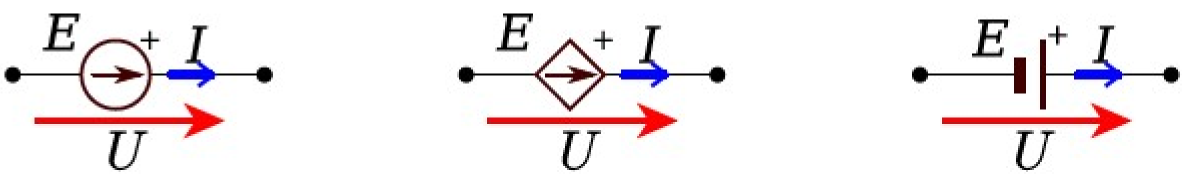
$$\boxed{\forall i, \qquad u = e}$$



e est la force électromotrice (f.é.m.) de la source de tension .
La puissance fournie par ce dipôle est alors :

$$\boxed{P_f = e \cdot i.}$$

<u>Les différentes symboles de source tension:</u>

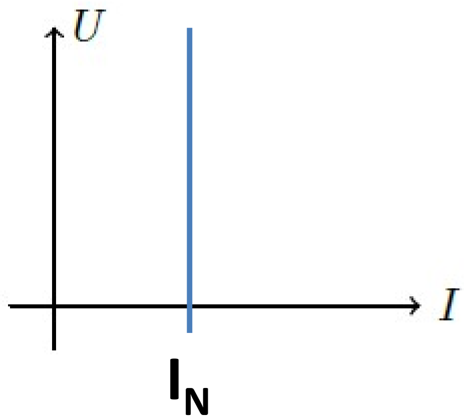


(Américain) (Régime continu)

III.2 source de courant idéale

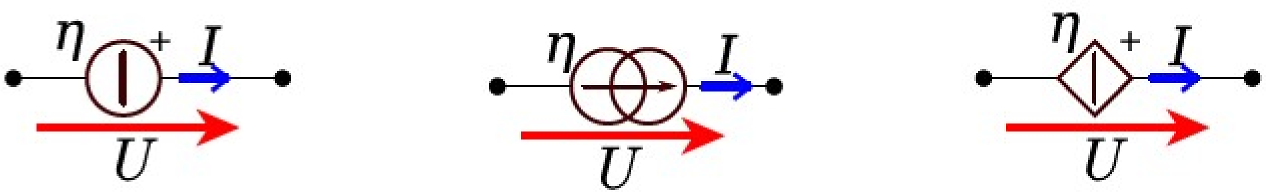
Une source de courant est **idéale** si quelle que soit la tension à ses bornes, l'intensité du courant qui la traverse reste constante :

$$\boxed{\forall u, \qquad i = I_N}$$



Où I_N (ou I_{cc}) désigne le courant électromoteur (c.é.m) de la source. La puissance fournie par ce dipôle : $P_f = u \cdot I_N$.

Les différentes symboles de source courant

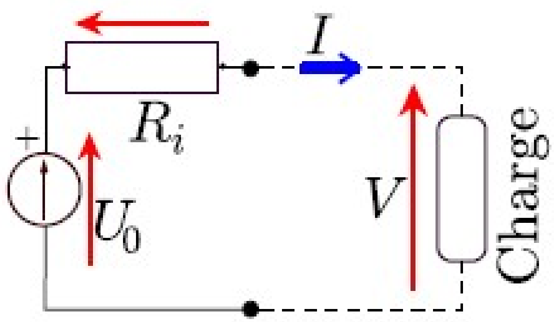


(Américain)

III.3 sources réelles

Source de tension réelle :

Une source de *tension réelle* est l'association en série d'une source de **tension idéale** de f.é.m. $E= U_o$ (tension à vide), et d'une résistance R_i correspondant *à la* **résistance interne** de la source.



On a : $V = U_o - R_i I$ avec $R_i = \frac{U_0}{I_{cc}}$

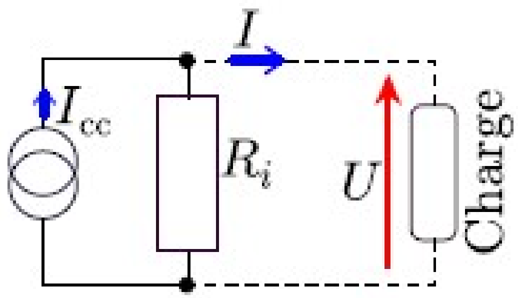
La puissance fournie par ce dipôle s'écrit : $P_f = U_0 \cdot I - R_i I^2$

Cette représentation correspond au **modèle de THÉVÉNIN**

III.3 sources réelles

Source de courant réelle :

Une source de *courant réelle* est l'association en parallèle d'une source de **courant idéal** de c.é.m. η = I_{cc} (courant de court-circuit) , et d'une résistance R_i de conductance $G_i = \frac{1}{R_i}$ correspondant à la **conductance interne** de la source.

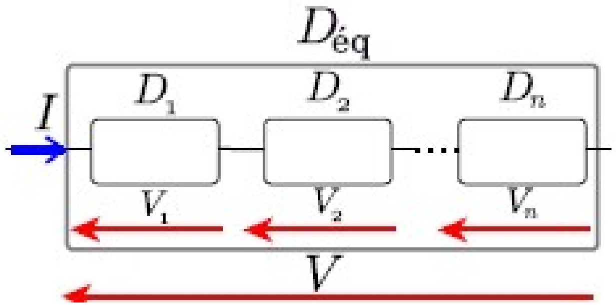


On a alors : $I = I_{cc} - G_i U$, avec $G_i = \frac{I_{cc}}{U_0}$.
La *puissance fournie* par ce dipôle s'écrit : $P_f = U \cdot I_{cc} - G_i U^2$.

Cette représentation correspond au **modèle de Norton**

IV- Associations de dipôles

IV-1 Dipôle en séries



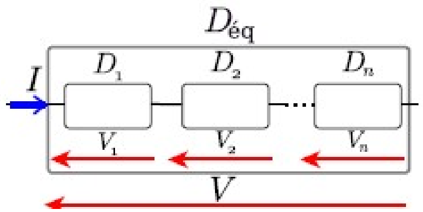
Association série *n* dipôles linéaires :

- Les dipôles appartiennent à la même branche
-Ils sont parcourus par la même intensité de courant *i(t)* .

