9장 MATLAB에 의한 심볼릭 처리

Sejong University

So-Young Yeo

(E-mail : yeossoh@sdc.sejong.ac.kr)

SDC LAB.
SEJONG UNIV.

개 요

- 심볼릭 표현과 대수학
- 대수와 초월 방정식
- 미분 적분학
- 미분 방정식
- Laplace 변환
- 심볼릭 선형 대수학

SEJONG UNIV.

심볼릭 표현과 대수학

소 개

- 심볼릭 처리?
  - 컴퓨터가 산술적 표현을 수행하는 것을 표현
- 목표
  - 심볼릭 표현들을 만들고 대수적으로 다룸
  - 대수의 심볼릭 해들과 초월 방정식을 얻음
  - 심볼릭 미분과 적분을 수행
  - 극한과 급수를 심볼릭으로 구함
  - 미분 방정식의 심볼릭 해를 구함
  - Laplace 변환 수행
  - 고유치, 역행렬, 행렬식의 표현을 포함한 심볼릭 선형 대수 연산 수행

심볼릭 표현과 대수학 (1)

- sym
  - “symbolic object”
  - sym에 입력한 것이 문자이면 결과는 심볼릭 숫자 또는 변수
    - x=sym(‘x’)
      - x라는 이름의 심볼릭 값이 만들어짐
    - x=sym(‘x’, ‘real’)
      - x는 실수
- syms
  - 한 개 이상의 문장 속에 다른 문장을 넣기 가능
  - 심볼릭 상수를 만들어 낼 수 없음
    - 심볼릭 상수는 sym을 사용해서 만듬
    - symx x y real

심볼릭 표현과 대수학 (2)

- syms (계속)
  - 예제
    - pi=sym('pi'), fraction=sym('1/3'), sqroot2=sym('sqrt(2)')
      - pi = pi
      - fraction =1/3
      - sqroot2 =sqrt(2)
    - pi=sym('pi'), sqroot2=sym('sqrt(2)'), a=3*sqrt(2), b=3*sqroot2
      - pi =pi
      - sqroot2 =sqrt(2)
      - a = 4.2426
      - b = 3*2^(1/2)
  - 심볼릭 상수 사용시 이점
    - 답을 필요로 하기 전까지는 계산되지 않음
    - 마무리 오차의 영향을 줄여줌

심볼릭 표현과 대수학 (3)

- 심볼릭 표현
  - 산술적 계산
    - syms x y
    - s=x+y;
    - r=sqrt(x^2+y^2)
      - r =(x^2+y^2)^(1/2)
  - 심볼릭 변수
    - 심볼릭 표현으로 되어 있을 시 자동으로 심볼릭 변수로 인식
    - n=3;
    - syms x;
    - A=x.^((0:n)'*(0:n))
      - A =[1, 1, 1, 1]
        [1, x, x^2, x^3]
        [1, x^2, x^4, x^6]
        [1, x^3, x^6, x^9]

심볼릭 표현과 대수학 (4)

- 심볼릭 표현 (계속)
  - findsym(E)
    - 심볼릭 표현 내에서의 심볼릭 변수나 행렬을 구함
    - syms b x1 y
    - findsym(6*b+y)
      - ans = b, y
    - findsym(6*b+y+x)
      - Undefined function or variable 'x'
    - findsym(6*b+y,1)
      - ans = y
    - findsym(6*b+y+x1,1)
      - ans = x1
    - findsym(6*b+y*i)
      - ans = b, y

심볼릭 표현과 대수학 (5)

- 처리 표현
  - collect(E)
    - 식 E에서 멱함수의 계수 정렬
    - syms x y
    - E = (x-5).^2+(y-3)^2;
    - collect(E)
      - ans = x^2-10*x+25+(y-3)^2
    - collect(E,y)
      - ans = y^2-6*y+(x-5)^2+9

심볼릭 표현과 대수학 (6)

- 처리 표현 (계속)
  - expand(E)
    - 멱함수 E 전개
    - syms x y
    - expand((x+y).^2)
      - ans = x^2+2*x*y+y^2
    - expand(sin(x+y))
      - ans = sin(x)*cos(y)+cos(x)*sin(y)
    - expand(6*((sin(x))^2+(cos(x))^2))
      - ans = 6*sin(x)^2+6*cos(x)^2

심볼릭 표현과 대수학 (7)

- 처리 표현 (계속)
  - factor(E)
    - E를 인수분해
    - syms x y
    - factor(x^2-1)
      - ans = (x-1)*(x+1)
  - simplify(E)
    - Maple’s simplification rule을 이용하여 식 E를 간단히
    - syms x y
    - simplify(x*sqrt(x^8*y^2))
      - ans = x*(x^8*y^2)^(1/2)

SDCLAB. SEJONG UNIV.

