

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant, en déduire deux équivalences.

p	\bar{p}	$p \wedge p$	$p \wedge \bar{p}$
0			
1			

Exercice 2 :

1. A l'aide de tables de vérité, démontrer que $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \bar{q} \Rightarrow \bar{p}$

p	q				
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

2. Démontrer à l'aide de deux tables de vérité l'équivalence suivante :

$$\left(((\bar{p} \wedge q) \wedge \bar{r}) \vee (\bar{p} \wedge (q \wedge \bar{r})) \right) \Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{r})$$

Exercice 3 :

On définit l'opérateur Nand par la table suivante de p Nand q :

p	q	p Nand q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Démontrer que p Nand $q \Leftrightarrow \overline{p \wedge q}$
- Donner une expression équivalente à p Nand q qui utilise le "ou".
- A quelle proposition est équivalente p Nand p ?
- Donner une expression simple équivalente à $(p$ Nand $q)$ Nand $(p$ Nand $q)$

Exercice 4 :

Une compagnie d'assurance automobile propose à ses clients trois familles de tarifs identifiables par une couleur, du moins au plus onéreux : tarifs vert, orange et rouge. Le tarif dépend de la situation du conducteur :

- un conducteur de moins de 25 ans et titulaire du permis depuis moins de deux ans, se voit attribuer le tarif rouge, si toutefois il n'a jamais été responsable d'accident. Sinon, la compagnie refuse de l'assurer.
- un conducteur de moins de 25 ans et titulaire du permis depuis plus de deux ans, ou de 25 ans ou plus mais titulaire du permis depuis moins de deux ans a le droit au tarif orange s'il n'a jamais provoqué d'accident, au tarif rouge pour un accident, sinon il est refusé.
- un conducteur de 25 ans ou de plus de 25 ans titulaire du permis depuis plus de deux ans bénéficie du tarif vert s'il n'est à l'origine d'aucun accident et du tarif orange pour un accident, du tarif rouge pour deux accidents, et refusé au-delà.

Dans un algorithme de tarification, on saisit l'âge A , le nombre d'année de permis P et le nombre d'accidents N .

- Traduire en français l'expression booléenne suivante : $C = (A < 25) \wedge (P < 2)$
- Exprimer la négation \bar{C} de l'expression booléenne C à l'aide d'un connecteur et d'opérateurs de comparaison $<$, $>$, \leq , \geq . Traduire alors l'expression \bar{C} en français.
- Exprimer à l'aide des variables A, P et N et de connecteurs binaires l'expression booléenne qui doit être vraie pour que le conducteur ait droit au tarif vert.
- Exprimer de même l'expression booléenne qui doit être vraie pour que le conducteur ait droit au tarif orange, puis au tarif rouge.

Pourquoi n'a-t-on alors pas besoin dans un algorithme de connaître l'expression booléenne qui traduit le refus de la compagnie d'assurance d'assurer un conducteur ?