Universidad de las fuerzas Armadas

Metodos Numericos

Actividad 4

Apellidos: Guzmán Cajas

Nombres: Diego Alejandro

NRC : 3657

1. Resuelva de forma gráfica y utilizando el Simplex el siguiente problema

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & z = 3x_1 + 2x_2 \\ \text{sujeto a} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 40 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Encontrar intersecciones de restricciones en los ejes

- $2x_1 + x_2 = 16$

Si $x_1 = 0$ $\quad x_2 = 16$ $\quad P_1(0,16)$

Si $x_2 = 0$ $\quad x_1 = 8$ $\quad P_2(8,0)$

- $2x_1 + 3x_2 = 40$

Si $x_1 = 0$ $\quad x_2 = \frac{40}{3}$ $\quad P_3(0, \frac{40}{3})$

Si $x_2 = 0$ $\quad x_1 = 20$ $\quad P_4(20,0)$

- $3x_1 + x_2 = 20$

Si $x_1 = 0$ $\quad x_2 = 20$ $\quad P_5(0,20)$

Si $x_2 = 0$ $\quad x_1 = \frac{20}{3}$ $\quad P_6(\frac{20}{3}, 0)$

$1 \cap 2$

$2x_1 + x_2 = 16 \ (-1)$

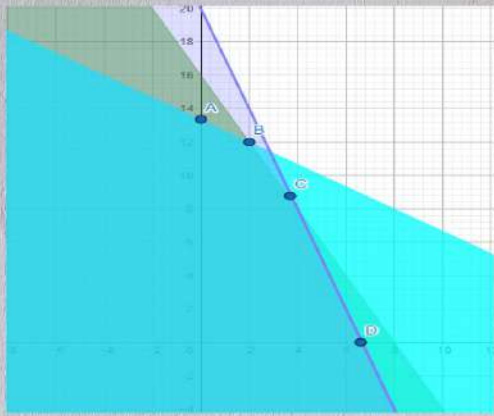
$2x_1 + 3x_2 = 40$

$-2x_1 - x_2 = -16$

$2x_1 + 3x_2 = 40$

$2x_2 = 24$

$x_2 = 12 \qquad x_1 = 2$



$1 \cap 3$

$2x_1 + x_2 = 16 \ (-1)$

$3x_1 + x_2 = 20$

$-2x_1 - x_2 = -16$

$3x_1 + x_2 = 20$

$x_1 = 4$

$x_2 = 8$

$Z = 3x_1 + 2x_2$

x_1	x_2	Z
0	$\frac{40}{3}$	$\frac{80}{3} = 26,66$
2	12	30
4	8	28
$\frac{20}{3}$	0	20

1) Despejamos la función objetivo e incluimos variables de holgura

$Z - 3x_1 - 2x_2 = 0$

$2x_1 + x_2 + s_1 = 16$

$2x_1 + 3x_2 + s_2 = 40$

$3x_1 + x_2 + s_3 = 20$

2) Elaboramos tabla simplex

Basicas	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R	
Z	1	-3	-2	0	0	0	0	0
s_1	0	2	1	1	0	0	16	$\frac{16}{2} = 8$
s_2	0	2	3	0	1	0	40	$\frac{40}{2} = 20$
s_3	0	3	1	0	0	1	20	$20/3 = 6,66$

e. Pivote

	Basicas	Z	x1	x2	s1	s2	s3	R	
3R4+R1	Z	1	0	-1	0	0	1	20	-20
-2R4+R2	s1	0	0	$\frac{1}{3}$ E pivote	1	0	-2/3	$\frac{8}{3}$	8
-2R4+R3	s2	0	0	$\frac{7}{3}$	0	1	-2/3	$\frac{80}{3}$	11,43
	x1	0	1	$\frac{1}{3}$	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{20}{3}$	20

	Basicas	Z	x1	x2	s1	s2	s3	R	
1R2+R1	Z	1	0	0	3	0	-1	28	-28
3R2	x2	0	0	1	3	0	-2	8	-4
$-\frac{7}{3}$R2 + R3	s2	0	0	0	-7	1	4 E pivote	8	2
$-\frac{1}{3}$ R2+R4	x1	0	1	0	-1	0	1	4	4

	Basicas	Z	x1	x2	s1	s2	s3	R
1R3+R1	Z	1	0	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	30
2R3+R2	x2	0	0	1	-1/2	$\frac{1}{2}$	0	12
$\frac{1}{4}$ R3	s3	0	0	0	-7/4	$\frac{1}{4}$	1	2
-R3+R4	x1	0	1	0	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	2

