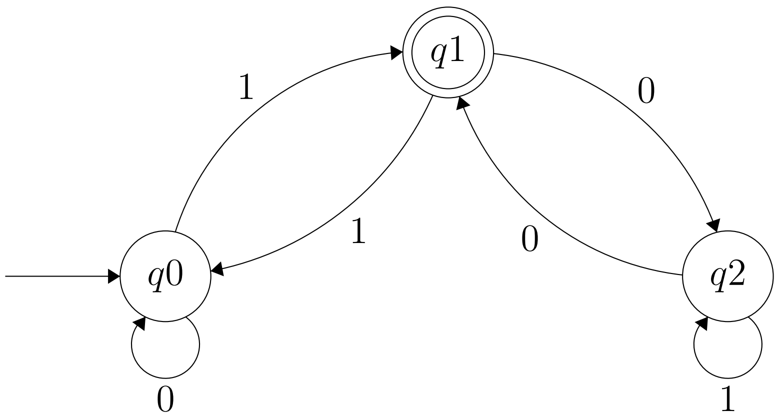
Домашнее Задание по ТРЯПу №3

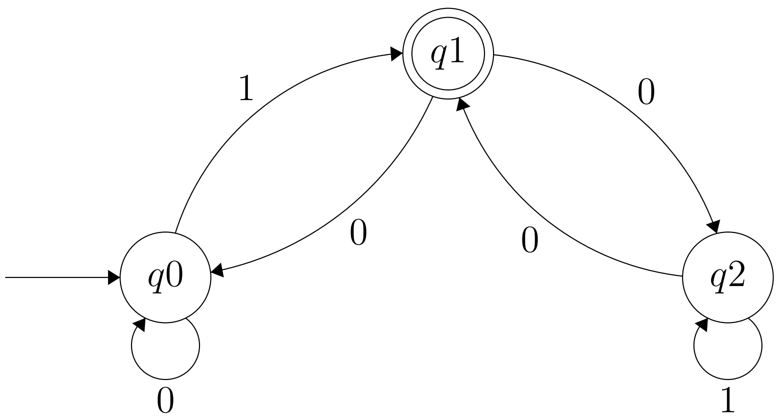
Павливский Сергей Алексеевич , 873

23.09.2019

Задание 1.

Автоматы A и B заданы диаграммами. Выполните следующие задания.





Для каждого автомата ответьте на следующие вопросы (1–2).

1. Автомат задан через граф переходов. Запишите определение автомата в виде $(Q_A, \Sigma, {q_0}^A, \delta_A, F_A)$.

Опишите элементы каждого множества.

2. Является ли автомат детерминированным?

Ответьте на вопросы.

3. Опишите последовательность конфигураций автомата A при обработке слова $w = 011001$. Верно ли, что $w \in$ L(A)?

4. Принимает ли автомат B слово $v = 0101001$?

5. Укажите по одному слову, принадлежащему L(A), L(B), и по одному слову, не принадлежащему L(A), L(B). Все четыре слова должны быть различными.

Решение

1)

A : $(Q_A, \Sigma_A, {q_0}^A, \delta_A, F_A)$

$Q_A =$ q0, q1, q2

$\Sigma_A =$ 0, 1

${q_0}^A =$ q0

δ_A : q0 -> 0 = q0
q0 -> 1 = q1
q1 -> 0 = q2
q1 -> 1 = q0
q2 -> 0 = q1
q2 -> 1 = q2

$F_A =$ q1

B : $(Q_B, \Sigma_B, {q_0}^B, \delta_B, F_B)$

$Q_B =$ q0, q1, q2

$\Sigma_B =$ 0, 1

${q_0}^B$ = q0

δ_B : q0 -> 0 = q0
q0 -> 1 = q1
q1 -> 0 = q0
q1 -> 0 = q2
q2 -> 0 = q1
q2 -> 1 = q2

F_B = q1

2)

A) Да , так как из каждого состояния существует не более одного перехода по каждому из символов , то есть по определению он детерминированный .

B) Нет , так как из состояния q1 существует 2 перехода по ребру 0 , то есть по определению он недетерминированный .