심볼릭 표현과 대수학 (8)

- 처리 표현 (계속)
  - simple(E)
    - 문자, 숫자의 항인 식 E의 가장 간단한 형태 검색
    - syms x y
    - E1=x^2+5; E2=y^3-2;
    - S1=E1+E2
      - S1 = x^2+3+y^3
    - S2=E1*E2
      - S2 = (x^2+5)*(y^3-2)
    - expand(S2)
      - ans = x^2*y^3-2*x^2+5*y^3-10
    - E3=x^3+2*x^2+5*x+10;
    - S3=E3/E1
      - S3 = (x^3+2*x^2+5*x+10)/(x^2+5)
    - simplify(S3)
      - ans = x+2

SDC LAB. SEJONG UNIV.

심볼릭 표현과 대수학 (9)

- 처리 표현 (계속)
  - [num den]=numden(E)
    - 두 심볼릭 식 분자, 분모 구함
    - syms x
    - E1=x^2+5; E4=1/(x+6);
    - [num den]=numden(E1+E4)
      - num = x^3+6*x^2+5*x+31
      - den = x+6
  - double(E)
    - E를 수치형태로 바꿈, 식 E는 다른 심볼릭 변수를 포함해서는 안됨
    - sqroot2=sym('sqrt(2)');
    - y=6*sqroot2
      - y = 6*2^(1/2)
    - z=double(y)
      - z =   8.4853

심볼릭 표현과 대수학 (10)

- 처리 표현 (계속)
  - poly2sym(p)
    - 계수 벡터 p를 심볼릭 다항식 계수로 바꿈
    - poly2sym([2 6 4])
      - ans = 2*x^2+6*x+4
    - poly2sym([5 -3 7],'y')
      - ans = 5*y^2-3*y+7
  - sym2poly(E)
    - 식 E의 계수 벡터를 구함
    - syms x
    - sym2poly(9*x^2+4*x+6)
      - ans =   9   4   6

심볼릭 표현과 대수학 (11)

- 처리 표현 (계속)
  - pretty(E)
    - 식 E를 수학에 가장 가까운 식으로 화면에 표시
      - pretty(9*x^2+4*x+6)
        =

$$9x^2 + 4x + 6$$

  - subs(E, old, new)
    - 식 E에 있는 old를 new로 바꿈
    - $g(t)=f(t+2)-f(t)$
      - syms t
      - f=sym('f(t)');
      - g=subs(f, t, t+2) – f
        - g = f(t+2)-f(t)

심볼릭 표현과 대수학 (12)

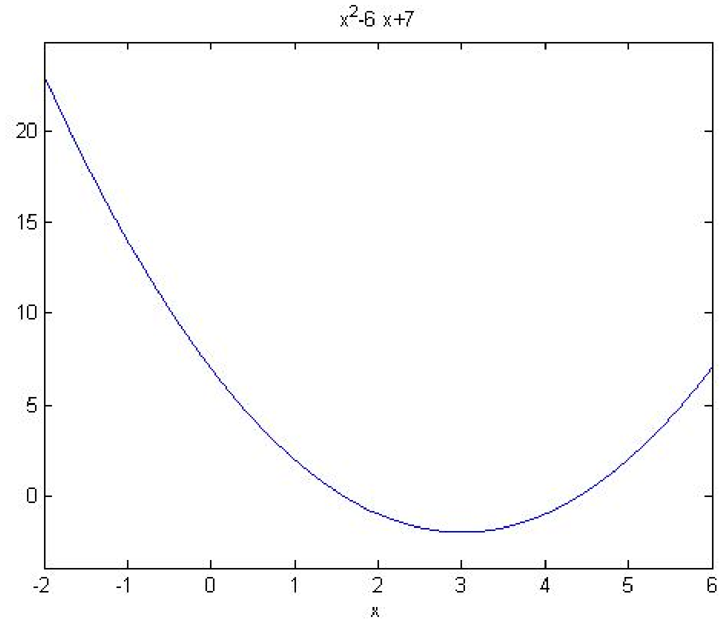
- 처리 표현 (계속)
  - subs(E, old, new) (계속)
    - Laplace 변환에 이용
    - sym이나 subs함수를 이용하여 계승함수 계산
    - kfac=sym('k!');
    - syms k n
    - subs(kfac, k, n)
      - ans = n!
    - prod(1:5)
      - ans = 120
    - syms a b x
    - E=a*sin(b);
    - F=subs(E, {a, b}, {x, 2})
      - F = x*sin(2)

