

**Goutte soufflée : croissance et dynamique
d'une goutte cisaillée par un écoulement
d'air**

Rapport de stage de master 2 recherche de :
BESSENG A IREH Guy Raymond

Encadrant de l'université :
Pierre BRANCHER

Encadrants du laboratoire :
Romain MATHIS
Julien SEBILLEAU
Dominique LEGENDRE

Département de mécanique
Université Toulouse III - Paul Sabatier

1 Introduction

Dans le domaine des transports, avoir des gouttes de pluie sur le pare brise d'une voiture est courant et ces gouttes peuvent ruisseler sous l'action du vent. Dans le cas de l'aéronautique, les gouttes d'eau qui ne ruissent pas, qui ne glissent pas, peuvent givrer (devenir de petits morceaux de glace) et nuire au bon fonctionnement de l'appareil.

L'objectif de notre stage est d'étudier le glissement d'une goutte d'eau sur un plaque plane et d'établir le lien entre les paramètres qui régissent ce phénomène de glissement comme la taille de la goutte à partir de laquelle il y a glissement ou le lien des angles de contact avec le glissement.

Pour atteindre notre objectif, nous prendrons les images (à l'aide d'une caméra) de gouttes d'eau glissant sur une plaque plane dans une soufflerie et nous traiterons ensuite ces images à l'aide de Matlab pour obtenir des paramètres de la courbe pendant son glissement, puis nous chercherons à interpréter ces données.

2 Couche limite

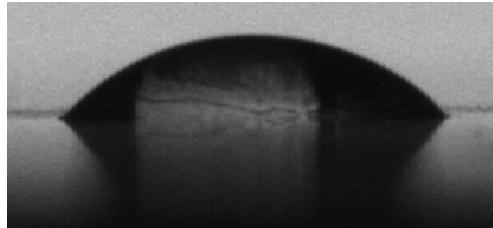


FIGURE 1 – Goutte d'eau de volume 0.03ml

Notre goutte d'eau (de volume de l'ordre millilitre) est sur une paroi horizontale en présence d'un écoulement d'air.

Pour déterminer les vitesses de l'écoulement d'air au voisinage de notre goutte d'eau, nous devons nous intéresser à la couche limite parce que d'après la théorie sur la couche limite, l'écoulement d'un fluide en présence d'une paroi peut être séparé en deux régions dont l'une proche de la paroi où les effets visqueux ne peuvent être négligés par rapport aux effets inertIELS et l'autre région à l'extérieur de la précédente (avec une frontière commune) où les effets visqueux peuvent être négligés.

La couche limite est cette région proche de la paroi où les effets visqueux ne peuvent être négligés.

C'est Prandtl qui fut le premier à définir la couche limite.

2.1 Équations de la couche limite

Les équations de la couche limite sont définies pour un écoulement bidimensionnel et nous nous les donnerons uniquement pour le cas d'un écoulement laminaire puisque nos écoulements étaient laminaires dans nos expériences.

Soit u la vitesse de l'écoulement parallèle à la paroi suivant l'axe x et v la vitesse normale à la paroi suivant l'axe y .

Soit U et V les vitesses caractéristiques dans la couche limite respectivement de u et v ($|u| \sim U$ et $|v| \sim U$).

Soit L et δ la taille caractéristique de la couche limite suivant respectivement l'axe x et l'axe y ($|x| \sim L$ et $|y| \sim \delta$).

En plus de l'hypothèse d'écoulement bidimensionnel, les hypothèses faites sont : la pesanteur est négligée, l'écoulement est stationnaire, incompressible, $\frac{\delta}{L} \ll 1$ et les effets visqueux et inertIELS sont du même ordre de grandeur dans la couche limite.

De l'équation de Navier-Stokes et de continuité, on trouve pour équations de la couche limite :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

2.2 Équations de Blasius

L'équation de Blasius est l'équation de la couche limite pour un écoulement laminaire sur une plaque plane dont la vitesse U loin de la couche limite est constante et parallèle à l'axe x .

Soit φ la fonction de courant tel que :

$$u(x, y) = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$v(x, y) = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

On pose :

$$\eta = y \sqrt{\frac{U}{2\nu x}}$$

$$\varphi = \sqrt{2\nu U x} f(\eta)$$

On trouve ainsi l'équation de la couche limite de Blasius à partir des équations de la couche limite :

$$\frac{d^3 f}{d\eta^3} + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0 \quad (4)$$

Avec les conditions aux limites :

$$u(x, 0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{df}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0 \quad (5)$$

$$v(x, 0) = 0 \quad \Rightarrow \quad f(0) = 0 \quad (6)$$

$$u(x, \infty) = U \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{df}{d\eta} \right|_{\eta=\infty} = 1 \quad (7)$$

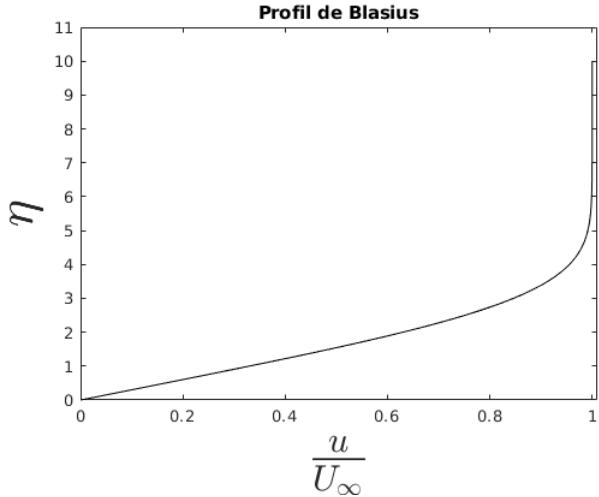


FIGURE 2 – Profil de Blasius

Les grandeurs que nous avons comparées expérimentalement provenant du résultat des équations de Blasius sont l'épaisseur de déplacement δ_1 , l'épaisseur de quantité de mouvement δ_2 et le coefficient de frottement C_f

