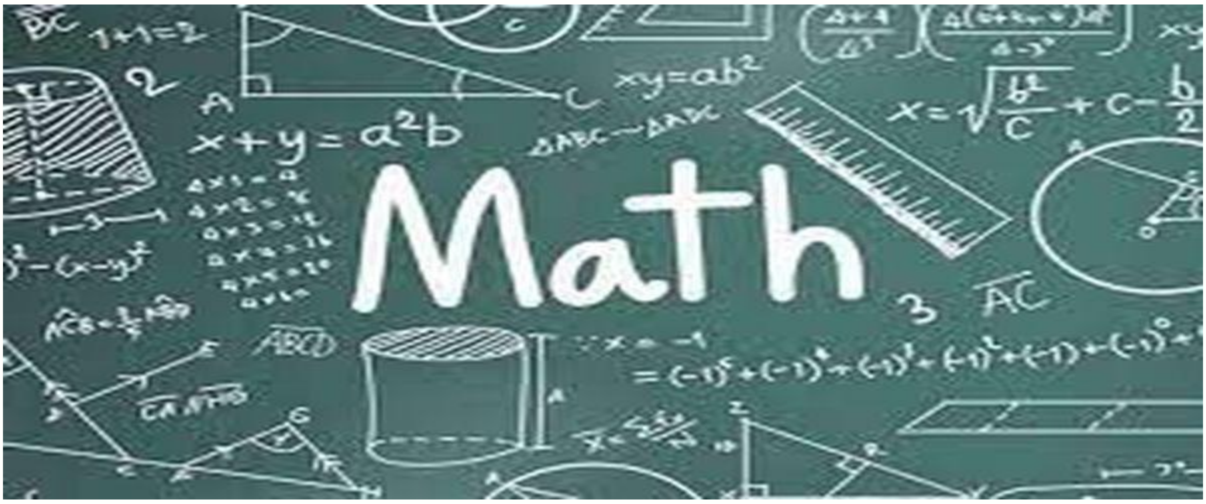
UNIVERSITÉ DES MASCAREIGNES

SAVOIR, C'EST POUVOIR

Université de Limoges

Devoir mathématique



Département : Génie électrique et informatique industrielle 1

Nom :RAMARSON

Prénom : Hasiniaina Guyo

Professeur : Naderassen Curpen

Module : EGEMA 11

Exercice 1

1) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction **f(x)** au point d'abscisse α, avec α∈R

Le point de la tangente est $M(\alpha, f(\alpha))$ où M est le point de la courbe où la tangente passe.

Le coefficient directeur de la tangente passe.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'Absisse (α) est $f'(\alpha)$

L'équation de la tangente est:

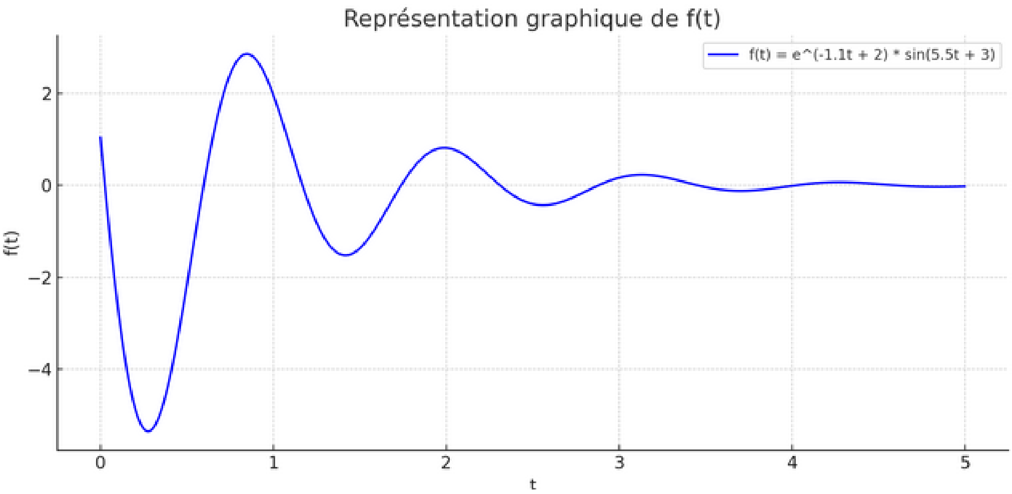
$$y - y_0 = m(x - x_0) \text{ où } y_0 = f(\alpha) \text{ et } m = f'(\alpha) \text{ avec } x_0 = \alpha$$