심볼릭 표현과 대수학 (13)

- 계산하기
  - subs나 double 함수를 사용하여 수치 식 계산
    - syms x
    - E=x^2+6*x+7;
    - G=subs(E, x, 2)
      - G =   23
    - class(G)
      - ans = double
    - H=double(G)
      - H =   23
    - class(H)
      - ans = double

심볼릭 표현과 대수학 (14)

- 그림 그리기
  - ezplot(E)
    - 기호식 E를 그림으로 그리기
    - defalt 구간 : $[-2\pi, 2\pi]$
  - ezplot(E, [xmin xmax])
    - xmin부터 xmax사이에 그림을 그린다는 의미
    - syms x
    - E=x^2-6*x+7;
    - ezplot(E, [-2 6])



%ezplot(E),axis([-2 6 -5 25]), ylabel('y')

심볼릭 표현과 대수학 (15)

- 서열
  - 문자를 알파벳 순서로 나열하지 않음
    - “b-c” → “-c+b”
    - “b/a” → “1/a*b”
    - “(x*y)^(1/2)” → “x^(1/2)*y^(1/2)”
    - “a/(b*c*d)” → “-a/(-b*c-d)”

    - syms x
    - E=x^2-6*x+7;
    - F=-E/3
      - F = -1/3*x^2+2*x-7/3

- 표 9.1-1 & 표 9.1-2

SEJONG UNIV.

- 대수와 초월 방정식

대수와 초월 방정식 (1)

- 초월방정식이란?
  - $\sin x$, e^x, $\log x$ 등이 하나 이상 포함된 방정식
  - solve 함수를 이용
    - solve 함수를 사용하는 경우 sym이나 syms 함수선언은 하지 않음
  - 예제
    - Case 1)
      - eql='x+5=0';
      - solve(eql)
        - ans = -5
    - Case 2)
      - solve('x+5')
        - ans = -5
    - Case 3)
      - syms x
      - solve(x+5)
        - ans = -5
    - Case 4)
      - syms x
      - x=solve(x+5)
        - x = -5

SDC LAB. SEJONG UNIV.

대수와 초월 방정식 (2)

- 초월방정식
  - 방정식 $e^2x + 3e^2 = 54$ 풀이법
    - solve ('exp(2*x)+3*exp(x)=54')
      - ans = log(6)
        log(9)+i*pi
  - 예제
    - eq2='y^2+3*y+2=0';
    - solve(eq2)
      - ans = -1
        -2
    - eq3='x^2+9*y+4=0';
    - solve(eq3)
      - ans = 3*i*y^2
        -3*i*y^2

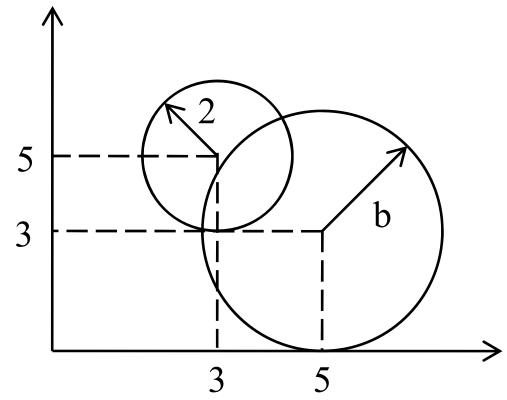
대수와 초월 방정식 (3)