La tension *v(t)* totale aux bornes de l'association vaut :

$$\boxed{v(t) = \sum_{k}^{n} v_k(t)}$$

IV-1 Dipôles en séries



- Si chaque dipôles D_k correspond à une résistance R_k, on obtient :

$$v(t) = \sum_{k}^{n} R_k i(t) = R_{\text{eq}} i(t) \qquad \text{avec} \qquad R_{\text{eq}} = \sum_{k}^{n} R_k$$

- Si chaque dipôles D_k correspond à une capacité C_k

$$v(t) = \sum_{k}^{n} \frac{1}{C_k} \int i(\tau) d\tau = \frac{1}{C_{\text{eq}}} \int i(\tau) d\tau, \qquad \text{avec} \quad C_{\text{eq}}^{-1} = \sum_{k}^{n} C_k^{-1}$$

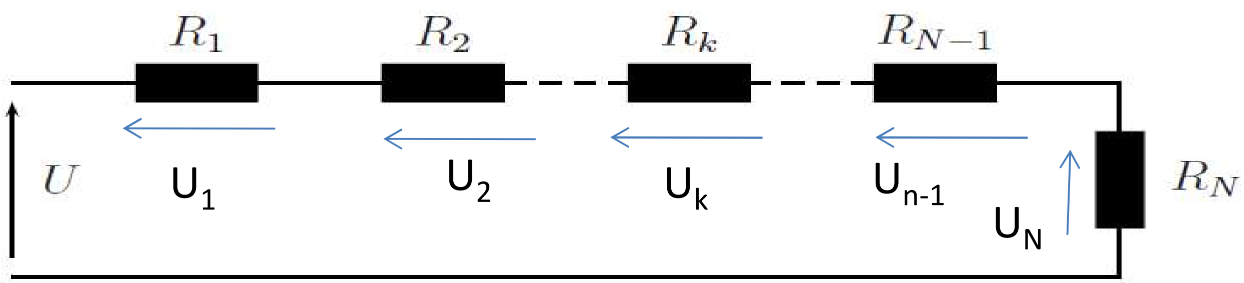
- Si chaque dipôles D_k correspond à une inductance L_k, on obtient :

$$v(t) = \sum_{k}^{n} L_k \frac{\mathrm{d}\, i}{\mathrm{d}t} = L_{\text{eq}} \frac{\mathrm{d}\, i}{\mathrm{d}t} \qquad \text{avec} \quad L_{\text{eq}} = \sum_{k}^{n} L_k$$

IV-1 Dipôle en séries

Le diviseur de tension :

Soit une association série de N résistances R_k avec $k = 1 \rightarrow N$:



Soit U_k la tension aux bornes de la résistance R_k et R_e la résistance équivalente c'est à dire $R_e = \sum_{k=1}^{k=N} R_k$ .On a : $I = \frac{U_k}{R_k} = \frac{U}{Re}$; ce qui donne la loi du diviseur de tension :

$$\boxed{U_k = \frac{R_k}{R_e}U = \frac{R_k}{\sum_{k=1}^{k=N} R_k}U}$$

Le **Pont diviseur** de tension

<u>*Cas particulier important*</u> : $N = 2$

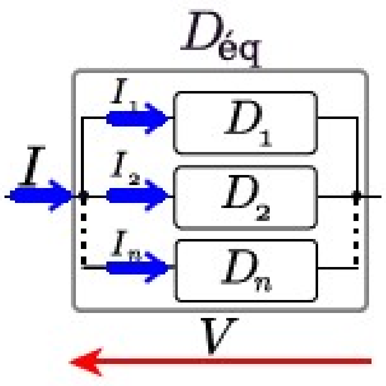
$$\boxed{U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}U \qquad et \qquad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}U}$$

IV-2 Dipôles en parallèles

Une association de n dipôles est en parallèle :

-La tension *v(t)* à leurs bornes

- L'intensité totale du courant les traversant :



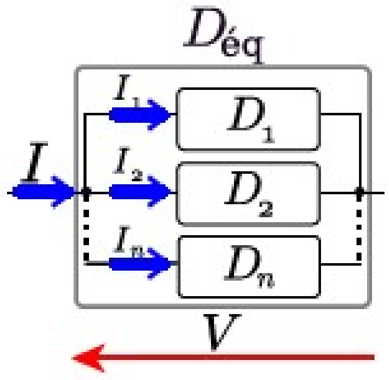
$$\boxed{i(t) = \sum_k^n i_k(t) = \sum_k^n \frac{1}{D_k} v(t)}$$

Si chaque dipôles D_k correspond à une résistance R_k, on obtient :

$$i(t) = \sum_k^n G_k v(t) = G_{eq} v(t), \qquad \text{avec} \quad G_{eq} = \sum_k^n G_k = R_{eq}^{-1} = \sum_k^n R_k^{-1}$$

Diviseur de courant

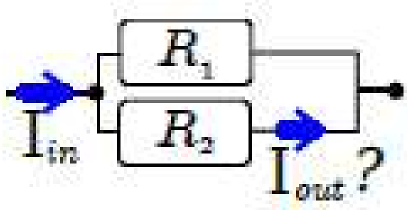
Dans l'association parallèle de *n* conducteurs ohmiques , le courant I_a traversant le conducteur ohmique de conductance G_a :



$$\boxed{i_a(t) = \frac{G_a}{G_{eq}} i(t)}$$

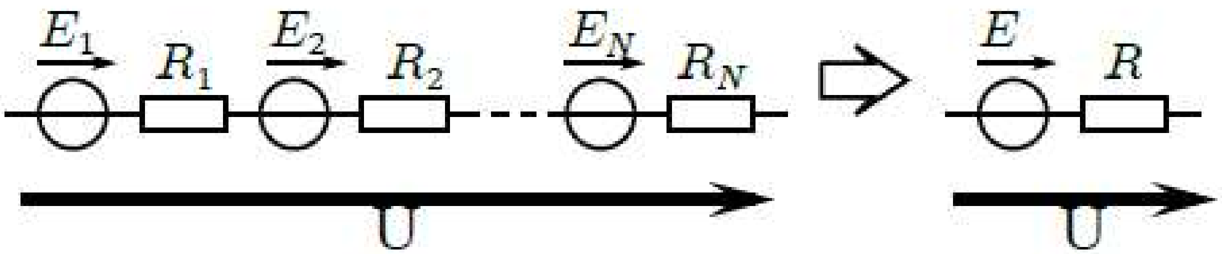
Exemple : Calculer le courant I_{out} traversant la résistance R_2

« Pont diviseur de courant »



IV-3 Association série de sources de tension

On a une association série de N générateurs de **tension linéaires réels** (E_k , R_k) ssi ils sont traversé par un même courant.



