Домашнее Задание по ТРЯПу №8

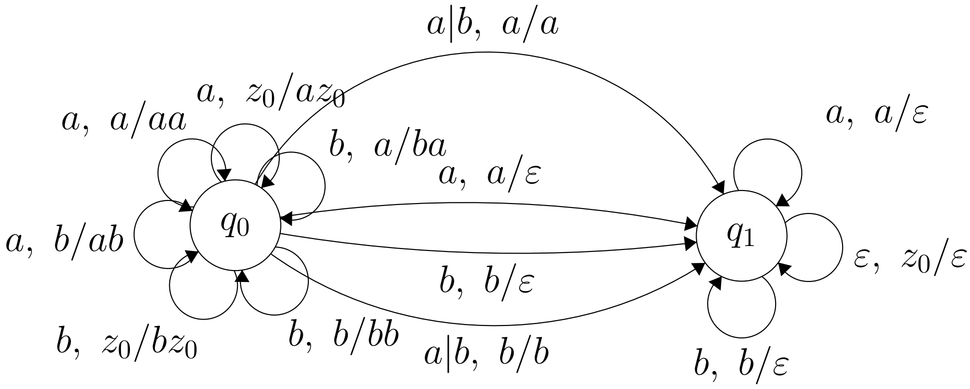
Павливский Сергей Алексеевич , 873

07.11.2019

Задание 1.

Постройте МП-автомат, распознающий язык палиндромов PAL над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$.

Решение



Док-во корректности : докажем , что автомат принимает все слова из PAL и только их . Так как автомат недетерминированный , то обработка слова автоматом неоднозначна . Заметим, что слово сначала какое то количество шагов обрабатываеся в состоянииq_0 , потом переходит в состояние q_1 , и только из него может быть корректно завершено (автомат принимает по пустому стеку) , и пути в предыдущее состояние нет . Тогда разобьем способы обработки слова на 3 типа : пока автомат находится в состоянии q_0 , обрабатывается меньше половины общего числа букв слова , половина или больше половины . В первом и последнем случае слово гарантировано принято не будет , потому что во втором состоянии для каждой необработанной буквы слова должна найтись обработанная буква слова , а чтобы стек после конца обработки слова опустел каждой обработанной до второго состояния букве слова должна соответствовать буква слова , которая будет обработана во втором состоянии . Значит в первом и втором состоянии обрабатывается одинаковое количество букв , а значит их одинаковое количество . Тогда подходит только случай 2 , но тогда любой палиндром обрабатывается корректно (первая половина букв в первом состоянии , а дальше переходим во второе состояние и уничтожаем все символы в стеке до его опустения) ; в случае палиндрома нечетной длины , идем до элемента перед среднеим , а дальше делаем соответствующий переход в состояние 2 по переходу , который кладет в стек не пустое слово . Как видно из этих переходов , они просто уничтожают центральный элемент , поскольку он не влияет не палиндромичность слова (сам себе соответствует) , и оставляют тот элемент , который стоит перед ним , а тогда это уже слово четной длины , которое , как было показано выше , корректно обрабатывается . Значит МП-автомат принимает все слова из PAL . Из того , что было сказано выше следует и то , что он принимает только их , потому что обход автомата может быть успешным только в случае выхода из первого состояния в середине слова , но тогда автомат просто сравнивает символы слова , расположенные симметрично относительно центра слова , а тогда если слово не палиндром , то оно не пройдет проверку .

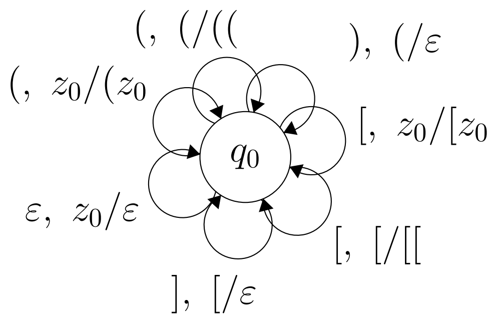
Задание 2.

Язык Дика с двумя типами скобок D_2 порождается грамматикой S $\to$ SS | (S) | [S] | ε.

1. Постройте недетерминированный МП-автомат, распознающий язык D_2.

2. Постройте детерминированный МП-автомат, распознающий язык D_2, и приведите доказательство его корректности по индукции.