- 초월방정식 (계속)
  - 변수가 하나 이상일 때 알파벳 내에서 x에 가장 근접한 변수가 검색하는 변수라고 가정
  - 예제
    - solve('b^2+8*c+2*b=0')
      - ans = -1/8*b^2-1/4*b
    - solve('b^2+8*c+2*b=0', 'b')
      - ans = -1+(1-8*c)^(1/2)
        -1-(1-8*c)^(1/2)
    - eq4=‘6*x+2*y=14’; eq5=‘3*x+7*y=31’;
    - solve(eq4, eq5)
    - x=ans.x
    - y=ans.y
    - [x,y]=solve(eq4, eq5)

  - ans = x: [1x1 sym]
    y: [1x1 sym]
  - x = 1
  - y = 4

대수와 초월 방정식 (4)

- 초월방정식 (계속)
  - 예제 : 두원의 교점 구하기
    - (a) b로 교점의 좌표 구하기
    - (b) $b=\sqrt{3}$ 일때 교점의 좌표 구하기
  - Solution
    - (a)




```
syms x y b
S=solve((x-3)^2+(y-5)^2-4, (x-5)^2+(y-3)^2-b^2)
```

- S = x: [2x1 sym]
  y: [2x1 sym]

```
S.x
```

- ans = 9/2-1/8*b^2+1/8*(-16+24*b^2-b^4)^(1/2)
  9/2-1/8*b^2-1/8*(-16+24*b^2-b^4)^(1/2)

대수와 초월 방정식 (5)

- 초월방정식 (계속)
  - Solution (계속)
    - (b)

      subs(S.x, b, sqrt(3))

      - ans =   4.9820

        3.2680

대수와 초월 방정식 (6)

- 초월방정식 (계속)
  - 주기함수를 포함한 방정식의 무한개의 해를 solve 함수로 구함
  - 예제 $\sin(2x) - \cos x = 0$
    - solve('sin(2*x)-cos(x)=0')
      - ans = -1/2*pi
1/2*pi
1/6*pi
5/6*pi
  - 표 9.2-1 대수, 초월방정식 해를 위한 함수

SDC LAB.
SEJONG UNIV.

미분 적분

미분 적분 (1)

- 미분
  - 심볼릭 미분을 위해 diff 함수 사용
  - diff (E)
  - 예제
    - x^n
      - diff(x^n)
        - ans = x^n*n/x
      - simplify(ans)
        - ans = x^(n-1)*n
    - $\ln x$
      - diff(log(x))
        - ans = 1/x
    - $\sin^2(x)$
      - diff((sin(x))^2)
        - ans = 2*sin(x)*cos(x)
    - $\sin(y)$
      - diff(sin(y))
        - ans = cos(y)

미분 적분 (2)

- 미분 (계속)
  - diff 함수를 이용해 하나 이상의 변수를 가진 편미분 이행
  - 심볼릭 선언을 이용하는 것을 권장
  - diff(E, v)
    - 변수 E로 식 v를 미분
    - 예제
      - syms x y
      - diff(x*sin(x*y), y)
        - ans = x^2*cos(x*y)
  - diff(E, n)
    - 식 E를 n번 미분
    - 예제
      - syms x
      - diff(x^3, 2)
        - ans = 6*x

미분 적분 (3)

- 미분 (계속)
  - 함수 diff(E, v, n)
    - 식 E를 변수 v로 n번 미분
    - 예제
      - syms x y
      - diff(x*sin(x*y), y, 2)
        - ans = -x^3*sin(x*y)
  - 표 9.3-1 기호 미적분 함수

미분 적분 (4)

- 최대 최소 문제
  - $f(x)$가 $a \le x \le b$인 범위에 있을때 연속함수 $f(x)$의 미분은 최대 또는 최소값을 구하는데 사용
    - $df/dx = 0$ 또는 df/dx 가 존재하지 않는 점에서의 국부 최대 또는 최소는 임계점
    - $d^2f/dx^2 > 0$ 이면 최대
    - $d^2f/dx^2 < 0$ 이면 최소
- 예제 9.3-1

미분 적분 (5)

- 적분
  - 심볼릭 미분을 위해 int(E) 함수 사용
  - syms을 사용하기를 권장
  - 예제
    - $2x$ 적분
      - syms x
      - int(2*x)
        - ans =x^2
    - $\int x^n \, dx$
      - syms n x y
      - int(x^n)
        - ans = x^(n+1)/(n+1)
    - $\int \cos x \, dx$
      - int(cos(x))
        - ans = sin(x)
    - $\int \frac{1}{x} dx$
      - int(1/x)
        - ans = log(x)
    - $\int \sin y \, dy$
      - int(sin(y))
        - ans = -cos(y)

SDC LAB. SEJONG UNIV.

