

集合论与图论期中试题 (2019.11.12)

姓名: _____ 学号: _____ 任课教师: _____

说明: 选择题、填空题、判断题直接答在试题上; 计算题、证明题答在答题纸上。

一、多项选择题 (20 分, 1-10 小题)

1. 设 p 和 q 是任意命题, 则一定是前提 $p \wedge q$ 的结论的命题是 ()
(A) p (B) q (C) $p \vee q$ (D) $p \rightarrow q$ (E) 都不是
2. 设 A 和 B 是任意集合, 则一定是 $A \cup B$ 的真子集的是 ()
(A) A (B) B (C) $A \cap B$ (D) \emptyset (E) 都不是
3. 设 R_1 和 R_2 均为 A 上等价关系, 仍为 A 上等价关系的是 ()
(A) $\sim R_1$ (B) $R_1 - R_2$ (C) $R_1 \cap R_2$ (D) $R_1 \circ R_2$ (E) 都不是
4. 拟序关系满足 ()
(A) 自反性 (B) 反自反性 (C) 对称性 (D) 反对称性 (E) 传递性
5. 函数作为二元关系, 满足的性质是 ()
(A) 单根性 (B) 单值性 (C) 逆关系存在 (D) 反函数存在 (E) 都不对
6. 设 A 和 B 是不相交的非空集合, 则 $A \rightarrow B$ 中函数的合成运算满足 ()
(A) 交换律 (B) 结合律 (C) 有单位元 (D) 有逆元 (E) 都不对
7. $\cup 4 - \cup 2$ 的集合运算结果是 ()
(A) 3 (B) 2 (C) $\{2\}$ (D) $\{1, 2\}$ (E) 都不对
8. 下面不是传递集的是 ()
(A) $\{0, 1, \{1\}\}$ (B) $\{0, 1, 2, 3\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\langle 0, 1 \rangle$ (E) 都是
9. 已知 $A \preceq B, C \preceq D$, 则下面成立的是 ()
(A) $A \cup C \preceq B \cup D$ (B) $A \oplus C \preceq B \oplus D$ (C) $A \cap C \preceq B \cap D$ (D) $A \times C \preceq B \times D$
(E) 都不对
10. 以下关系成立的是 ()
(A) $\aleph^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$ (B) $2^{\aleph_0} = \aleph_0^{\aleph}$ (C) $\aleph_0^{\aleph} = 2^{\aleph}$ (D) $2^{\aleph} = \aleph^{\aleph_0}$ (E) 都不对

二、填空题 (20 分, 11-19 小题)

11. 集合恒等式中的补交转换律公式是_____。
12. $\cup \langle a, \langle b, c \rangle \rangle =$ _____; $\cap \langle a, \langle b, c \rangle \rangle =$ _____。
13. 设 R 是 A 上的二元关系, 若 $R^8 = R^{15}$, 则化简 R^{2019} 的结果是_____。
14. 设 $A = \{a, b\}$, A 上有_____个自反关系, _____个对称关系, _____个传递关系。
15. 设 f 和 g 都是 $R \rightarrow R$ 的函数, $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x/2 - 1$, 则 $f \circ g \circ f(x) =$ _____;

$g \circ f \circ g(x) =$ _____; $f^{-1}(x) =$ _____; $g^{-1}(x) =$ _____;

16. Peano 系统 $\langle M, F, e \rangle$ 的五条公设是: (1) _____; (2) _____;

(3) _____; (4) _____;

(5) _____。

17. 康托定理是_____。

18. Schroder-Bernstein 定理是_____。

19. 全体有理数的集合的基数是_____; 全体无理数的集合的基数是_____。

三、判断对错题 (20 分, 20-29 小题)

20. $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$ 。 ()

21. 设 A 是一个集合, 若 $\cup A \subseteq A$, 则 $\cup P(A) \subseteq P(A)$ 。 ()

22. 设 R_1, R_2, R_3 为三个集合, 则 $R_1 \circ (R_2 \cap R_3) \subseteq (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$ 。 ()

23. 若关系 R_1 和 R_2 均为对称的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是对称的。 ()

24. 若一个关系是对称的, 则它的传递闭包也是对称的。 ()

25. 若 f 和 g 都是函数, 则 $f \cap g$ 仍是函数, 但 $f \cup g$ 可能不是函数。 ()

26. 设 $g: A \rightarrow B$ 和 $f: B \rightarrow C$, 如果 $f \circ g$ 是双射的, 则 f 是单射的, g 是满射的。 ()

27. $2^N = N^2$ 。 ()

28. 空集属于所有自然数。 ()

29. 自然数集既是归纳集, 也是传递集; 任意自然数是归纳集, 但不是传递集。 ()

四、计算题 (20 分, 30-31 小题, 要写出计算过程)

30. 从 A, B, C, D 四个人中派两个人出差, 要求满足下列条件: 如果 A 去, 则必须在 C 或 D 中选一人同去; B 和 C 不能同时去; C 和 D 不能同时去。构造选派条件的逻辑表达式; 并给出所有可能的选派方案。

31. 四元集 A 上的偏序关系有一个最大元和两个极小元, 这样的偏序关系有多少个?

五、证明题 (20 分, 32-33 小题)

32. 设 X 是一个有限集合, $f: X \rightarrow X$, 证明: 如果 f 是单射或满射, 则 f 是双射。

33. 设 $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n$, 则存在 i , 使得 A_i 的基数不大于 B_i 的基数。