2.3 Épaisseur de déplacement

L'épaisseur de déplacement δ_1 à x fixé est définie par :

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \approx \frac{1.72x}{\sqrt{Re_x}} \quad (8)$$

2.4 Épaisseur de quantité de mouvement

L'épaisseur de quantité de mouvement δ_2 à x fixé est définie par :

$$\delta_2 = \int_0^\infty \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \approx \frac{0.664x}{\sqrt{Re_x}} \quad (9)$$

2.5 Coefficient de frottement à la paroi

Le coefficient de frottement à la paroi C_f à x fixé est défini par :

$$C_f = \frac{2\tau_{y=0}}{\rho U^2} = \frac{2\nu}{U^2} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \approx \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad (10)$$

2.6 Comparaisons avec nos expériences

Nous avons effectué nos mesures à l'aide de l'anémomètre à fil chaud et nous trouvons avec :

$$x = 0.55m$$

$$Re_x = \frac{Ux}{\nu}$$

$$\nu = 1.5e - 5m^2.s^{-1} \text{ à } T = 25^\circ C;$$

$U(m/s)$	Reynolds
15	550000.00
20	733333.33
24	880000.00
28	1026666.7

TABLE 1 – Nombre de Reynolds Re_x

$U(m/s)$	$\delta_{1Blasius}(mm)$	$\delta_{1Experience}(mm)$	erreur relative
15	1.27	1.24	2.69%
20	1.11	1.10	0.61%
24	1.02	0.99	3.13%
28	0.96	0.95	1.55%

TABLE 2 – Comparaison épaisseur de déplacement δ_1

$U(m/s)$	$\delta_{2Blasius}(mm)$	$\delta_{2Experience}(mm)$	erreur relative
15	0.49	0.47	3.64%
20	0.43	0.41	4.62%
24	0.40	0.37	6.08%
28	0.37	0.35	6.92%

TABLE 3 – Comparaison épaisseur de quantité de mouvement δ_2

$U(m/s)$	$C_{fBlasius}$	$C_{fExperience}$	erreur relative
15	8.92e-04	9.19e-04	2.89%
20	7.77e-04	7.67e-04	1.31%
24	7.20e-04	7.33e-04	1.85%
28	6.75e-04	6.67e-04	1.26%

TABLE 4 – Comparaison coefficient de frottement C_f

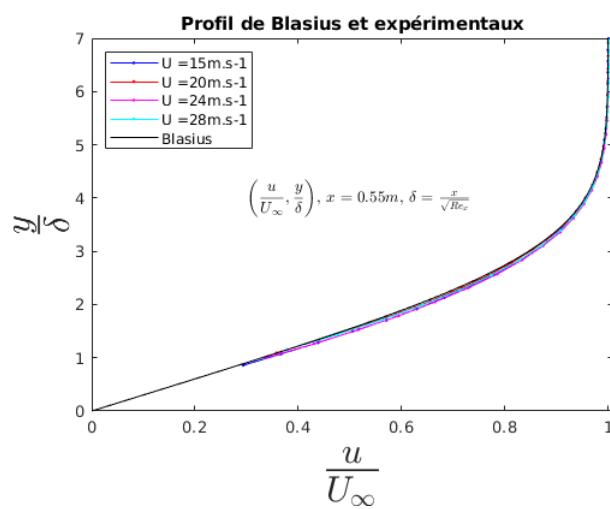


FIGURE 3 – Profil de Blasius et expérimentaux

Nous avons pu constater que l'épaisseur de la couche limite, l'épaisseur de la quantité de mouvement, le coefficient de frottement à la paroi et nos profils de vitesses sont tous très proches de leur équivalent dans la théorie de la couche limite de Blasius.

3 Tension de surface

La tension de surface est une force par unité de longueur.

Dans un liquide ayant une interface, une molécule complètement immergée dans le liquide est soumise à des forces d'interactions avec les autres molécules (du liquide) dans toutes les directions.

Une molécule située à l'interface, la somme des interactions (avec les

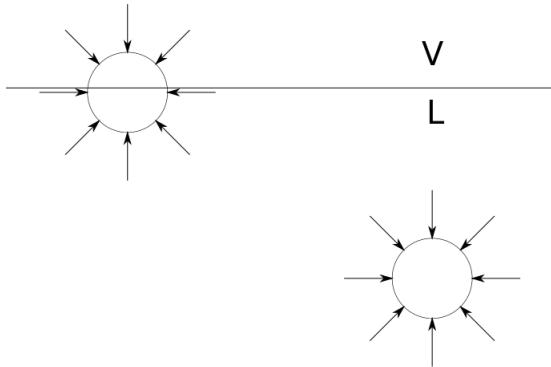


FIGURE 4 – Ligne triple

molécules du même fluide) est non nulle est dirigée vers l'intérieur du liquide. Il existe donc une force supplémentaire qui permet de maintenir l'interface.

Cette force supplémentaire (par unité de longueur) est la tension de surface.

la tension de surface est aussi une énergie par unité de surface, c'est l'énergie (par unité de surface) pour séparer les interfaces et les envoyer à l'infini l'une par rapport à l'autre.