On obtient une source de tension réelle unique de f.é.m. totale E et de résistance interne R :

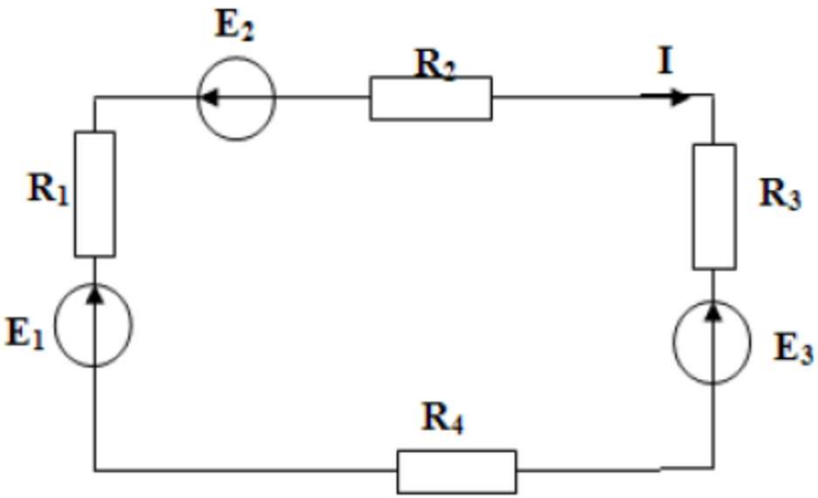
$$E = \sum_{k}^{N} E_k \qquad \text{et} \qquad R = \sum_{k}^{N} R_k$$

Une association en série de tension ***augmente*** la tension *U* mais pas le courant *I*.

IV.4. Loi de Pouillet

Pour un circuit fermé parcouru par un courant d'intensité I et contenant des générateurs, des récepteurs et des résistances, On a : $I = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} E_i + \sum_{i=1}^{m} E'_i}{\sum_{i=1}^{k} R_i}$

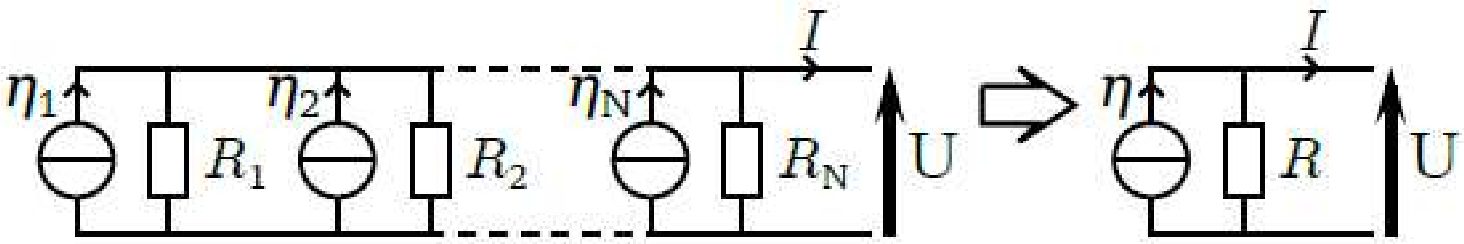
Attention, dans cette expression les f.e.m E_i sont comptés positivement si I sort par le pôle + du générateur, les f.c.e.m E'_i sont comptés négativement.



$$I = \frac{E_1 - E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

IV-5 Association parallèle de sources de courant

On a une association parallèle de N générateurs de **courants linéaires réels** (I_k , G_k) ssi ils sont soumis à la même d.d.p *U*.



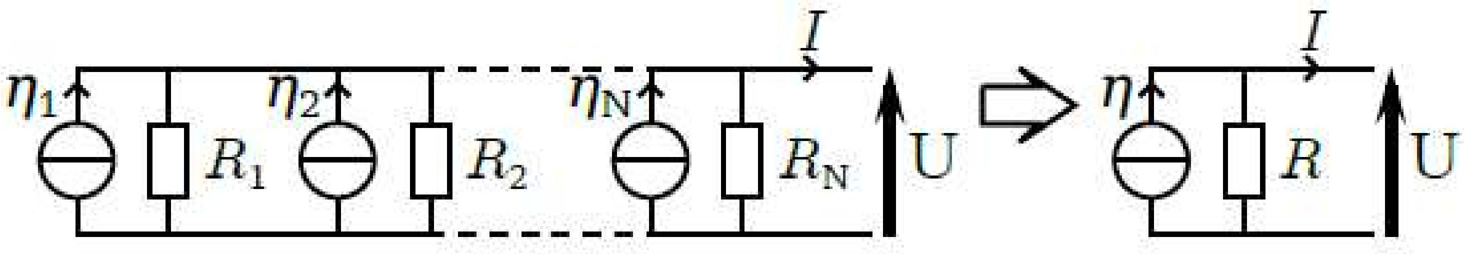
On obtient une source de tension réelle unique de courant totale *I* et la conductance équivalente G_{eq} :

$$I = \sum_k^N I_k \qquad \text{et} \qquad G_{eq} = \sum_k^N G_k$$

Une association en parallèle de source de courant ***augmente*** l'intensité du courant mais pas la tension U.

IV-5 Association parallèle de sources de courant

On a une association parallèle de N générateurs de **courants linéaires réels** (I_k , G_k) ssi ils sont soumis à la même d.d.p *U*.



On obtient une source de tension réelle unique de courant totale *I* et la conductance équivalente G_{eq} :

$$I = \sum_{k}^{N} I_k \qquad \text{et} \qquad G_{eq} = \sum_{k}^{N} G_k$$

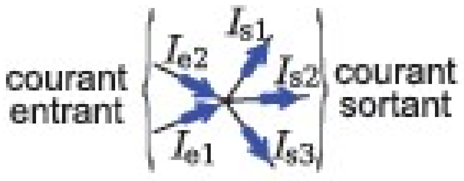
Une association en parallèle de source de courant ***augmente*** l'intensité du courant mais pas la tension U.