미분 적분 (6)

- 적분 (계속)
  - 함수 int(E, v)
    - 변수 v로 적분
    - 예제
      - syms n x
      - int(x^n, n)
        - ans = 1/log(x)*x^n
  - 함수 int(E, a, b)
    - a 부터 b까지 정적분 수행
    - 예제
      - syms x
      - int(x^2, 2, 5)
        - ans = 39

미분 적분 (7)

- 적분 (계속)
  - 함수 int(E, v, a, b)
    - a 부터 b 까지 v로 적분
    - 예제
      - syms x y
      - int(x*y^2, y, 0 ,5)
        - ans = 125/3*x
  - 함수 int(E, m, n)
    - a와 b가 심볼릭경우에도 적분가능
    - 예제
      - syms t x
      - int(x, 1, t)
        - ans = 1/2*t^2-1/2
      - int(sin(x), t, exp(t))
        - ans = -cos(exp(t))+cos(t)

미분 적분 (8)

- 적분 (계속)
  - 명백한 적분이 존재하지 않는 경우
  - 예제
    - 특이점이 x=1인 경우의 적분
      - syms x
      - int(1/(x-1))
        - ans = log(x-1)
      - int(1/(x-1), 0, 2)
        - ans = NaN

미분 적분 (9)

- Taylor 급수
  - $x = a$ 근방에서의 함수 $f(x)$에 대한 Taylor 정리

$$f(x) = f(x) + \left(\frac{df}{dx}\right)\Bigg|_{x=a}(x-a) + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)\Bigg|_{x=a}(x-a)^2$$

$$+ \cdots + \frac{1}{n}\left(\frac{d^n f}{dx^n}\right)\Bigg|_{x=a}(x-a)^n + \cdots + R_n$$

  - $f(x)$가 연속적인 n차 미분을 가질 때 적용가능
    - n 이 크면 R_n 은 0에 근사
  - Taylor 급수의 대표적인 예
    - $\sin(x),\ \cos(x),\ e^x$
  - 함수 taylor(f, n, a)
    - Taylor 급수의 n-1항까지 구하고 x=a에 대해 계산

SDC LAB. SEJONG UNIV.

미분 적분 (10)

- Taylor 급수 (계속)
  - 예제
    - e^x 의 Taylor 급수
      - syms x
      - f=exp(x);
      - taylor(f,4)
        - ans = 1+x+1/2*x^2+1/6*x^3
      - taylor(f, 3, 2)
        - ans = exp(2)+exp(2)*(x-2)+1/2*exp(2)*(x-2)^2

$$e^2\left[1+(x-2)+\frac{1}{2}(x-a)^2\right]$$

SDCLAB. SEJONG UNIV.

미분 적분 (11)

- 합
  - 함수 symsum(e)
    - 식 E의 심볼릭 합 계산

$$\sum_{x=0}^{x-1} E(x) = E(0) + E(1) + \cdots + E(x-1)$$

  - 함수 symsum(E, a, b)
    - a 부터 b까지의 초기설정 심볼릭변수 E의 합 계산

$$\sum_{x=a}^{b} E(x) = E(a) + E(a+1) + \cdots + E(b)$$

  - 예제
    - $\sum_{k=0}^{10} k$
      - syms k n
      - symsum(k, 0, 10)
        - ans = 55
    - $\sum_{k=0}^{n-1} k^2$
      - symsum(k^2, 0, n-1)
        - ans = 1/3*n^3-1/2*n^2+1/6*n

SDC LAB. SEJONG UNIV.