3.1 Mouillage

Le mouillage est l'action de mouiller et mouiller consiste à mettre en contact avec un liquide.

C'est le paramètre d'étalement $S = \gamma_{SV} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LV}) = \gamma_{LV}(\cos \theta_E - 1)$ qui caractérise le mouillage lorsque la goutte est en équilibre sur un support matériel.

Quand $S > 0$, on parle de mouillage total et quand $S < 0$, on parle de mouillage partiel.

Nous nous intéressons en particulier à une goutte dont le support est une plaque plane dans les conditions de mouillage partiel.

Le substrat est le nom donné au support (solide ou liquide) sur lequel la goutte de liquide repose.

Lorsqu'une goutte d'eau est posée sur support solide, il y a formation de

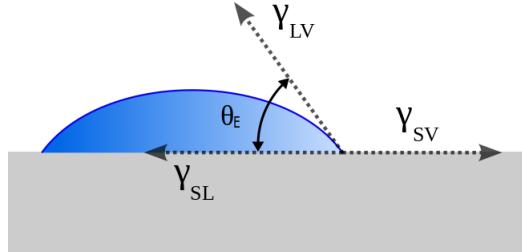


FIGURE 5 – Ligne triple

3 interfaces et donc de 3 tensions de surface.

En projetant les tensions de surface sur l'horizontale on obtient :

$$\gamma_{SV} = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta_E \quad (11)$$

C'est la loi de Young.

4 Hystérésis

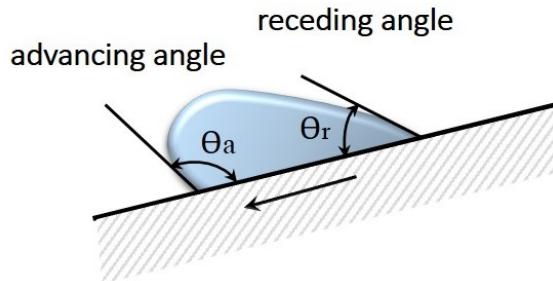


FIGURE 6 – Hystérésis

Dans la réalité l'angle statique θ_E n'est pas unique et on a :

$$\theta_R <= \theta_E <= \theta_A \quad (12)$$

Lorsque l'angle de contact θ vérifie $\theta < \theta_R$, la goutte se met à reculer et l'angle de contact θ à l'arrière de la goutte est appelé θ_r .

Lorsque l'angle de contact θ vérifie $\theta > \theta_A$, la goutte se met à avancer et l'angle de contact θ à l'avant de la goutte est appelé θ_a .

Dans le cas d'un surface parfaite θ_a et θ_r sont égaux.

L'hystérésis (en parlant d'angle de contact) est la différence $\theta_a - \theta_r$.

5 Modèles d'angle dynamique

L'angle de contact de la goutte en mouvement (l'angle dynamique) est différent de l'angle de contact quand la goutte es équilibre (angle statique).

Seuls des modèles existent pour estimer l'angle de contact dynamique et tous ses modèles se placent dans le cas d'une surface parfaite où on ne tient pas compte de l'hystérésis.

Ces modèles font intervenir le nombre capillaire C_a , un longueur macroscopique b et une longueur miscropique a .

$$C_a = \frac{\text{effets visqueux}}{\text{effets capillaires}} = \frac{\eta U}{\gamma} \quad (13)$$

Modèle De Gennes

$$\theta (\theta^2 - \theta_s^2) = \pm 6 \ln \left(\frac{b}{a} \right) C_a \quad (14)$$

Modèle Cox et Voinov

$$\theta^3 - \theta_s^3 = \pm 9 \ln \left(\frac{b}{a} \right) C_a \quad (15)$$

Modèle de cinétique moléculaire

$$(\theta^2 - \theta_s^2) \propto C_a \quad (16)$$

Modèle linéaire

$$\theta - \theta_s \propto \pm U \quad (17)$$

6 Dispositif expérimental

Nous avions à notre disposition pour effectuer nos mesures : une soufflerie, un capteur de pression pouvant aller jusqu'à $500Pa$, un capteur de température, d'une surface ayant un petit trou par où la goutte est injectée par en dessous, une seringue de capacité $5ml$, d'un injecteur qui contrôle le volume de la goutte à injecter, d'un écran laser pour bien visualiser notre goutte et d'un ordinateur pour observer les images prises par la caméra.

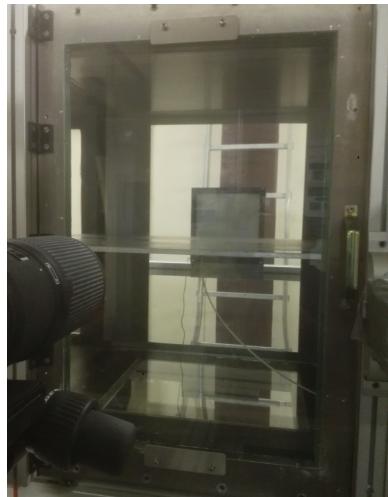


FIGURE 7 – Camera, surface et écran à laser

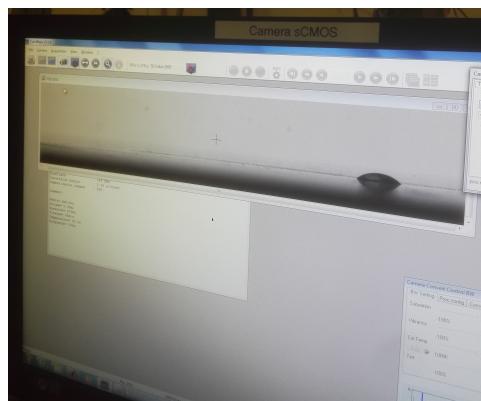


FIGURE 8 – Ecran d'observation

7 Anémomètre à fil chaud

C'est l'anémomètre à fil chaud qui nous a permis de déterminer les profils de la couche limite dans notre écoulement.