$$y - f(\alpha) = f'(\alpha)(x - \alpha) \text{ avec } x_0 = \alpha$$

Alors, $\boxed{y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha)}$

2) En utilisant un logiciel approprié, voici la représentation graphique de la fonction (f) pour t Є [0 , +∞[. On choisira un intervalle convenable pour les abscisses .

Soit $f(t) = e^{-1.1t+2} \sin(5.5t + 3)$



3) Détermination de l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse t=0,5

Soit $f(t) = e^{-1.1t+2} \sin(5.5t+3)$

3) $f'(t) = \left(e^{-1,1t+2} \sin(5,5t+3)\right)'$

Posons $u(t) = e^{-1,1t+2} \Rightarrow u'(t) = -1,1\, e^{-1,1t+2}$

$v(t) = \sin(5,5t+3) \Rightarrow v'(t) = \cos(5,5t+3) \cdot 5,5$

$f'(t) = u'(t) \cdot v(t) + u(t) \cdot v'(t)$

$= -1,1 e^{-1,1t+2} \sin(5,5t+3) + e^{-1,1t+2} \cdot 5,5 \cos(5,5t+3)$

$f'(t) = 1,1 e^{-1,1t+2} \left[-\sin(5,5(0,5)+3) + 5\cos(5,5(0,5)+3)\right]$

$f'(0,5) = 22,576$ rad

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0,5 est 22,576 rad.

La tangente passe par la courbe au point de coordonnée $(0,5 ; f(0,5))$ avec $f(0,5) = e^{-0,5 \cdot 1,1+2} \sin(5,5(0,5)+3)$

$f(0,5) = -2,1669$ rad

$y = mt + c \Leftrightarrow c = y - mt = -2,1669 - (0,5) \cdot 22,576$

$c = -13,4549$ rad

$\boxed{y = 22,576\, t - 13,4549}$

4) Détermination des abscisses des points d'extrema de la fonction (f).

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1,1\, e^{-1,1t+2} \left[-\sin(5,5t+3) + 5\cos(5,5t+3)\right] = 0$

$-\sin(5,5t+3) + 5\cos(5,5t+3) = 0$

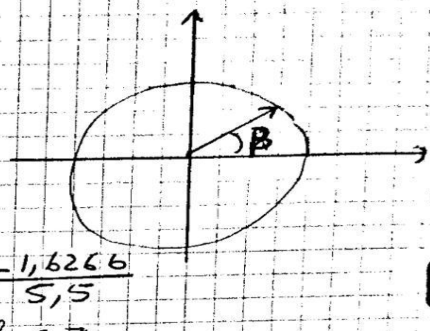
$\Leftrightarrow \sin(5,5t+3) = 5\cos(5,5t+3) \Leftrightarrow \dfrac{\sin(5,5t+3)}{\cos(5,5t+3)} = 5$

$\tan(5,5t+3) = 5$

Posons $\beta = 5,5t+3$

$\tan(\beta) = 5$

$\beta = \tan^{-1}(5) = 1,3734$ rad



$\beta = \tan^{-1}(5) = 1,3734$ rad

$\beta = \beta \Leftrightarrow 5,5t+3 = 1,3734$

$5,5t = -1,6266 \Rightarrow t = \dfrac{-1,6266}{5,5}$

$\boxed{t = -0,2957 + \dfrac{k\pi}{5,5}}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Exercice 2:

Un signal, périodique de période 2, est définie par :

f(t) = t pour t ∈ [0 ; 1 [; f(t) = 2 − t pour t ∈ [1 ; 2[

1) La représentation graphique du signal sur $\mathbb{R}$.