3)

(q0, 011001) $\vdash$ (q0, 11001) $\vdash$ (q1, 1001) $\vdash$ (q0, 001) $\vdash$ (q0, 01) $\vdash$ (q0, 1) $\vdash$ (q1, ε)

Так как конечная конфигурация соответствует принимающему состоянию , то автомат принимает слово , то есть $w \in$ L(A) .

4)

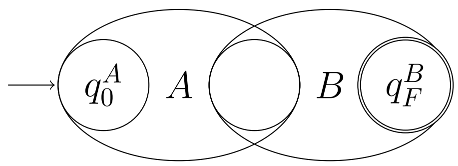
Да , так как существует путь q0 -> q0 -> q1 -> q2 -> q2 -> q1 -> q0 -> q1 , последовательность значений ребер которого и есть 0101001 , и при этом приводящий в принимающую вершину q1 . То есть слово принимается по определению .

5)

1 $\in$ L(A)
01 $\in$ L(B)
10 $\notin$ L(A)
101 $\notin$ L(B)

Задание 2.

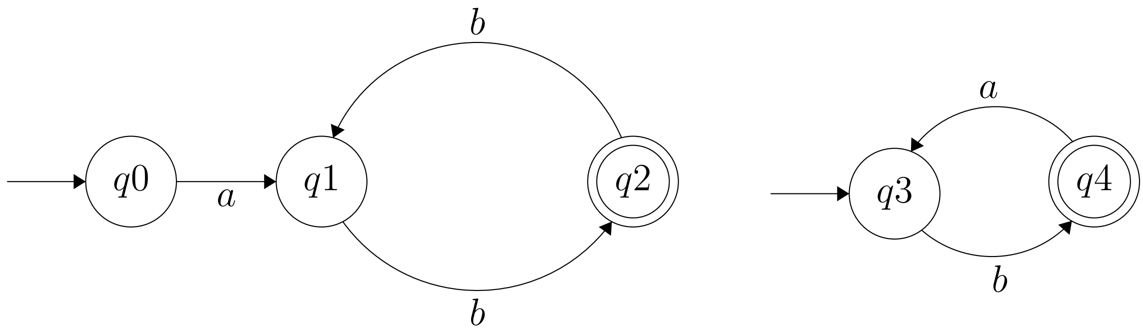
Пусть A и B — НКА, у которых ровно одно принимающее состояние. Верно ли, что автомат построенный по схеме на рисунке ниже будет распознавать язык L(A) · L(B)? (При склейке состояний все переходы которые вели в или выходили из состояния направлены в/из состояние, полученное в результате склейки) :

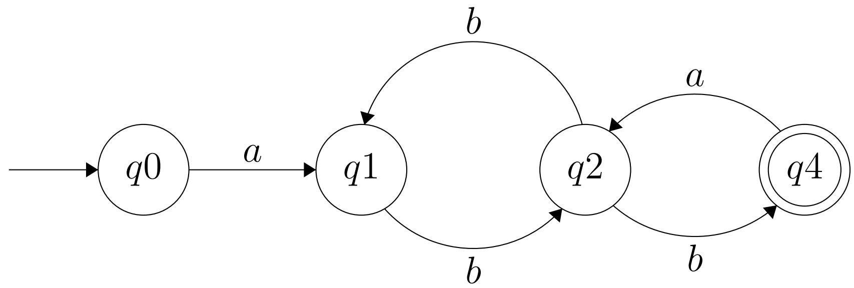


Решение

Нет , неверно , так как по для использования алгоритма склейки и равносильности перехода оба НКА должны удовлетворять 3 условиям , а по условию склеиваемые НКА не обязательно , например , не имеют из принимающего состояния ни одного перехода .

Например :





Скленный автомат принимает слово abbabbb , которое не $\notin$ L(A) $\cdot$ L(B) , так как в L(A) только слова с а в начале , а все остальные буквы b , то есть только ab и abb могут быть частью от L(A) , но abbb $\notin$ L(B) и babbb $\notin$ L(B) .

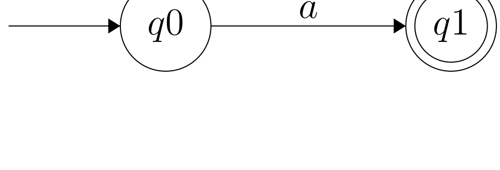
Задание 3.