Le principe de l'anémomètre à fil chaud est de placer un fil chaud (de l'ordre de $1mm$ de long et de $1\mu m$ de diamètre) dans l'écoulement et de maintenir sa température constante.

l'écoulement retirera une énergie au fil chaud et pour maintenir la température constante du fil chaud, on lui fournit une certaine énergie et cette énergie fournie (la tension qu'il a fallu fournir) est liée à la vitesse au niveau du fil chaud.

8 Paramètres mesurés

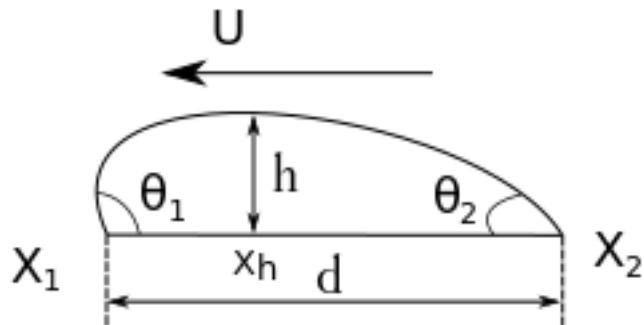


FIGURE 9 – Paramètres mesurés

L'objectif du stage était de réussir à ressortir la courbe du contour d'une goutte à partir des photos prises avec notre caméra à la fréquence de $50hz$ et de pouvoir extraire les paramètres comme les angles de contact, la position avant et arrière de la goutte ou la hauteur maximale de la goutte et la position où on obtient cette hauteur maximale.

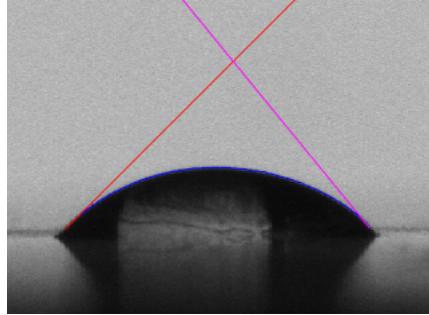


FIGURE 10 – Goutte d'eau de volume 0.03ml avec :
 $U = 0$, $\theta_a = 45^\circ$, $\theta_r = 50.17^\circ$, $x_1 = 14.66mm$, $x_2 = 6.77mm$,
 $d = 7.89mm$, $h = 4.86mm$ et $x_h = 48mm$

9 Mesures numériques

Nous avons déterminé le contour de la goutte à l'aide de la fonction de Matlab *bwboundaries* qui nous donnait (après avoir réussi à faire les ajustements pour cibler notre zone d'intérêt) le contour sous forme de nuage points.

Ce fut une étape assez difficile dont on a trouvé une solution qui nous satisfaisait assez tardivement (avoir le contour et la positions des points extrêmes (x_1 et x_2) ont posé beaucoup de difficulté).

Une fois le nuage de points de définissant le contour ayant été obtenu, obtenir les tangentes aux deux extrémités de la goutte nous a aussi pris assez de temps.

Nous avons essayé de trouver des courbes d'interpolation autour de chaque extrémité (les points dont nous voulions les tangentes), mais les différentes fonctions d'interpolation de Matlab ou nos différentes méthodes n'arrivaient pas être visuellement proche de la tangente attendue lorsque la goutte changeait de forme.

Nos gouttes prenaient des formes plus proche d'une courbe paramétrée en coordonnées polaires comme une cardioïde, les formes des gouttes étaient aussi souvent proche des coniques et les méthodes d'interpolation, en particulier celle se basant sur la recherche des polynômes d'ordre 2 ou plus, s'éloignaient très souvent des tangentes attendues visuellement.

C'est l'interpolation par un polynôme d'ordre 1 qui donnait des résultats

toujours proche des tangentes qu'on pouvait s'attendre visuellement, mais le nombre de points pris pour déterminer notre tangente avec la fonction *polyfit* de Matlab jouait un rôle important.

Sur un cas particulier, nous pouvions ajuster le nombre de points pour avoir une meilleure tangente (visuellement).

Notre difficulté était de faire un algorithme pour traiter des milliers d'images qui arrivent à ajuster le nombre de points.

Nous partions de n points (le maximum entre 2 et 1% du nombre de points dans notre nuage de points) puis nous trouvions les tangentes avec n et $n + 1$.

Si les tangentes avec n et $n + 1$ faisaient entre elles un angle inférieure à 0.5° , nous conservions la tangente faite avec n points, sinon on posait $n = n + 1$ et on recommençait.

Si nous n'arrivions pas à avoir un angle inférieur à 0.5° entre les tangentes avec n points et avec $n + 1$ points, nous ne conservions pas l'image dans nos résultats faute de ne pouvoir avoir les angles de contact assez précisément.

10 Mesures expérimentales

Nos mesures dans la soufflerie ont été effectuées de 2 manières.

D'abord, nous mettions d'abord en marche la soufflerie jusqu'à ce que la vitesse se stabilise puis on injectait le volume de goutte désiré.

