FFI 0201 - Introdução à Física Computacional

Quarto Projeto

Instruções

- Crie um diretório **proj4_#*usp*** em `/home/public/IntroFisComp16/projeto4`
- Proteja seu diretório para nao ser lido por `g` e `o`
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes `exerA.f90`, `exerA.ps`, `exerB.f90` e `exerB.ps`
- Os códigos devem seguir rigorosamente os padrões especificados abaixo para `entrada/saída`
- **Use precisão dupla em seus resultados**
- Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente

Exercícios

O objetivo deste projeto é o cálculo da velocidade de uma bicicleta em função do tempo, levando-se em conta os efeitos resistivos (hidrodinâmicos) do ar.

A) Ignoremos inicialmente o efeito resistivo do ar e a segunda lei de Newton nos dá

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} \ , \tag{1}$$

sendo m a massa do sistema ***ciclista + bicicleta*** e F a força que o ciclista emprega (devido à sua energia interna) para o movimento. Supomos aqui que não haja atritos nas engrenagens da bicicleta de forma que praticamente toda a força empregada pelo ciclista é transmitida ao movimento do sistema ***ciclista + bicicleta***. A questão é: como se calcula F? Podemos, ao invés de aplicar (1), tratar o problema de outra forma. Estudos fisiológicos de ciclistas corredores mostraram que a potência P fornecida pelos ciclistas é de aproximadamente 400 W para corridas de duração da ordem de uma hora. Então temos

$$\frac{dE}{dt} = P \tag{2}$$

e

$$mv\frac{dv}{dt} = P \ , \tag{3}$$

o que implica em

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P}{mv} \ . \tag{4}$$

De novo, desprezamos o atrito devido às engrenagens da bicicleta e o atrito da roda com o solo. Resolvendo-se a equação (4) temos

$$v(t) = \sqrt{v_0^2 + 2Pt/m} \ . \tag{5}$$

Discretizando a equação (4) acima usando a relação para a derivada de dois pontos para frente, i.e.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t} \quad \text{com } t_i = i\ \Delta t \quad \text{e} \quad i = 0, 1, 2, \cdots \quad , \tag{6}$$

temos a relação

$$v_{i+1} = v_i + \frac{P}{mv_i}\Delta t + \mathcal{O}((\Delta t)^2) \quad , \tag{7}$$

conhecida como **método de Euler**.

Escreva um código que calcule, usando a equação (7), a velocidade como função do tempo. Use $m = 70\ kg$ para a massa do sistema ciclista+bicicleta e $P = 400\ W$. Leia a partir do terminal (cada um em uma linha) v_0 (pequeno, mas diferente de zero) em m/s, Δt (em segundos) e o intervalo de tempo T (em s). A saída do programa deve ser o arquivo `vel1_out.dat`, com a velocidade em função do tempo para um intervalo de tempo T, no formato

```
t    v(t)
```

A primeira linha do arquivo deve ser

```
0    v0
```

e o número de linhas do arquivo será $1 + \text{int}(T/\Delta t)$.

Além disso, você deve preparar um gráfico com a comparação de seus resultados à solução exata (5) do problema. Use $v_0 = 0.1\ m/s$ e T de 20 minutos. Seu gráfico deve conter:

1. curva da solução exata
2. curva da solução numérica para $\mathbf{\Delta t = 2\ s}$
3. curva da solução numérica para $\mathbf{\Delta t = 10^{-1}\ s}$
4. curva da solução numérica para $\mathbf{\Delta t = 10^{-2}\ s}$

O gráfico deve ser preparado com `gnuplot` e salvo como arquivo `postscript`, de nome `exerA.ps`.

B) Vamos agora considerar o efeito da resistência do ar. Em geral esperamos que a força resistiva obedeça à seguinte relação

$$f_{res} \sim \gamma_1 v - \gamma_2 v^2 \ , \tag{8}$$

onde o primeiro termo domina para pequenas velocidades e o segundo para grandes velocidades. No presente caso, o primeiro termo, que pode ser estimado pela lei de Stokes para o escoamento hidrodinâmico de objetos simples, pode ser desprezado frente ao segundo termo. O coeficiente γ_2 pode ser estimado levando-se em conta que no intervalo dt a massa de ar que se choca com o ciclista é dada por

$$m_{ar} \approx \rho \ A \ v \ dt \tag{9}$$

sendo A a área de choque e ρ a densidade do ar. Se esta massa de ar, ao chocar-se com o ciclista, adquire a mesma velocidade v da bicicleta, temos que a energia dada ao ar é

$$E_{ar} \approx m_{ar} v^2/2 \ . \tag{10}$$

Esta energia é transferida pela força resistiva

$$F_{res} \ v \ dt = W_{res} = E_{ar} \tag{11}$$

e temos que

$$F_{res} = C \ \rho \ A \ v^2 \ , \tag{12}$$

onde C é o coeficiente de arrasto (*drag coefficient*). No presente cálculo $C = 1/2$, o que representa uma boa aproximação. Se inserirmos a equação (12) em (7) teremos a equação

$$v_{i+1} = v_i + \frac{P}{m v_i} \Delta t - \frac{C \rho A v_i^2}{m} \Delta t + \mathcal{O}((\Delta t)^2) \ . \tag{13}$$

Generalize o programa da tarefa **A)** levando em conta o efeito da resistência do ar. Leia a partir do terminal (cada um em uma linha) v_0, Δt, T e a área A.

Obs: use $m = 70$ kg, $P = 400$ W e $\rho = 1.2 \ kg/m^3$. Também note que suas respostas devem ser referentes a um intervalo T, isto é, a velocidade do ciclista após um tempo T (lido), etc. Teste seu programa para tempo T igual a 3 horas.

A saída de seu programa, direto para o terminal, deve ter o seguinte formato:

- resposta à primeira questão abaixo, com o número de linhas que for necessário.
- respostas às próximas 4 questões, uma por linha (sem linhas adicionais entre as respostas); a resposta numérica deve ser a última palavra da linha.

Questões:

1. Porque o ciclista corredor normalmente se curva em corridas? Porque os ciclistas correm em grupo? Por que é mais vantajoso um corredor colar-se atrás de outro ao invés de ultrapassá-lo diretamente?
2. Qual a velocidade final do ciclista após o tempo T?
3. Em que instante é alcançada a velocidade terminal?
4. Qual o espaço total percorrido pelo ciclista após o tempo T?
5. Qual a velocidade média do ciclista no período de tempo T?

Além disso, você deve preparar um gráfico com a comparação de seus resultados para diversos valores da área A. Use $v_0 = 0.1\ m/s$ e tempo de 30 minutos. Use $\Delta t = 0.1\ s$.

Seu gráfico deve conter:

- curva da solução exata sem resistência do ar
- curvas para 3 valores diferentes da área $\mathbf{A = 1/4,\ 1,\ 2}$.

O gráfico deve ser preparado com `gnuplot` e salvo como arquivo `postscript`, de nome `exerB.ps`.