Постройте НКА по регулярному выражению $a^*(aa|b)^*$ (по алгоритму!).

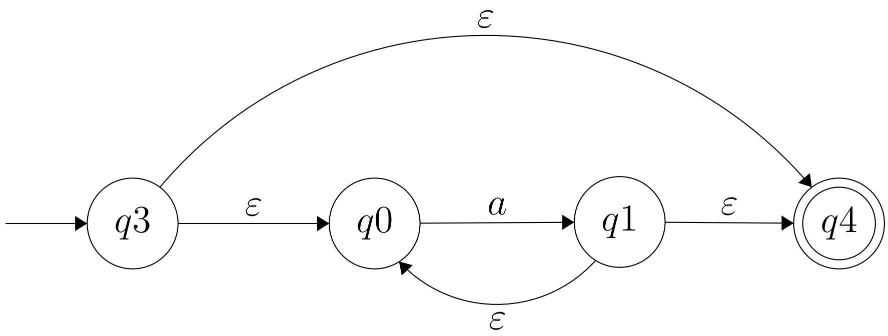
Решение

Следуя алгоритму :

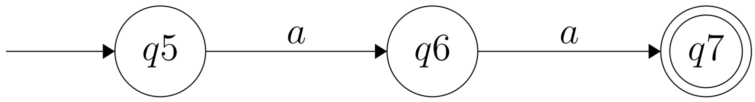
a :



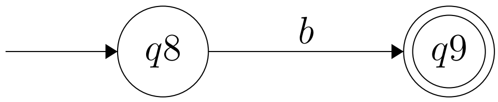
a* :



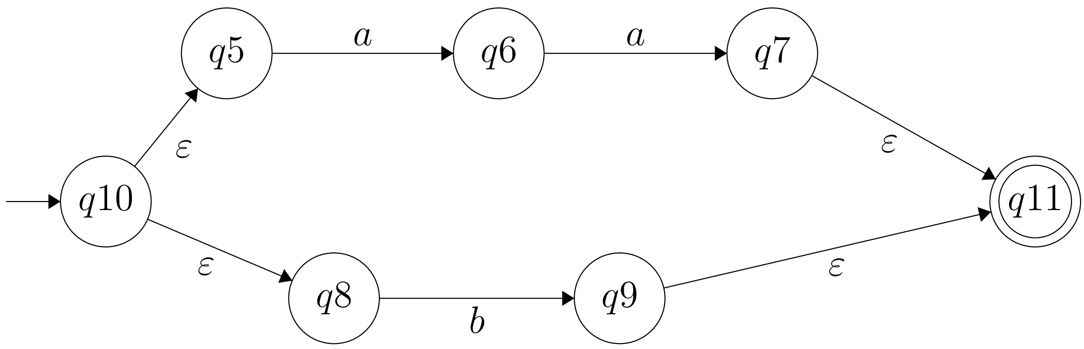
aa :



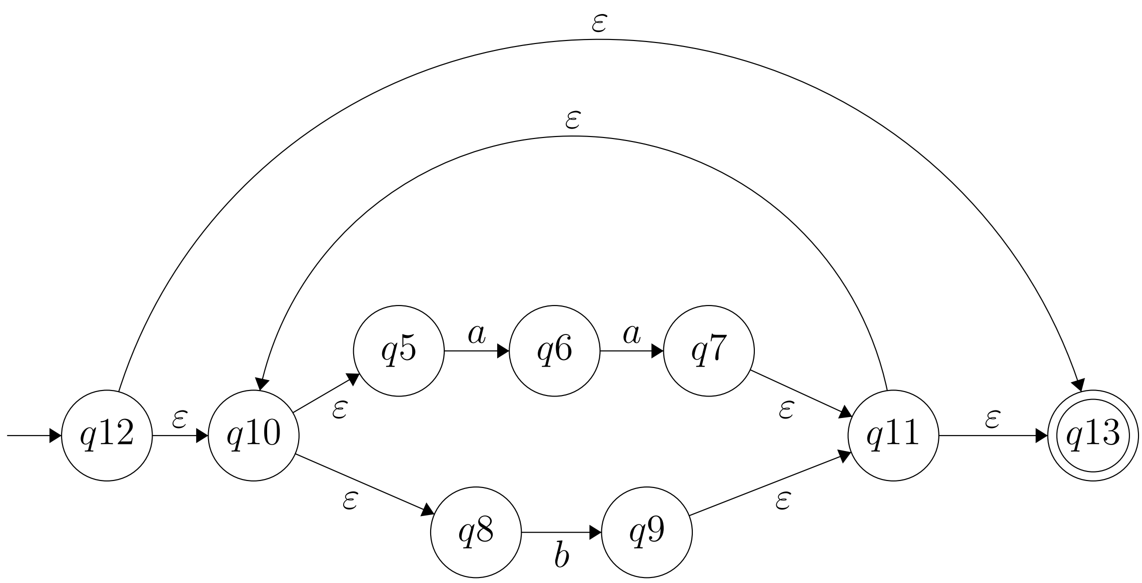
b :