La difficulté de cette méthode est que la goutte d'eau se mettait souvent en mouvement avant la fin d'injection, avant d'atteindre le volume de goutte d'eau désirée.

Ensuite nous injections d'abord la goutte d'eau de volume désiré et c'est par la suite que nous mettions la soufflerie en marche.

Dans ce cas la vitesse de la soufflerie prends relativement court à se stabiliser donc nous n'avons pas la vitesse désirée toute suite.

C'est dernière méthode où le débit n'était pas un paramètre important que présenterons davantage les résultats et nous ferons un comparatif lorsque le début jouait un rôle important.

11 Résultat

Nous présentons les résultats obtenus après l'extraction de nos paramètres et nous en ferons une analyse.

Nous commençons par présenter les figures 11 et 12 qui illustre bien l'ensemble de nos observations.

On observe la position de l'avant x_a de la goutte se met à avancer quand la longueur d augmente et lorsque cette longueur d diminue, c'est la position de l'arrière x_r bouge.

Cela traduit le fait que la goutte commence à bouger si l'avant ou l'arrière commence à bouger, l'arrière pouvant commencer à bouger avant l'avant et vice-versa.

Pour les angles de contact, on observe que l'angle à l'avant θ_a commence initialement à augmenter quand la longueur d de la goutte augmente, puis θ_a oscille avec des grandes amplitudes autour d'un certain angle.

L'angle de contact arrière θ_r commence lui par diminuer quand la longueur d augmente puis θ_r se met à osciller avec de faibles amplitudes au d'un certain angle.

Les oscillations correspondent à des mouvements oscillant de la goutte qui oscillait en reculant et en avançant rapidement autour d'une même position avant d'avancer subitement.

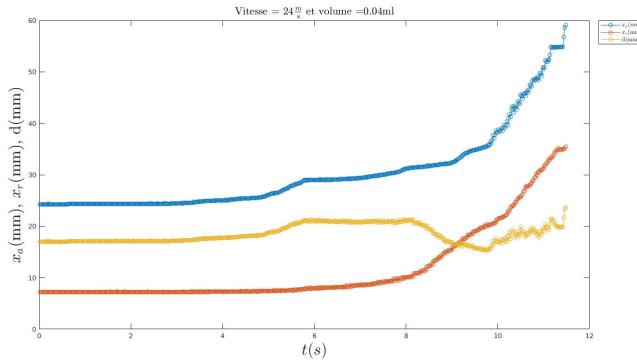


FIGURE 11 – x_a , x_r , d , $U_\infty = 24 \text{ m.s}^{-1}$, volume = 0.04 ml

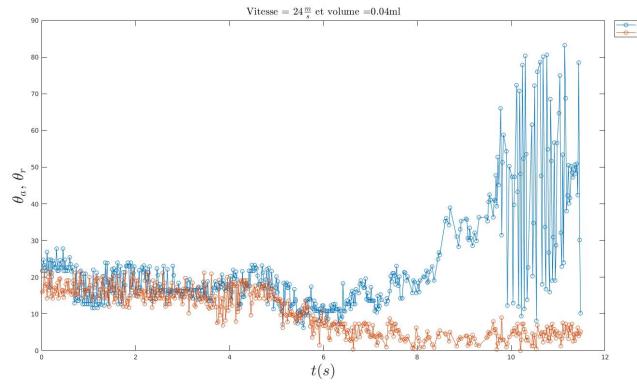


FIGURE 12 – θ_a , θ_r , $U_\infty = 24 \text{ m.s}^{-1}$, volume = 0.04 ml

11.1 Vitesse de $20m.s^{-1}$

On observe sur la figure 13 que la longueur d reste presque constante pendant un certain temps (les angles θ_a et θ_r restant eux aussi constant) et ensuite la longueur peut diminuer ou avancer.

On constate aussi que la longueur d de la goutte commence à osciller à partir d'une certaine longueur.

On observe que les angles de contact évoluent de manière similaire pour toutes les gouttes : l'angle d'avancé commence à augmenter puis oscille autour de 60° , l'angle de reculé diminue puis oscille aux alentours de 5° .

Les oscillations observées sont liées à la forme de la goutte et peuvent être mise en évidence avec la position et la hauteur maximale de la goutte (illustré figure 16 et 17).

Nous observons que la hauteur maximale de la goutte y_{max} , après une phase initiale où elle est presque constante, elle peut se mettre à baisser ou à augmenter, mais lorsque y_{max} augmente et atteint une certaine hauteur, y_{max} se met à osciller autour de cette hauteur.