Chapitre III : LES CIRCUITS LINEAIRES

I- Les lois et les théorèmes fondamentaux

A- Les lois de Kirchhoff

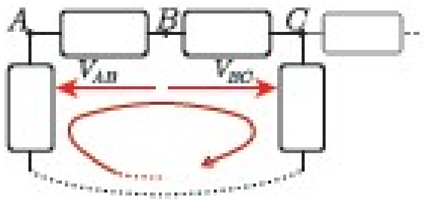
1- Loi des nœuds



Loi des nœuds (III.1)

$$\sum_{\text{entrant}} i_e(t) = \sum_{\text{sortant}} i_s(t)$$

2- Loi des mailles



Loi des mailles (III.3)

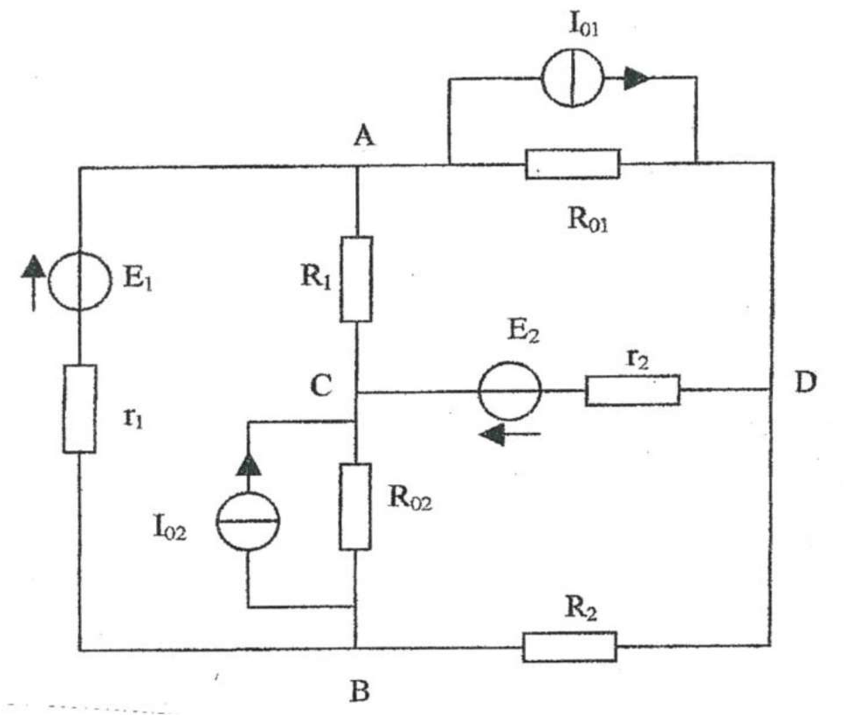
$$\sum_{k \in \text{branche}} V_k(t) = 0$$

I- Les lois et les théorèmes fondamentaux

Méthode d'application (voir page 20)

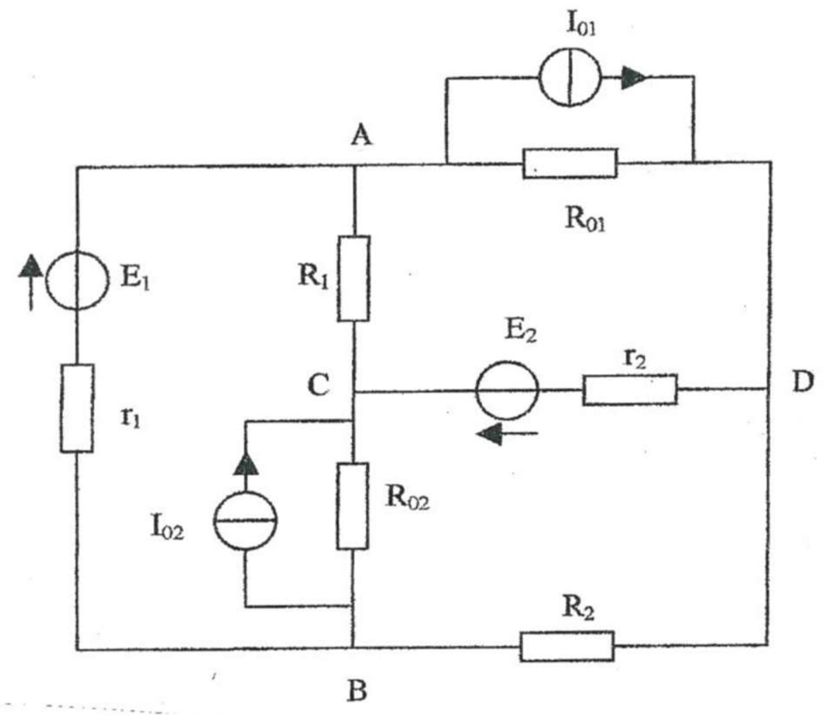
Exercice d'application :

Soit le montage ci-dessous :



B- La méthode des courants fictifs de mailles (voir TD)

C- La méthode des tensions de nœuds (Voir TD)



C- Le théorème de Millman

*Le théorème de **Millmann** n'est rien d'autre que la loi des nœuds exprimé en terme de potentiel (reference commune est la masse)*

On a :

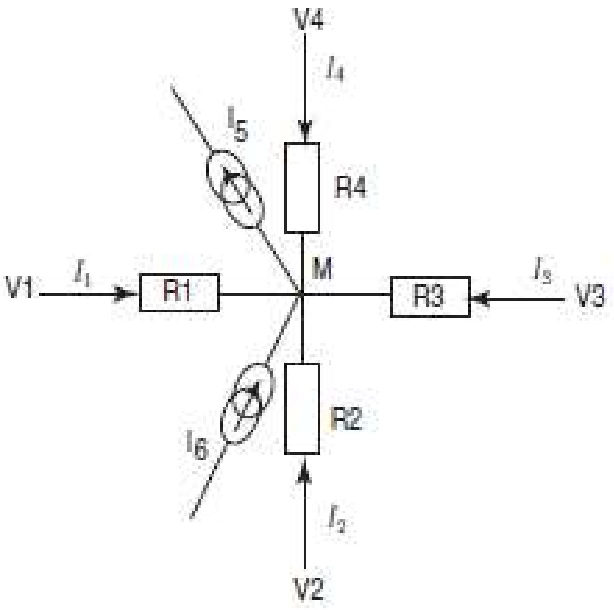
$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 - I_5 + I_6 = 0$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_M}{R_1} = G_1(V_1 - V_M)$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_M}{R_2} = G_2(V_2 - V_M)$$