Решение



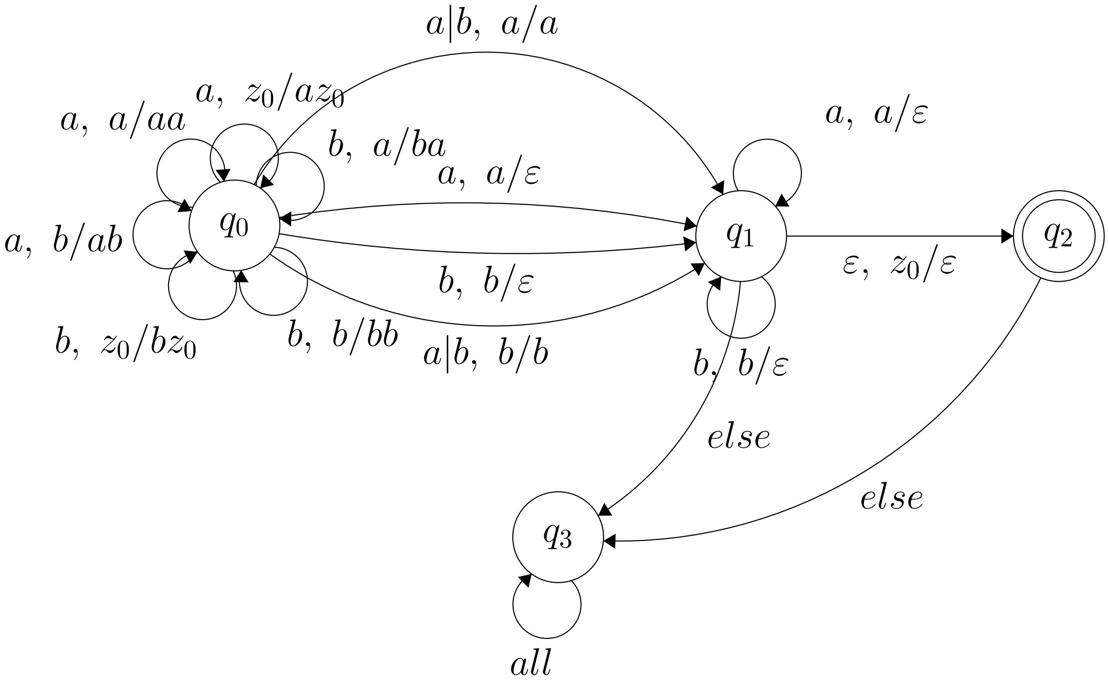
Если мы встречаем закрывающую скобку , то достаточно проверить что лежит на верхушке стека . Если на верхушке не открывающая скобка такого же типа , то скобочная последовательность неправильная , поэтому такого перехода нет . Если же такая же , то мы убираем эту скобку из рассмотрения и продолжаем обход , что также , очевидно , реализовуется данными переходами . Так как автомат недетерминированный , то автомат корректен , так как описываемые выше ситуации - это все возможные ситуации , происходящие при обработке последовательности . В конце , когда слово обработано , доступен переход , который очищает стек , и автомат заканчивает работу (принимает по пустому стеку) .

Задание 3.

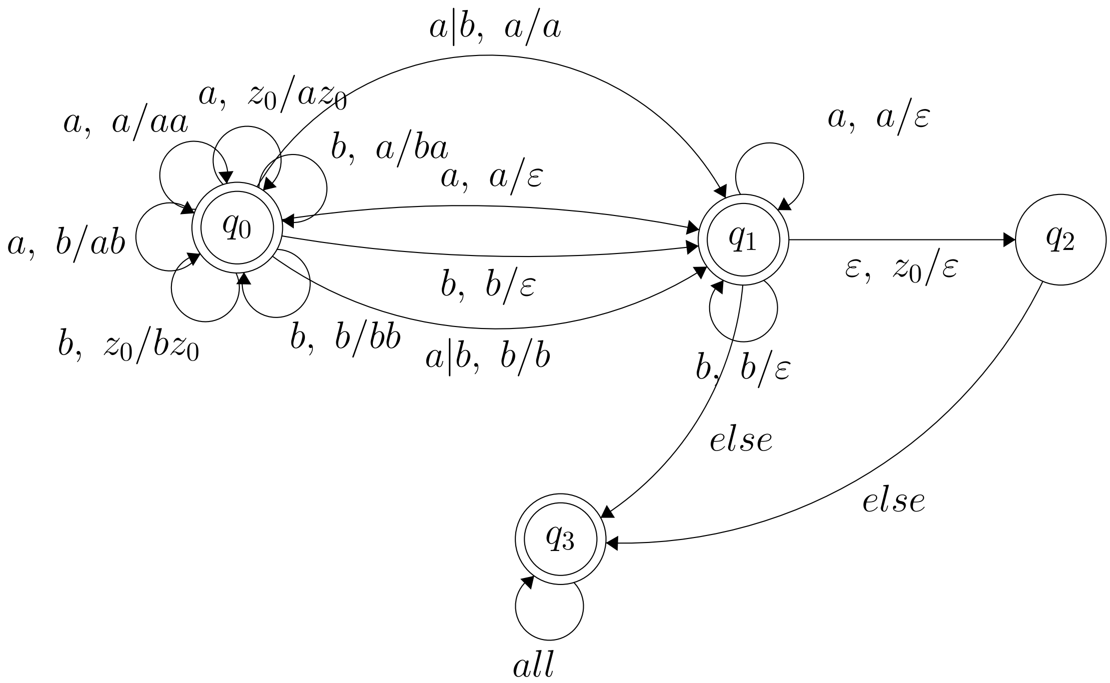
Постройте МП-автомат, распознающий язык непалиндромов над двоичным алфавитом Σ^* PAL.