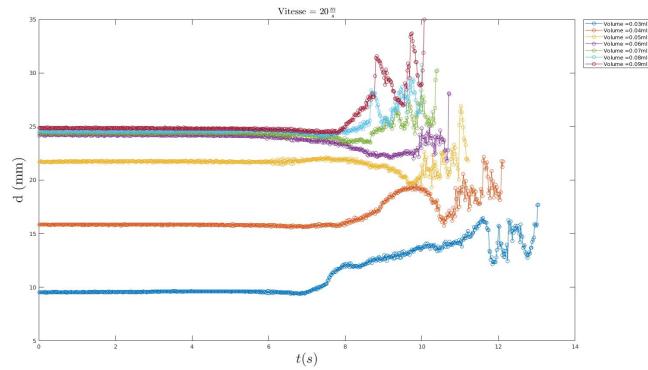


FIGURE 13 – d , $U_\infty = 20 m.s^{-1}$

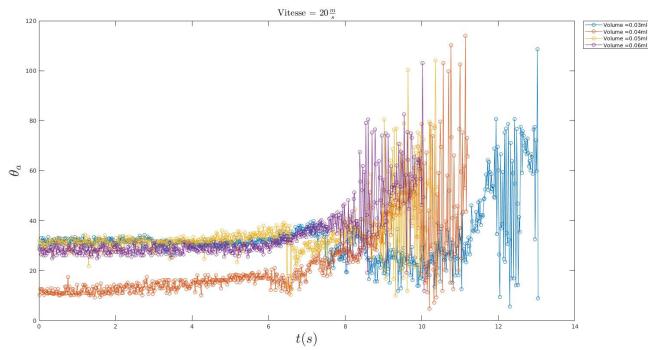


FIGURE 14 – θ_a , $U_\infty = 20 m.s^{-1}$

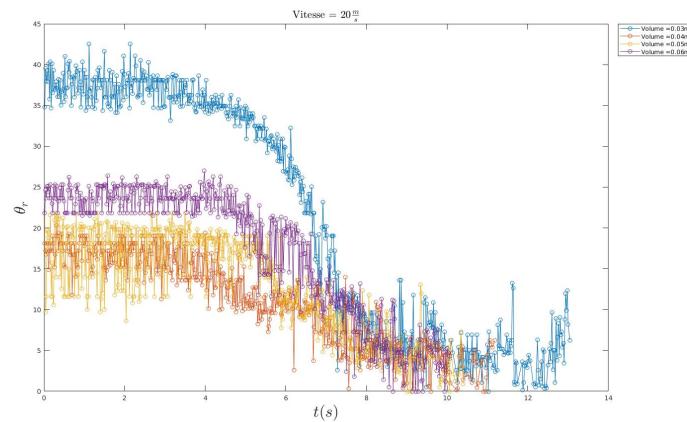


FIGURE 15 – θ_r , $U_\infty = 20 m.s^{-1}$

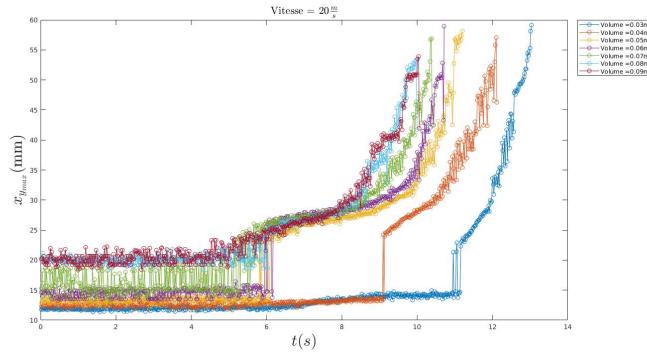


FIGURE 16 – x_{max} , $U_\infty = 20m.s^{-1}$

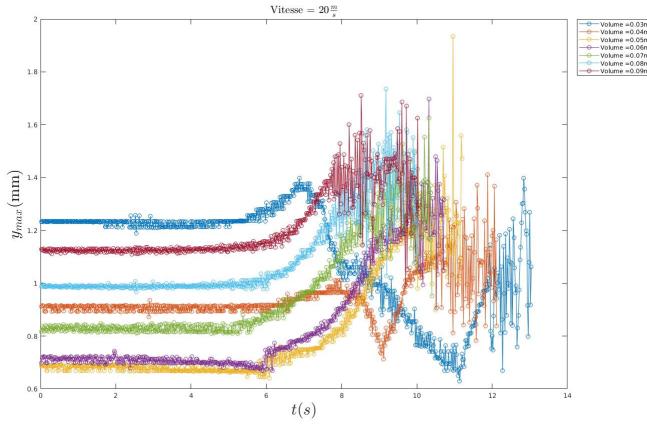


FIGURE 17 – y_{max} , $U_\infty = 20m.s^{-1}$

11.2 Vitesse de $24m.s^{-1}$

Nous constatons aussi sur les figures 18, 19 et 20 que d reste constant un certain temps puis augmente ou diminue et d se met à osciller s'il atteint une certaine longueur en augmentant.

L'angle θ_a lui aussi est d'abord constant, puis il augmente et se met à osciller autour de 60° .

L'angle θ_r reste aussi constant un certain temps avant de diminuer et d'osciller autour de 5° .

11.3 Vitesse de $28m.s^{-1}$

12 Debit pris en compte

Nous présentons ici quelques mesures faites en injectant un volume de $0.06ml$ d'eau à un debit fixé avec une vitesse dans la soufflerie déjà établie.

Nous comparons ces données avec une goutte de débit nulle dont qui a été formé sur notre surface en l'absence découlement.

On constate la longueur " d " pour des valeurs de débit non nulles commence par des valeur très faible

13 Conclusion

Réussir à extraire des paramètres sur des images d'une goutte d'eau dans une soufflerie pour mieux comprendre ce qui se passe quand un goutte glisse sur un plan incliné était l'objectif de notre stage.

Pour arriver à atteindre notre objectif, nous avons pris les photos de gouttes d'eau dans la soufflerie soit en essayant d'injecter une goutte de volume donné (avec un certain débit) quand la vitesse était déjà établie dans la soufflerie, soit en injectant d'abord la goutte d'eau de volume donné avant de mettre en marche la souffle pour obtenir la vitesse souhaitée.

Les difficultés numériques ont été d'arriver à extraire les paramètres qu'on souhaitait de nos images et celle expérimentale provenait de notre surface qui n'est pas parfaite comme dans la théorie et d'arriver à arriver à une situation de départ où on a le volume de goutte désiré et la vitesse de la soufflerie déjà établie (ou très rapidement établie).