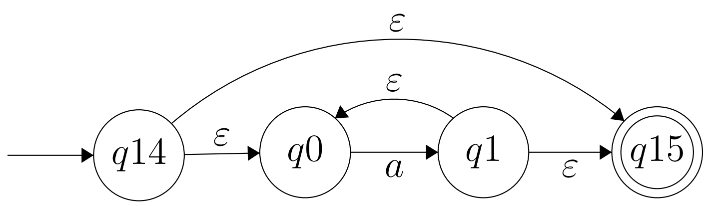


aa|b :

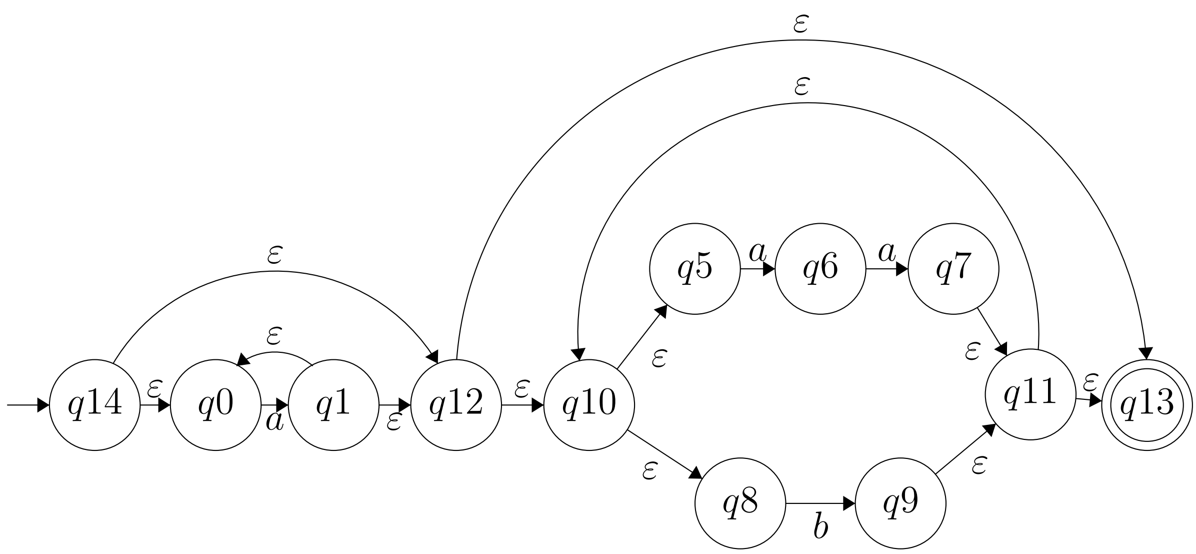


$(aa|b)^*$:



