

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ—Εαρινό εξάμηνο 2022

Ομάδα Ασκήσεων #2

- Άσκ. 1** (Βαθ. 2) Έστω σύνολο n εργασιών $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Για κάθε εργασία v_i δίνεται χρονική διάρκεια d_i και μία λίστα $V_i \subseteq V$ με εργασίες που πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί πριν ξεκινήσει η v_i .
- (α) Διατυπώστε μία συνθήκη ώστε το σύνολο εργασιών V να είναι εφικτό.
- (β) Σχεδιάστε και αναλύστε αλγόριθμο που υπολογίζει τον ελάχιστο χρόνο ολοκλήρωσεως του V .
- Άσκ. 2** (Βαθ. 3) Δίνεται προσανατολισμένος βεβαρημένος γράφος και με κάθε ακμή χρωματισμένη είτε με μπλε είτε με κόκκινο χρώμα, έτσι ώστε να μην υπάρχει μονοχρωματικός κύκλος. Σχεδιάστε και αναλύστε αλγόριθμο ο οποίος σε είσοδο δύο κόμβων (s, t) βρίσκει το ελαφρύτερο μονοπάτι από τον s στον t που αλλάζει χρώμα ακριβώς μία φορά από μπλε σε κόκκινο. (Δηλαδή, αν (s, u_1, \dots, u_k, t) το μονοπάτι, τότε υπάρχει i ώστε οι ακμές $(s, u_1), \dots, (u_{i-1}, u_i)$ είναι μπλε και οι ακμές $(u_i, u_{i+1}), \dots, (u_k, t)$ είναι κόκκινες.)
- (Υπόδειξη: τοπολογική διάταξη, αντιστροφή φοράς ακμών.)
- Άσκ. 3** (Βαθ. 3) Δίνεται βεβαρημένος γράφος $G = (V, E, w)$ και ένα ελάχιστο συνδετικό δένδρο T του G . Σε κάθε βήμα ο G αλλάζει προσθέτοντας μία νέα ακμή με το βάρος της ή διαγράφοντας μία υπάρχουσα. Σχεδιάστε και αναλύστε αλγόριθμο που με είσοδο την αλλαγή (ο αλγόριθμος γνωρίζει επίσης τα G και T) υπολογίζει ένα νέο ελάχιστο συνδετικό δένδρο για τον νέο γράφο.
- Άσκ. 4** (Βαθ. 2) Στο πρόβλημα «Δύο-κλίκες» δίνεται γράφος G και ακέραιος k και πρέπει να αποφανθούμε αν υπάρχουν δύο ξένες κλίκες (χωρίς κοινούς κόμβους) μεγέθους τουλάχιστον k . Δείξτε ότι πρόβλημα είναι NP-πλήρες.