Ce stage a une partie numérique aussi importante que la partie expérimentale

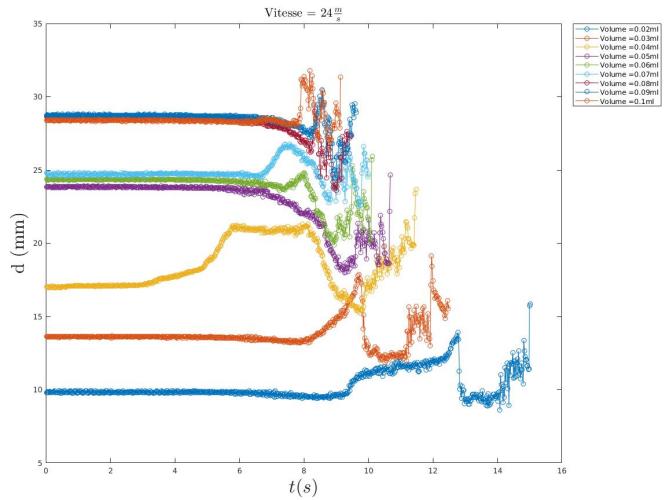


FIGURE 18 – d , $U_\infty = 24 \text{m.s}^{-1}$

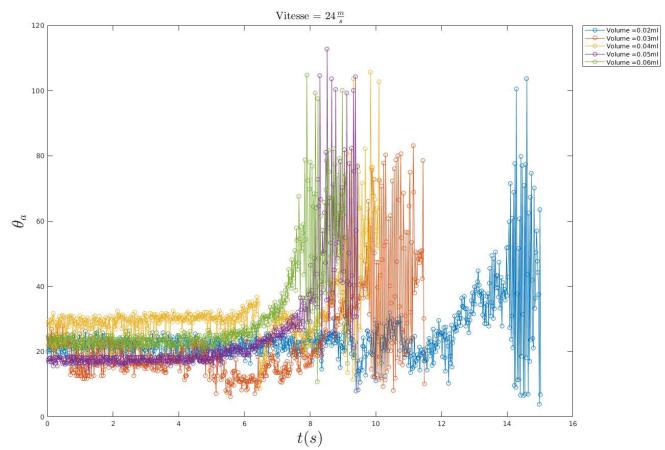


FIGURE 19 – θ_a , $U_\infty = 24 \text{m.s}^{-1}$

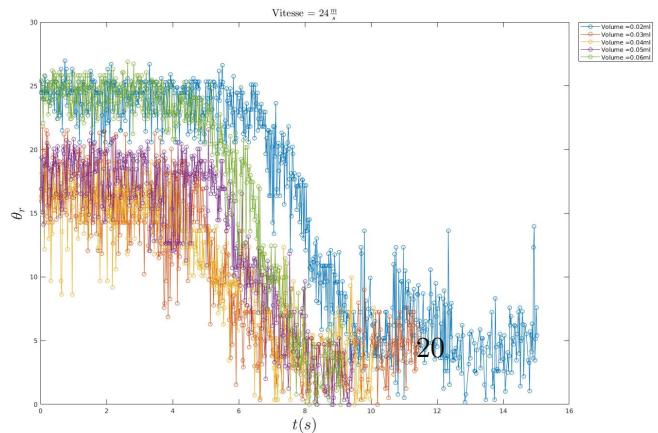


FIGURE 20 – θ_r , $U_\infty = 24 \text{m.s}^{-1}$

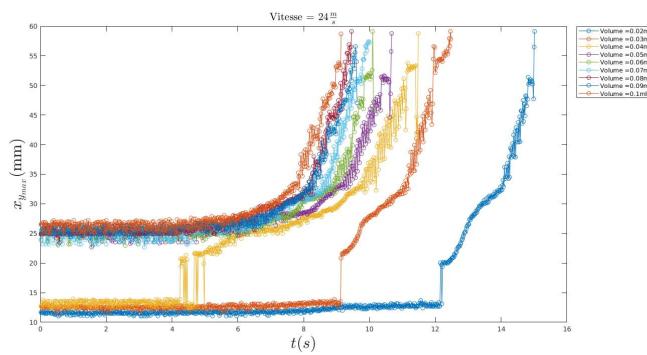


FIGURE 21 – x_{max} , $U_\infty = 24 \text{m.s}^{-1}$

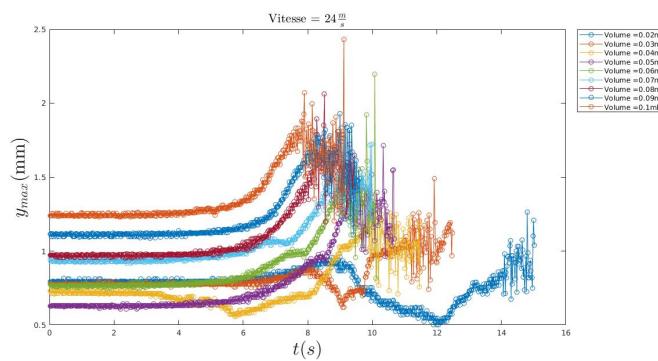


FIGURE 22 – y_{max} , $U_\infty = 24 \text{m.s}^{-1}$