미분 적분 (12)

- 극한
  - 함수 limit(E, a)
    - 극한값 계산
    - 예제
      - syms a x
      - limit(sin(a*x)/x)
        - ans = a
  - 함수 limit(E, v, a, ‘right’)와 limit(E, v, a, ‘left’)
    - 예제
      - syms x
      - limit(1/x, x, 0, 'left')
        - ans = -Inf
      - limit(1/x, x, 0, 'right')
        - ans = Inf

SDC LAB.
SEJONG UNIV.

- 미분 방정식

미분 방정식 (1)

- 상미분 방정식 (Ordinary Differential Equations)
  - 상미분 방정식이란
    - x 에 관한 미지함수 y의 하나 또는 몇 개의 도함수를 포함하는 방정식
    - 미지함수가 독립변수를 1개밖에 포함하지 않은 미분방정식
  - 1계 상미분 방정식 (ODE)

$$\frac{dy}{dx} = f(t, y)$$

  - 방정식 의 해
    - $y = g(t), \quad dg/dt = f(t, g)$ 의 함수이고 임의의 상수를 가짐
  - 2계 상미분 방정식

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f(t, y, \frac{dy}{dx})$$

  - 방정식의 해
    - 2개의 임의 상수를 가지게 되므로 2개의 조건이 있어야 함
- 단일미분 방정식의 해
  - dsolve 함수 사용

미분 방정식 (2)

- 단일 미분 방정식의 예
  - 예제
    - $\frac{dy}{dt} + 2y = 12$
      - dsolve(‘Dy+2*y=12’)
        - ans = 6+exp(-2*t)*C1
    - $\frac{dy}{dt} = \sin(at)$
      - dsolve(‘Dy=sin(a*t)’)
        - ans = -1/a*cos(a*t)+C1
    - $\frac{d^2y}{dt^2} = c^2 y$
      - dsolve(‘D2y=c^2*y’)
        - ans = C1*exp(c*t)+C2*exp(-c*t)

미분 방정식 (3)

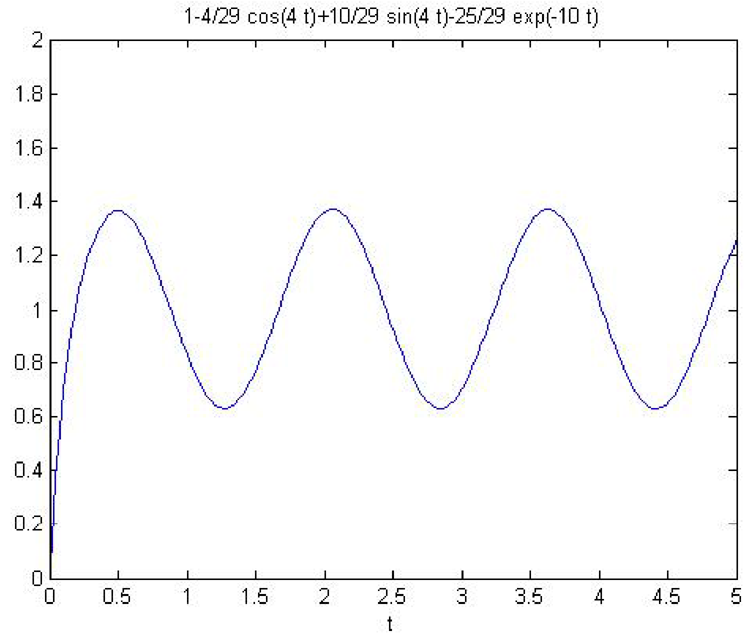
- 연립 미분방정식 해
  - dsolve 함수 이용
  - dsolve('eqn1', 'eqn2',…)
    - 기호식 eqn1, eqn2로 정의된 연립 미분방정식의 해를 구함
  - 예제
    - $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + 4y \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 3y \end{cases}$$
      - [x,y]=dsolve('Dx=3*x+4*y','Dy=-4*x+3*y')
        - x = -exp(3*t)*(C1*cos(4*t)-C2*sin(4*t))
        - y = exp(3*t)*(C1*sin(4*t)+C2*cos(4*t))

미분 방정식 (4)