Решение

Сделаем из МП-автомата из номера 1 , принимающего по пустому стеку , автомат , принимающий по состоянию (хотя , по факту , он также остается принимающим только при опустевшем стеке) . Сделаем его всюду определенным .



Здесь else - все переходы , кроме тех , что явно прописаны , all - все переходы (по всем возможным комбинациям элемента на верхушке стека и встреченной буквы слова) . Тогда теперь перекрасим вершины . Это будет дополнением исходного МП-автомата по причинам , аналогичным тем , почему данный алгоритм верен для ДКА .



Задание 4.

Построить КС-грамматику G, порождающую L или МП-автомат M, распознающий L.

1. L = $\{a^i b^j c^k |$ i = j $\vee$ i = k;i, j, k $> 0\}$

Решение

S $\rightarrow S_1|S_2$

$S_1 \rightarrow$ AC

A $\rightarrow$ aAb | ε

C $\rightarrow$ cC |ε

$S_2 \rightarrow$ aS_2c | B | ε

B $\rightarrow$ bB | ε

Очевидно , что все слова из языка распознаются грамматикой : в зависимости от того , равно в слове количество a количеству b или количество a равно количеству c , берем один из двух вариантов S (первый для первого случая , второй для второго

) , дальше "накачиваем"столько а , сколько в слове , автоматически "накачав"соответствующую по количеству вхождений а букву , а зачем "подкачиваем"оставшуюся букву до нужного количества вхождений , что очевидно можно сделать из правил . Но и все слова автомата , аналогично , принадлежат требуемому языку , так как каждый вариант S обеспечивает нам одинаковое количество а и парной ей по количеству вхождений в требуемом количестве , а также оставшейся буквы в любом количестве , при это сохраняя структуру слова $a^i b^j c^k$, что и требуется . Значит КС-грамматика корректна ч.т.д.

Задание 5.

Докажите, что класс КС-языков замкнут относительно операции пересечения с регулярным языком.

Решение

Построим МП-автомат для пересечения регулярного языка и КС-языка.

Пусть регулярный язык задан своим ДКА, а КС-язык — своим МП-автоматом с допуском по допускающему состоянию. Построим прямое произведение этих автоматов так же, как строилось прямое произведение для двух ДКА.

Более формально, пусть R — регулярный язык, заданный своим ДКА $\langle \Sigma, Q_1, s_1, T_1, \delta_1 \rangle$, и L — КС-язык, заданный своим МП-автоматом: $\langle \Sigma,\ \Gamma, Q_2, s_2, T_2, z_0, \delta_2 \rangle$. Тогда прямым произведением назовем следующий автомат:

· Q=$\{\langle q_1, q_2 \rangle | q_1 \in Q_1, q_2 \in Q_2\}$. Иначе говоря, состояние в новом автомате — пара из состояния первого автомата и состояния второго автомата.

· s=$\langle s_1, s_2 \rangle$

· Стековый алфавит Г остается неизменным.

· T=$\{\langle t_1, t_2\rangle | t_1 \in T_1, t_2 \in T_2\}$. Допускающие состояния нового автомата — пары состояний, где оба состояния были допускающими в своем автомате.

· $\delta(\langle q_1, q_2\rangle, c, d) = \langle \delta_1(q_1, c), \delta_2(q_2, c, d)\rangle$. При этом на стек кладется то, что положил бы изначальный МП-автомат при совершении перехода из состояния q_2, видя на ленте символ c и символ d на вершине стека.

Этот автомат использует в качестве состояний пары из двух состояний каждого автомата, а за операции со стеком отвечает только МП-автомат. Слово допускается этим автоматом $\leftrightarrow$ слово допускается и ДКА и МП-автоматом, то есть язык данного автомата совпадает с R$\bigcap$L.