$$I_3 = \frac{V_3 - V_M}{R_3} = G_3(V_3 - V_M)$$

$$I_4 = \frac{V_4 - V_M}{R_4} = G_4(V_4 - V_M)$$



$$G_1(V_1 - V_M) + G_2(V_2 - V_M) + G_3(V_3 - V_M) + G_4(V_4 - V_M) - I_5 + I_6 = 0$$

I- Les lois et les théorèmes fondamentaux

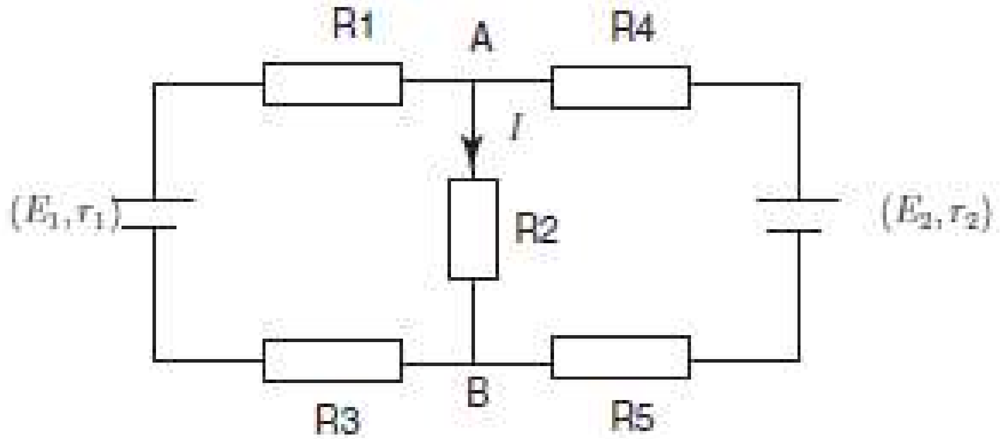
- On finalement le potentiel au nœud M :

$$\boxed{V_M = \frac{-I_5 + I_6 + G_1V_1 + G_2V_2 + G_3V_3 + G_4V_4}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4} = \frac{\sum G_iV_i + \varepsilon I_i}{\sum G_i}}$$

D- Le théorème de superposition

Enoncé :

Le courant I qui circule dans la branche AB d'un réseau électrique linéaire peut s'écrire comme la somme des courants électriques qu'impose chaque source de puissance (générateur) électrique dans cette branche comme si elle était seule

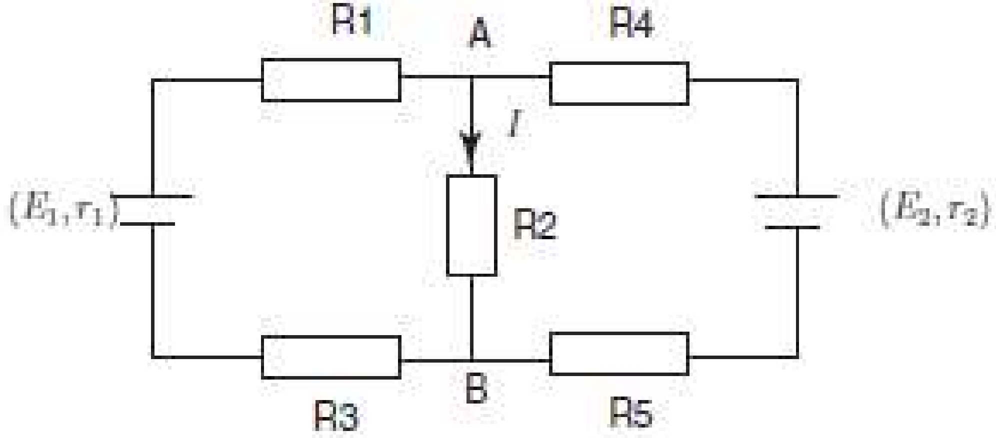


Remarque :

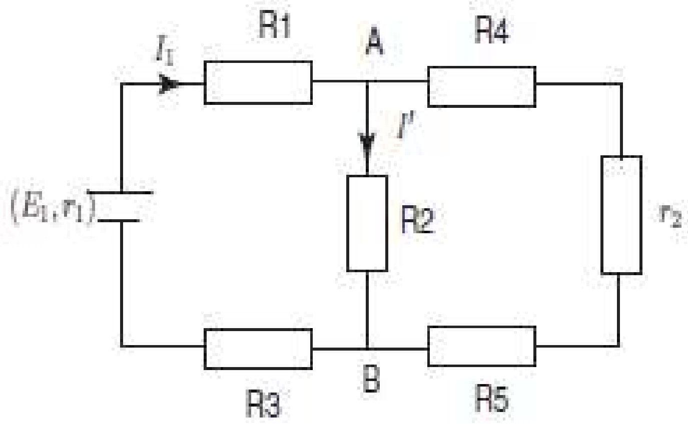
- ⋆ *éteindre une source de courant idéale est équivalent à un interrupteur ouvert.*
- ⋆ *éteindre une source de tension idéale est équivalent à un interrupteur fermé (fil).*

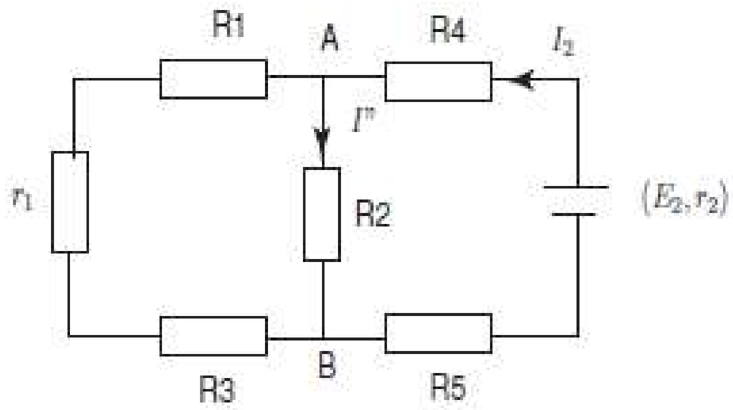
I- Les lois et les théorèmes fondamentaux

Solution : voir correction TD



On pose : **I = I' + I''**





I- Les lois et les théorèmes fondamentaux

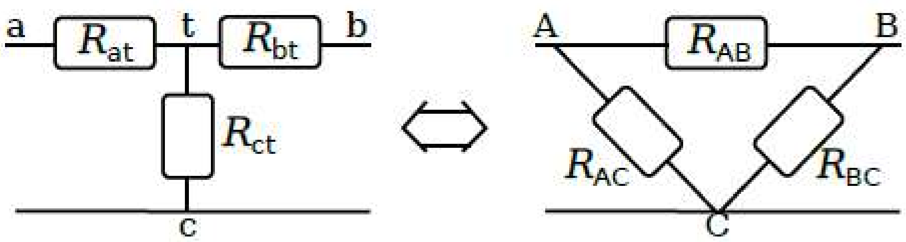
$$I' = \frac{(r_2 + R'_4)E_1}{(R'_1 + r_1)(R_2 + R'_4 + r_2) + R_2(R'_4 + r_2)}$$

$$I" = \frac{(r_1 + R'_1)E_2}{(R'_4 + r_2)(R_2 + R'_1 + r_1) + R_2(R'_1 + r_1)}$$

$$I = I' + I" = \frac{(r_2 + R'_4)E_1}{(R'_1 + r_1)(R_2 + R'_4 + r_2) + R_2(R'_4 + r_2)} + \frac{(r_2 + R'_4)E_1}{(R'_1 + r_1)(R_2 + R'_4 + r_2) + R_2(R'_4 + r_2)}$$

E- Le théorème de Kennely

Une technique permettant de transformer une **association triangle** de conducteurs ohmiques en une **association étoile** et vice-et-versa.