- 초기조건과 경계조건
  - dsolve('eqn', 'cond1', 'cond2',…)
  - 조건이 방정식의 수보다 적다면 임의의 상수 C1,C2등으로 해 표시
  - 예제
    - $$\frac{dy}{dt} = \sin(bt),\ \ y(0) = 0$$
      - dsolve('Dy=sin(b*t)','y(0)=0')
        - ans = -1/b*cos(b*t)+1/b
    - $$\frac{d^2y}{dt} = c^2y,\ \ y(0) = 1,\ \ \frac{dy(0)}{dt} = 0$$
      - dsolve('D2y=c^2*y','y(0)=1', 'Dy(0)=0')
        - ans = 1/2*exp(-c*t)+1/2*exp(c*t)

미분 방정식 (5)

- 그림 해
  - ezplot 함수 사용
  - 예제
    - $\frac{dy}{dt} + 10y = 10 + 4\sin(4t),\ \ y(0) = 0$ 해 구하고 그림 그리기
      - y=dsolve('Dy+10*y=10+4*sin(4*t)', 'y(0)=0');
      - y=simple(y)
        - y = 1-4/29*cos(4*t)+10/29*sin(4*t)-25/29*exp(-10*t)
      - ezplot(y), axis([0 5 0 2])



SDC LAB. SEJONG UNIV.

미분 방정식 (6)

- 그림 해 (계속)
  - 독립변수의 매우 적은 값에 사용될 경우 그림이 매끄럽지 않음
  - ezplot 함수의 일방적인 미소구간을 피하기 위해 subs 함수 이용하여 독립변수의 값의 배열 조정
  - 수치적인 결과 나타내기 위해 double 함수 사용
    - 예제 (계속)
      - syms t
      - x=[0:0.05:5];
      - p=subs(y, t, x);
      - q=double(p);
      - plot(x, q), axis([0 5 0 2])

미분 방정식 (7)

- 경계조건의 연립 상미분방정식
  - dsolve(‘eqn1’, ‘eqn2’, ‘cond1’, ‘cond2’, …)
  - 예제
    - $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + 4y, \quad x(0) = 0 \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 3y, \quad y(0) = 1 \end{cases}$$
      - [x,y]=dsolve('Dx=3*x+4*y','Dy=-4*x+3*y', 'x(0)=0', 'y(0)=1')
        - x = exp(3*t)*sin(4*t)
        - y = exp(3*t)*cos(4*t)
    - $$\frac{d^2y}{dt} + 9y = 0, \ \ y(0) = 0, \ \ \frac{dy(\pi)}{dt} = 2$$
      - 2계 상미분방정식의 경우 t의 서로다른 값을 가진 조건이 필요
      - dsolve('D2y+9*y=0', 'y(0)=1', 'Dy(pi)=2')
        - ans = -2/3*sin(3*t)+cos(3*t)

SEJONG UNIV.

- Laplace 변환

Laplace 변환 (1)

- Laplace 변환
  - dsolve 함수로 풀지 못했던 미분방정식을 풀기 위해 Laplace변환 이용
  - 선형미분방정식으로 대수방정식으로 변환
  - 결과의 적절한 대수처리로 미분방정식의 해를 구함
  - 시간의 함수를 얻기 위한 역변환 처리를 이행

$$L[y(t)] = \int_0^\infty y(t)e^{st}dt$$

  - laplace(function) 사용
  - 예제
    - $t^3, e^{-bt}, \sin bt$
      - syms b t
      - laplace(t^3)
        - ans = 6/s^4
      - laplace(exp(-b*t))
        - ans = 1/(s+b)
      - laplace(sin(b*t))
        - ans = b/(s^2+b^2)

Laplace 변환 (2)

- Laplace 변환 (계속)
  - 역 laplace 변환 L^{-1} 은 시간의 함수 y(t)의 변환 Y(s)
  - ilaplace 함수 사용
  - 예제
    - $\frac{1}{s^4}, \frac{1}{s+b}, \frac{b}{(s^2+b^2)}$
      - syms s b
      - ilaplace(1/s^4)
        - ans = 1/6*t^3
      - ilaplace(1/(s+b))
        - ans = exp(-b*t)
      - ilaplace(b/(s^2+b^2))
        - ans = sin(b*t)
- 미분방정식에 적용
  - 선형적인 성질을 가진 미분 방정식을 풀기 위하여 Laplace 적용

SDC LAB.
SEJONG UNIV.