$f(t) = t$ pour $t \in [0;1[$; $f(t) = 2 - t$ pour $1 \leq t < 2$

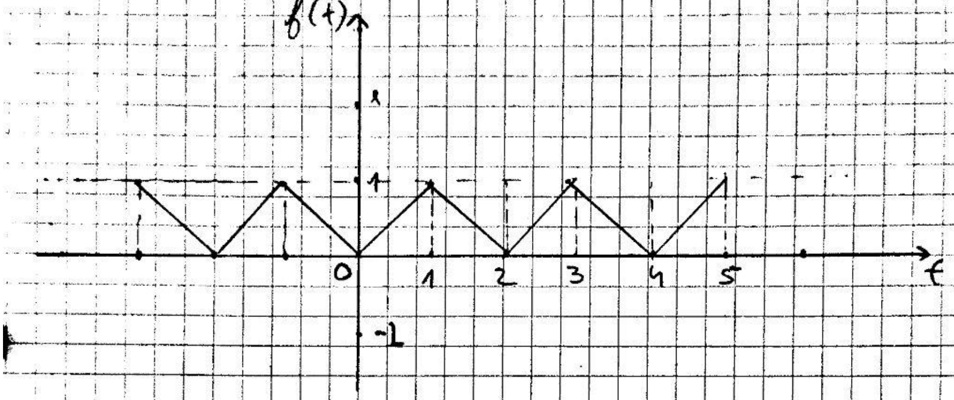
$f(0) = 0$ $\quad$ $0 \leq t < 1$ $\quad$ $2 - t = 0 \Rightarrow t = 2$

$f(1) = 0$ $\quad$ $f(1) = 2 - 1 = 1$

• sur $[0;1[\rightarrow f(x) = 2x - 1$ $\quad$ $f(2) = 2 - 2 = 0$

• sur $[1;2[\rightarrow f(x) = -2(x+1) - 1$

$= -2x + 1$



2) Détermination de la valeur moyenne du signal.

$$V_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{2}\int_0^2 f(t)\,dt = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 f(t)\,dt + \int_1^2 f(t)\,dt\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\int_0^1 t\,dt + \int_1^2 2 - t\,dt\right] = \frac{1}{2}\left(\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 + \left[2t - \frac{t^2}{2}\right]_1^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(-\frac{0^2}{2} + \frac{1^2}{2}\right) + \left(-2 + \frac{1}{2} + 4 - 2\right)\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(+1)$$

$$\boxed{V_{moy} = \frac{1}{2}}$$

3) Calcule de l'intégrale suivante :

$\int_1^2 f(t) \sin(nwt)dt$; Posons $U(t) = f(t) = 2-t$ pour $t \in [1;2[$

$U'(t) = -1$

$V'(t) = \sin(nwt) \Rightarrow V(t) = -\frac{\cos(nwt)}{nw}$

$$\int_1^2 f(t)\sin(nwt)dt = \left[(2-t)\left(-\frac{\cos(nwt)}{nw}\right)\right]_1^2 - \int_1^2 + \frac{\cos(nwt)}{nw}dt$$

$$= 0 + \frac{\cos(nw)}{nw} - \frac{1}{nw}\left[\frac{\sin(nwt)}{nw}\right]_1^2 = \frac{\cos(nw)}{nw} - \frac{1}{nw}\left[\frac{\sin(2nw)}{nw} - \frac{\sin(nw)}{nw}\right]$$

$$= \frac{\cos(nw)}{nw} - \frac{\sin(2nw)}{(nw)^2} + \frac{\sin(nw)}{(nw)^2}$$ or $w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ et

$\sin(2\pi n) = 0$

$\sin(n\pi) = 0$

$$\Rightarrow = \frac{\cos(n\pi)}{nw} + \frac{\sin(n\pi)}{(nw)^2} = \frac{\cos(n\pi)}{n\pi}$$

$$\boxed{\int_1^2 f(t)\sin(nwt)dt = \frac{\cos(n\pi)}{n\pi}}$$