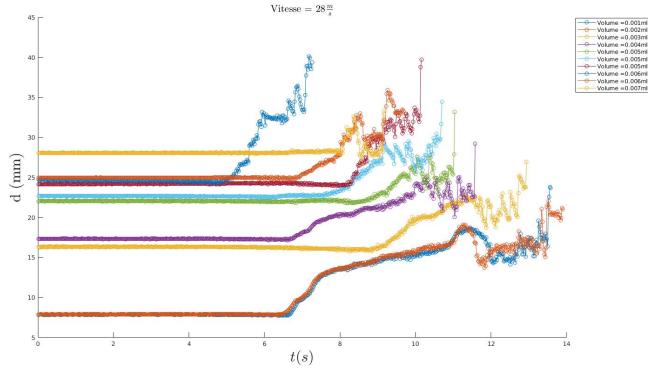


FIGURE 23 – d , $U_\infty = 28 m.s^{-1}$

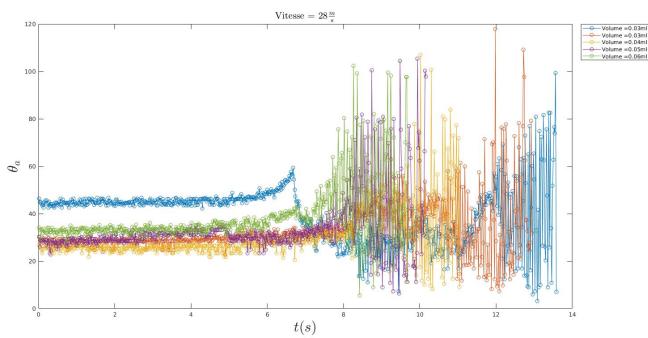


FIGURE 24 – θ_a , $U_\infty = 28 m.s^{-1}$

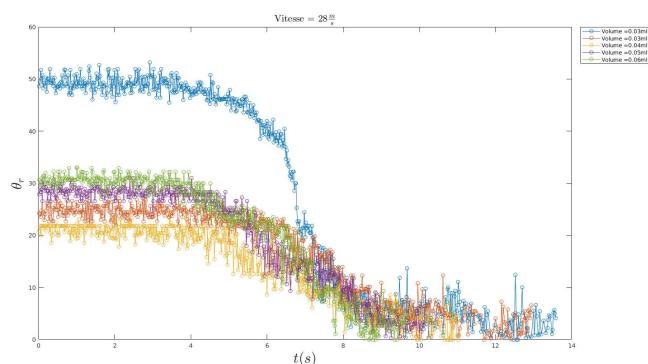


FIGURE 25 – θ_r , $U_\infty = 28 m.s^{-1}$

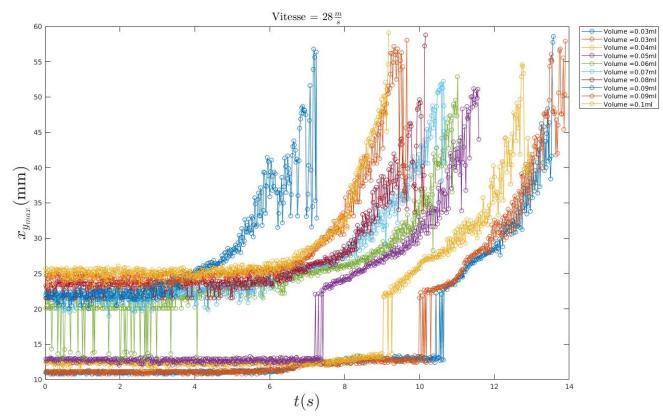


FIGURE 26 – x_{max} , $U_\infty = 28 \text{ m.s}^{-1}$

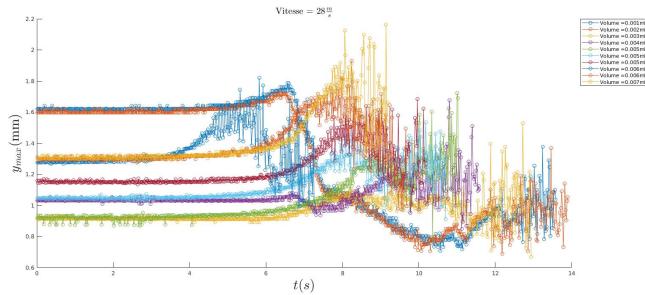


FIGURE 27 – y_{max} , $U_\infty = 28 \text{ m.s}^{-1}$

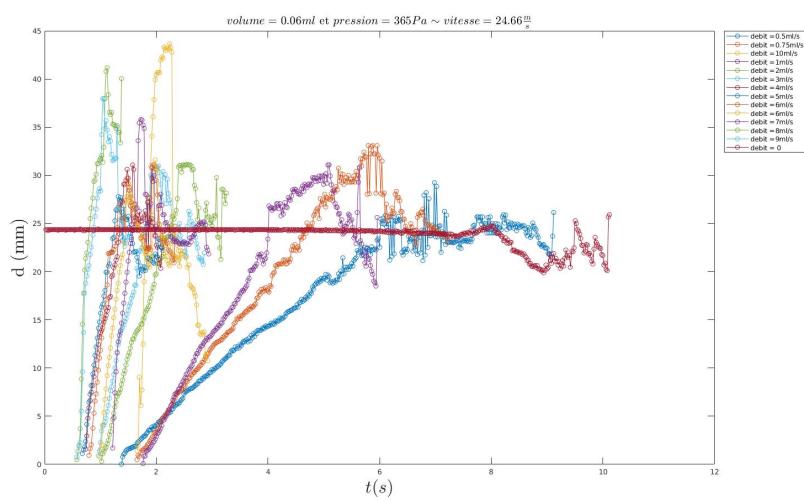


FIGURE 28 – d