Transformation triangle vers étoiles

$$
\begin{aligned}
R_{at} &= \frac{R_{ab}R_{ac}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ac}} \\
R_{bt} &= \frac{R_{ab}R_{bc}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ac}} \\
R_{ct} &= \frac{R_{ac}R_{bc}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ac}}
\end{aligned}
$$

Transformation étoile vers triangle

$$
\begin{aligned}
R_{ab} &= \frac{R_{at}R_{bt}+R_{bt}R_{ct}+R_{ct}R_{at}}{R_{ct}} \\
R_{bc} &= \frac{R_{at}R_{bt}+R_{bt}R_{ct}+R_{ct}R_{at}}{R_{at}} \\
R_{ac} &= \frac{R_{at}R_{bt}+R_{bt}R_{ct}+R_{ct}R_{at}}{R_{bt}}
\end{aligned}
$$

I- Les lois et les théorèmes fondamentaux

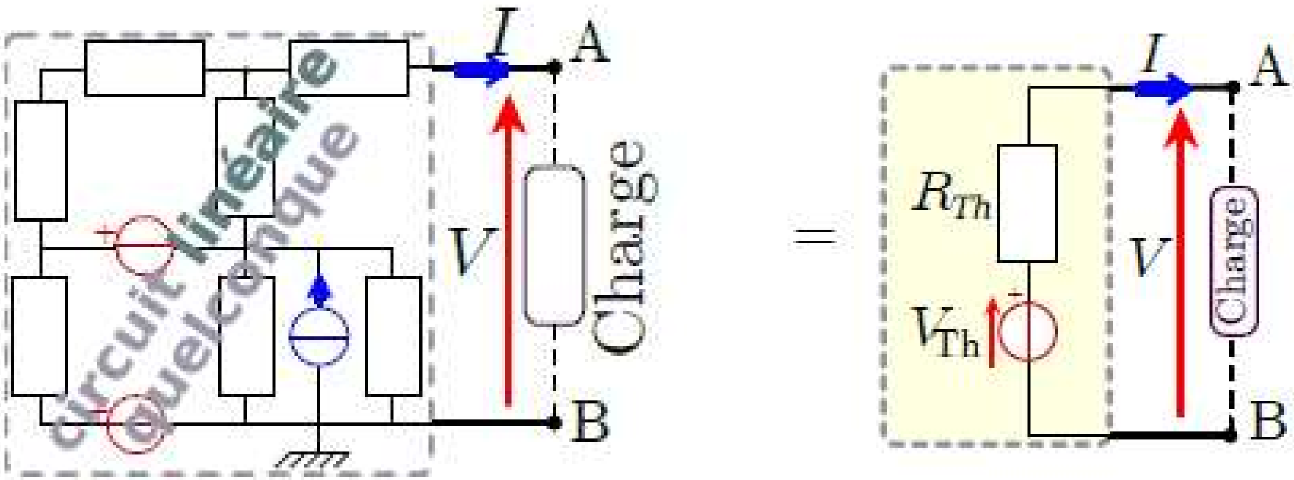
F- Le théorème de Thévénin

Énoncé :

Un réseau électrique linéaire peut être modéliser ,vu des points A et B par une source de Théve-nin dont la force électromotrice E_{th} et l'impedance Z_{th} (r_{th}) sont données par :

- *Z_{th} : En mesurant l'impedance du reseau (la charge étant enlevée) entre les points A et B lorsque toutes les sources indépendantes sont éteintes.*
- *E_{th} : La tension U_{AB} à vide ($I = 0$) aux bornes du réseaux (on enlève la resistance R_{AB}*

$$\boxed{E_{th} = U_{AB})_{I=0}}$$



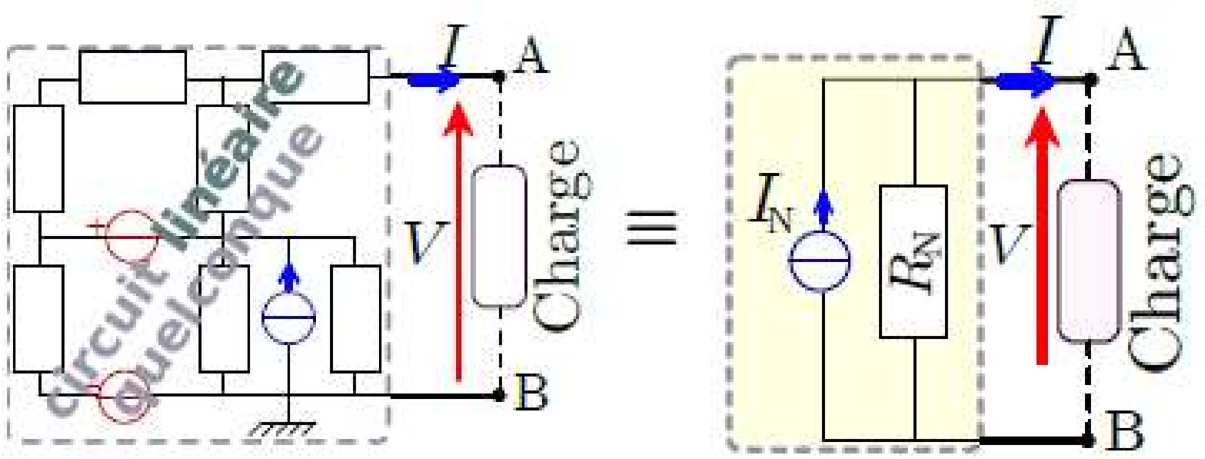
$$\boxed{I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_{AB}}}$$

G- Le théorème de Norton

Un réseau électrique linéaire peut être vu des points A et B lorsque on enlève la charge comme une source de Norton d'impedance R_N *et de courant de court-circuit* I_N *donné par :*

⋆ I_N *: courant de court-circuit qui passe entre A et B (la charge étant enlevée) lorsque* $U_{AB} = 0$.