Variables decisión	valor optimo
Z	30
x1	12
x2	2

2. Escriba el problema dual de los siguientes problemas primales

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & z = -5x_1 + 2x_2 \\ \text{sujeto a} \quad & -x_1 + x_2 \leq -2 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & z = 6x_1 + 3x_2 \\ \text{sujeto a} \quad & 6x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ & 3x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Primal	Dual
x	y
max	min
min	max
z	w
$\leq$	$\geq$
$\geq$	$\leq$
$=$	$\leq \geq$

Problema Dual

Minimizar $w = -2y_1 + 5y_2$

sujeto a $-y_1 + 2y_2 \geq -5$

$y_1 + 3y_2 \geq 2$

$y_1, y_2 \geq 2$

Problema Dual

maximizar $w = 2y_1 + 5y_2$

Sujeto a $6y_1 + 3y_2 \geq 6$

$-3y_1 + 4y_2 \geq 3$

$y_1 + y_2 \geq 0$

$y_1, y_2 \geq 0$

3. Una compañía fabrica dos productos, A y B. Los ingresos unitarios son \$2 y \$3, respectivamente. Las disponibilidades diarias de dos materias primas, M_1 y M_2, utilizadas en la fabricación de los dos productos son de 8 y 18 unidades, respectivamente. Una unidad de A utiliza 2 unidades de M_1 y 2 unidades de M_2, y una unidad de B utiliza 3 unidades de M_1 y 6 unidades de M_2.

(a) Determine los precios duales de M_1 y M_2 y sus intervalos de factibilidad.

(b) Suponga que pueden adquirirse 4 unidades más de M_1 al costo de 30 centavos por unidad. ¿Recomendaría la compra adicional?

(c) ¿Cuánto es lo máximo que la compañía debe pagar por unidad de M_2?

(d) Si la disponibilidad de M_2 se incrementa en 5 unidades, determine el ingreso óptimo asociado.

Materia Prima	Productos fabricados A	B	disponibilidad (unidades)
M1	2	3	8
M2	2	6	18
ingresos unitarios \$	2	3	

variables decisión

x_1 : # de productos A que se fabricarán

x_2 : # de productos B que se fabricarán

Función objetivo

$$Z = 2x_1 + 3x_2$$

Restricciones

$$2x_1 + 3x_2 \leq 8$$
$$2x_1 + 6x_2 \leq 18$$

Maximizar $Z = 2x_1 + 3x_2$

Sujeto a
$$2x_1 + 3x_2 \leq 8$$
$$2x_1 + 6x_2 \leq 18$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Intersecciones de restriccion con los ejes

Si $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{8}{3}$ $\quad P(0, \frac{8}{3})$

Si $x_2 = 0$, $x_1 = 4$ $\quad Q(4, 0)$

Si $x_1 = 0$ $\quad x_2 = 3$ $\quad R(0,3)$

Si $x_2 = 0$ $\quad x_1 = 9$ $\quad S(9,0)$

$P: Z_c = 2(0) + 3(\frac{8}{3}) = 8$

$Z_c = 2(4) + 3(0) = 8$

$x_1 = 0$

$x_2 = \frac{8}{3}$

$Z = 8$

a)

Precio dual H1 aumenta en 1 la disponibilidad H1

$2x_1 + 3x_2 \leq 9$

Si $x_1 = 0$; $x_2 = 3$ $\quad C(0,3)$

Si $x_2 = 0$; $x_1 = 4,5$ $\quad D(4.5, 0)$

$x_1 = 0$ $\quad Z_6 = 2x_1 + 3x_2$

$x_2 = 3$ $\quad Z_6 = 2(0) + 3(3)$

$Z_6 = 9$

Precio dual H1 $= \dfrac{Z_6 - Z_c}{\text{cambio capacidad}}$

Precio dual H1 $= \dfrac{9-8}{1} = \$1$ / unidad intervalo de factibilidad

$2x_1 + 3x_2$

disponibilidad minima de M1 en C (0,3) $2(0) + 3(3) = 9$

disponibilidad maxima de M1 en S (9,0) $2(9) + 3(0) = 18$

Precio dual M2

$9 \leq M1 \leq 18$

El precio dual M2 sera 0 por que la función objetivo es paralela a M1.

b)

ingreso : $4 \times (1) = 4$

costo : $4 \times (0{,}3) = 1{,}2$

Costo < Ingreso → compra recomendada

c)

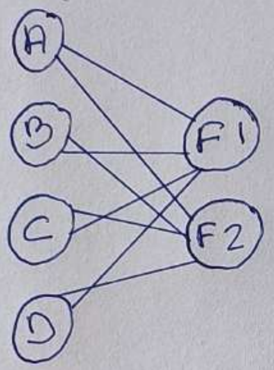
El precio dual que se pagara por unidad M2 es 0, debido a que su restricción es redundante.