- 심볼릭 선형 대수식

심볼릭 선형 대수식 (1)

- 심볼릭행렬 연산법
  - 후처리의 수치적인 부정확을 피하기위해 심볼릭 행렬을 사용
  - 수치적인 행렬로부터 심볼릭 행렬로 구하는 방법
    - a=sym([3 5; 2 7]) % the most direct method
      - a = [3, 5]
[2, 7]
    - b=[3, 5; 2 7]
      - b = 3 5
2 7
    - c=sym(b) % B is preserved as a numeric matrix
      - c = [3, 5]
[2, 7]
    - syms d; d=subs(d, [3 5; 2 7])
      - d = 3 5
2 7

SDC LAB. SEJONG UNIV.

심볼릭 선형 대수식 (2)

- 심볼릭행렬 연산법 (계속)
  - 각도 α로 회전하는 좌표변환(x_2 , y_2)의 예

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \cos\alpha + y_1 \sin\alpha \\ y_2 = y_1 \cos\alpha - x_1 \sin\alpha \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} = R \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix}$$

- 회전 행렬
  - syms a
  - r=[cos(a), sin(a); -sin(a), cos(a)]
    - r = [cos(a), sin(a)]
      [-sin(a), cos(a)]

SDC LAB. SEJONG UNIV.

심볼릭 선형 대수식 (3)

- 심볼릭행렬 연산법 (계속)
  - 같은 각도로 두 번 좌표전환 (x_3 , y_3)

$$\begin{Bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{Bmatrix} = R \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} = RR \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix}$$

- q=r*r
  - q = [cos(a)^2-sin(a)^2,   2*cos(a)*sin(a)]
    [-2*cos(a)*sin(a), cos(a)^2-sin(a)^2]
- q=simple(a)
  - q = [cos(2*a), sin(2*a)]
    [-sin(2*a), cos(2*a)]

심볼릭 선형 대수식 (4)

- 심볼릭행렬 연산법 (계속)
  - 수치적인 행렬을 구하려면 subs와 double 함수를 사용
  - 회전각 $\alpha=\pi/4$ 인 경우
    - r=double(subs(r, pi/4))
      - r = 0.7071 0.7071
        -0.7071 0.7071

심볼릭 선형 대수식 (5)

- 특성다항식과 근
  - 특성방정식 A의 근 구하기

$$\dot{x} = Ax + Bf(t)$$

  - 예제

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -k_1 x_1 - 2x_2 + f(t) \end{cases}$$

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

    - 방정식 $|sI - A| = 0$을 특정방정식이라 부르고 s는 특성 근
    - 다항식의 근을 구하기 위해 poly(A) 함수 이용
      - syms k
      - A=[0 1; -k, -2];
      - poly(A)
        - ans = x^2+2*x+k
      - solve(ans)
        - ans = -1+(-k+1)^(1/2)
          -1-(-k+1)^(1/2)

심볼릭 선형 대수식 (6)

- 특성다항식과 근 (계속)
  - eig(A) 함수를 이용해 근 구하기
    - 특성방정식을 구하지 않음
      - syms k
      - A=[0 1; -k, -2];
        - ans = -1+(-k+1)^(1/2)
          -1-(-k+1)^(1/2)
  - inv(A)와 det(A)함수
    - 심볼릭 역행렬과 행렬의 값 계산
      - inv(A)
        - ans = [-2/k, -1/k]
          [1, 0]
      - A*ans
        - ans = [1, 0]
          [0, 1]
      - det(A)
        - ans = k

심볼릭 선형 대수식 (7)

- 연립 선형 대수방정식의 풀이
  - 연립 방정식의 예제

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 5x + cy = 19 \end{cases}$$

- syms c
- A=sym([2 -3; 5 c])
  - A = [2, -3]
    [5, c]
- b=sym([3; 19])
  - b =   3
    19
- x=inv(A)*b
  - x = 3*c/(2*c+15)+57/(2*c+15)
    23/(2*c+15)
- x=A\b
  - x = 3*(19+c)/(2*c+15)
    23/(2*c+15)

Q & A

Thank you for giving your attention!