⋆ R_N *: l'impedance du reseau vu des points A et B lorsque on éteint toutes les sources autonomes (indépendantes) ; la charge étant enlevée*

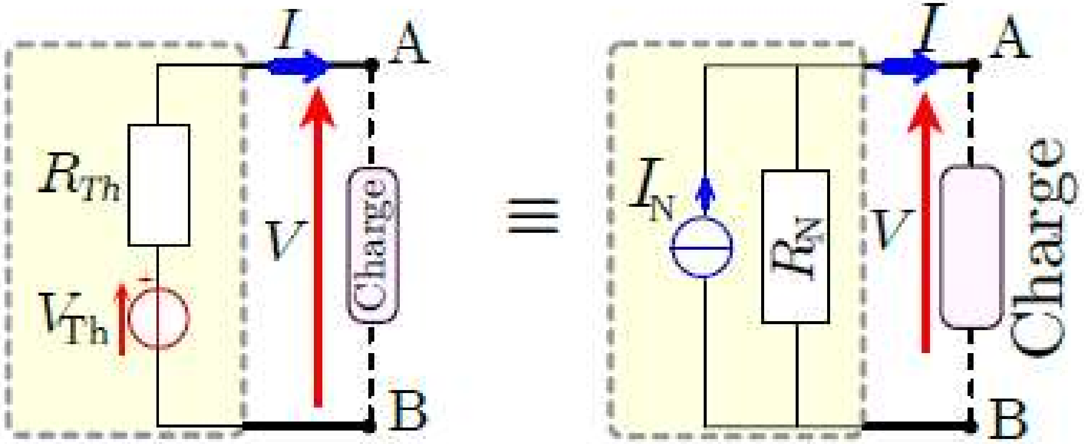


$$I = \frac{R_N}{R_N + R} I_N$$

H- Equivalence Thévénin - Norton

Les modèles de Thévenin et de Norton sont reliés par les relations :

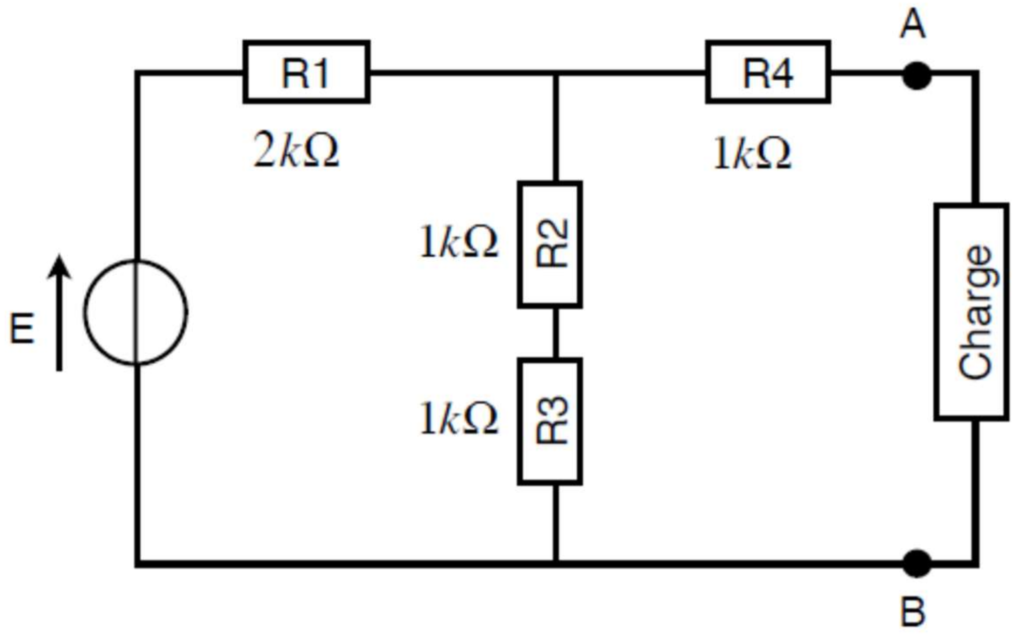
$\boxed{R_{\mathrm{Th}} = R_{\mathrm{N}} = R_{\mathrm{eq}}}$, et $\boxed{I_{\mathrm{N}} = \frac{V_{\mathrm{Th}}}{R_{\mathrm{eq}}}}$ ou $\boxed{V_{\mathrm{Th}} = I_{\mathrm{N}} R_{\mathrm{eq}}}$



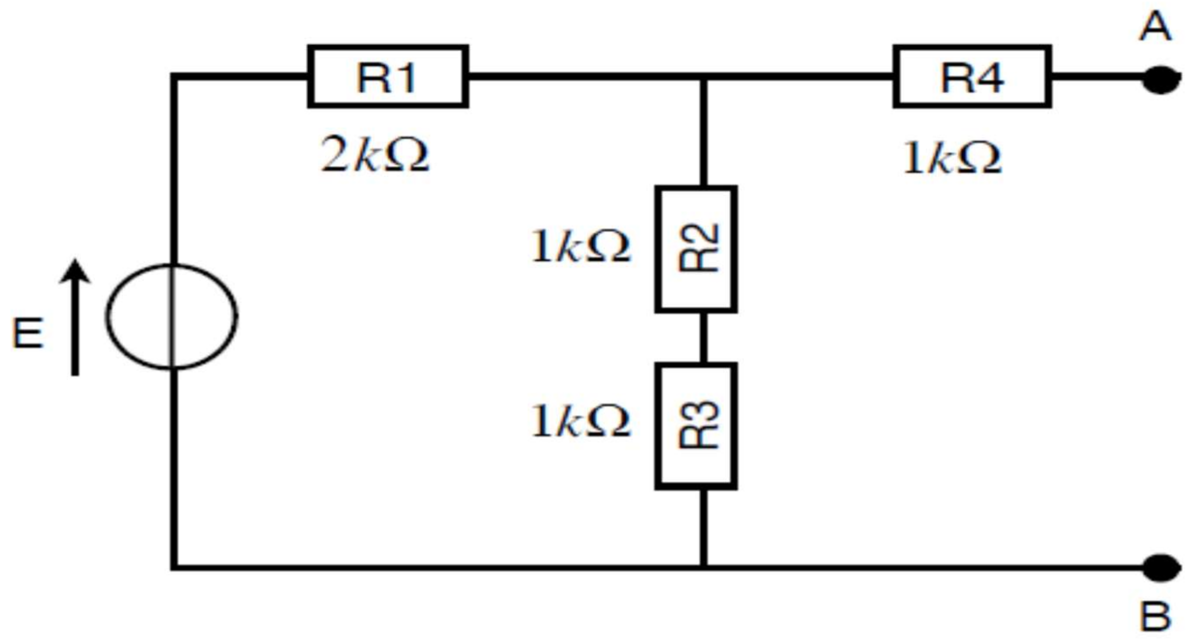
$\hookrightarrow$ On peut d'une représentation à l'autre de manière équivalente.