D)

No sera posible realizar ya que es una restricción redundante. (no se afecta el valor optimo)

4. Plantee el siguiente problema y resuélvalo utilizando un software de programación lineal.

Una refinería fabrica dos tipos de combustible para avión, F_1 y F_2, mezclando cuatro tipos de gasolina, A, B, C y D. El combustible F_1 incluye las gasolinas A, B, C y D en la proporción 1:1:2:4, y el combustible F_2 incluye la proporción 2:2:1:3. Los límites de abasto de A, B, C y D son 1000, 1200, 900 y 1500 barriles/día, respectivamente. Los costos por barril de las gasolinas A, B, C y D son \$120, \$90, \$100 y \$150, respectivamente. Los combustibles F_1 y F_2 se venden a \$200 y \$250 por barril, respectivamente. La demanda mínima de F_1 y F_2 es de 200 y 400 barriles/día, respectivamente.



origen destino

	Gasolina A	Gasolina B	Gasolina C	Gasolina D
Combustible F1	1	1	2	4
Combustible F2	2	2	1	3
Limite Abasto [barril/día]	100	1200	900	1500
Costo barril \$	120	90	100	150

	combustible F1	Combustible F2
Precio venta	200	250
Demanda minima (Barril/día)	200	400

Variables de decisión

F1

x_{11} : Barriles de gasolina A utilizada en producción diaria de Combustible

x_{21} : Barriles de gasolina B utilizada en producción diaria de Combustible

x_{31} : Barriles de gasolina C utilizada en producción diaria de Combustible

x_{41} : Barriles de gasolina D utilizada en producción diaria de Combustible

F2

x_{12} Barriles de gasolina A utilizados en la producción diaria de combustible F_2

x_{22} Barriles de gasolina B utilizados en la producción diaria de combustible F_2

x_{32} Barriles de gasolina C utilizados en la producción diaria de combustible F_2

x_{42} Barriles de gasolina D utilizados en la producción diaria de combustible F_2

Función objetivo

Minimizar: $Z = 120(x_{11} + x_{12}) + 90(x_{21} + x_{22}) + 100(x_{31} + x_{32}) + 150(x_{41} + x_{42})$

Restricciones

$$\begin{array}{ll} k & 1 \\ k & 1 \\ k & 2 \\ k & 4 \end{array} \quad \frac{1}{1} / \frac{2}{4} = \frac{A}{B} / \frac{C}{D}$$

$A = k$

$B = k$

$C = 2k$

$D = 4k$

$A + B + C + D = F1$

$k + k + 2k + 4k \quad 1$

$8k = 1$

$k = \frac{1}{8}$

	A	B	C	D
F1	0,125	0,125	0,25	0,5
F2	0,25	0,25	0,125	0,375

F2

$$\frac{A}{B} / \frac{C}{D} = \frac{2}{2} / \frac{1}{3} \quad \begin{array}{l} k \\ k \\ k \\ k \end{array}$$

$A = 2k$

$B = 2k$

$C = k$

$D = 3k$

$A + B + C + D = F1$

$2k + 2k + k + 3k$

$k = \frac{1}{8}$

R1 $0,125x_{11} + 0,125x_{21} + 0,25x_{31} + 0,5x_{41} \geq 200$

R2 $0,25x_{12} + 0,25x_{22} + 0,125x_{32} + 0,375x_{42} \geq 400$

R3 $x_{11} + x_{12} \leq 1000$

R4 $x_{21} + x_{22} \leq 1200$

R5 $x_{31} + x_{32} \leq 900$

R6 $x_{41} + x_{42} \leq 1500$

$x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{41}, x_{12}, x_{22}, x_{32}, x_{42} \geq 0$ condición no negatividad.

Variables de Decision							
X11	X21	X31	X41	X12	X22	X32	X42
1000	1200	900	0	0	0	0	1500

Función Objetivo		
Minimizar	Z	543000

Restricciones			
	Izquierda	Signo	Derecha
R1	500	>=	200
R2	562,5	>=	400
R3	1000	<=	1000
R4	1200	<=	1200
R5	900	<=	900
R6	1500	<=	1500