Exemple

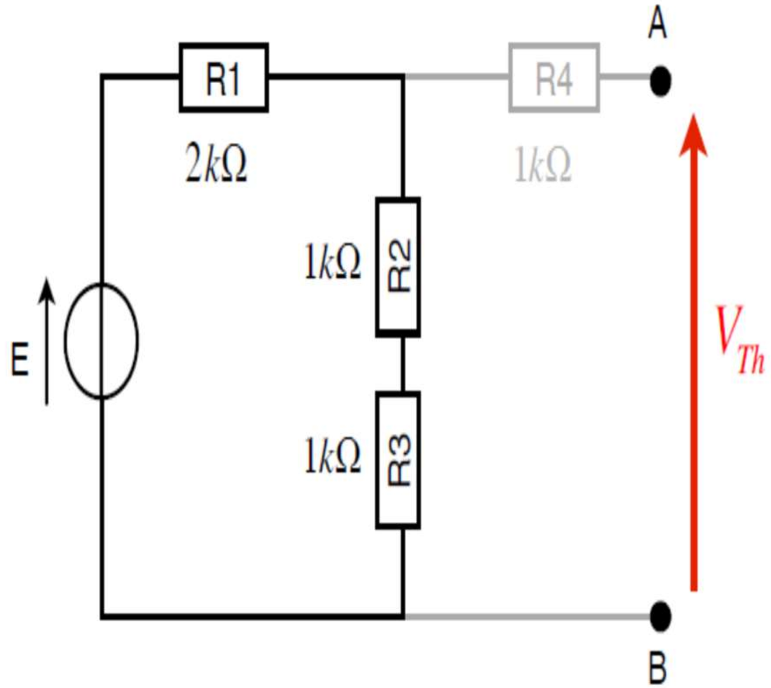
On considère le circuit suivant, dans lequel on souhaite étudier le courant traversant la charge entre A et B, avec E=10V.



Première étape: déconnection de la charge



Deuxième étape : Calcul de la tension de Thevenin V_{TH}

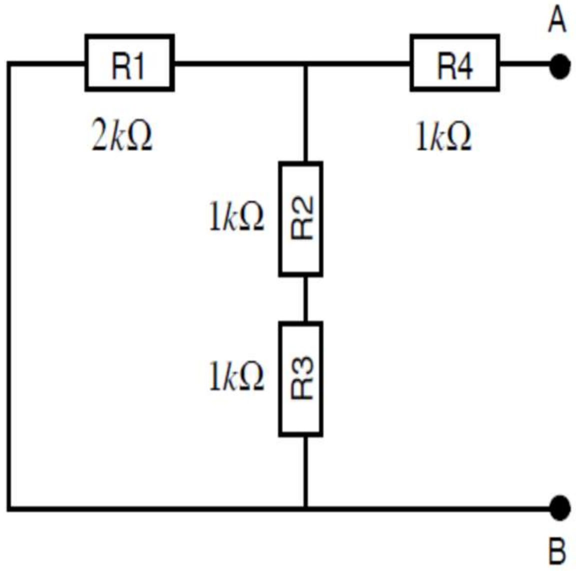


La résistance R_4 n'est pas prise en compte car, la charge étant déconnectée, aucun courant ne la traverse.

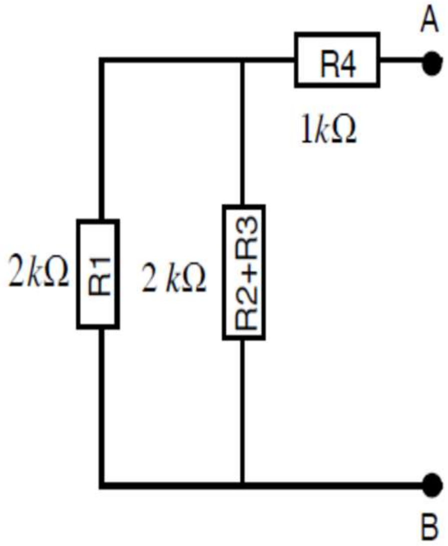
Diviseur de tension :

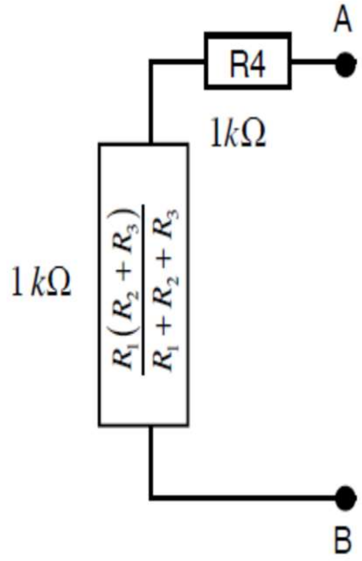
$$V_{Th} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} E = 5\,V$$

Troisième étape : Calcul de Résistance équivalente du reste du Circuit vu de AB



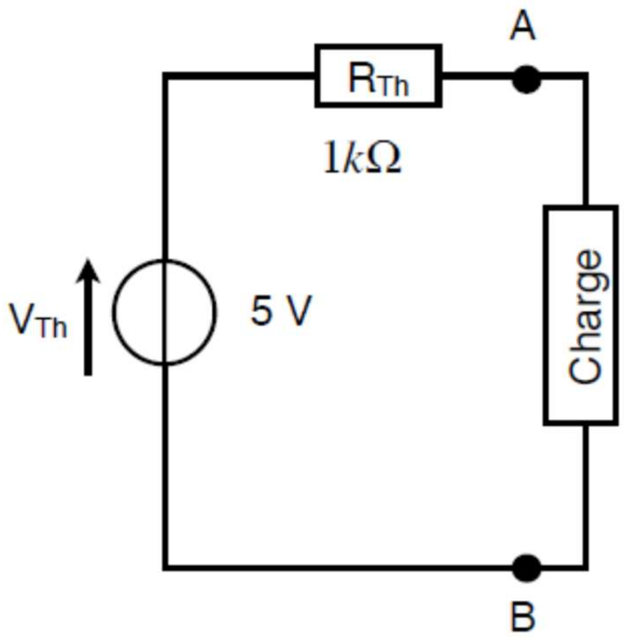
La source de tension est rendue passive, et on calcule la résistance équivalente :





D'où au final $R_{Th} = 2\ k\Omega$

CIRCUIT EQUIVALENT DE THEVENIN



Exercice :

Résolution par équivalence entre modèles de Thévenin et de Norton

Déterminer l'intensité du courant circulant dans la résistance R du montage suivant en appliquant les équivalences entre modèles de Thévenin et de Norton.