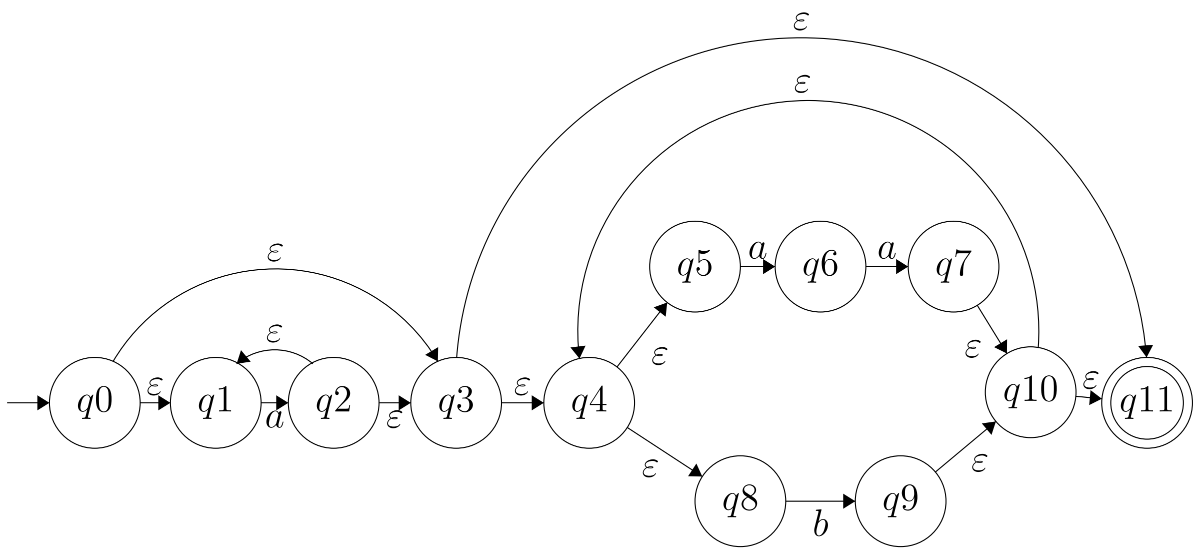


$a^*(aa|b)^*$:



Для удобства восприятия переименуем вершины (от этого ничего не зависит в данном случае , поскольку мы сами выбираем для них имена) :

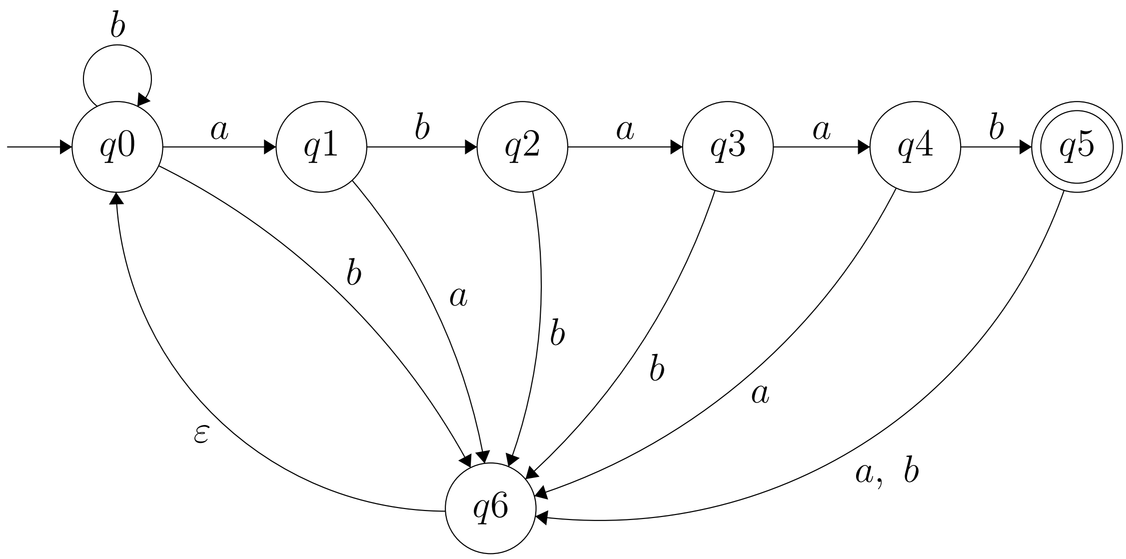
$a^*(aa|b)^*$:



Задание 4.

Постройте НКА A, распознающий (все) слова с суффиксом abaab.

Решение



Из построения видно , что в случае , если на конце слова abaab , то автомат остановится в принимающем состоянии q5 , в противном случае из каждого состояния у него есть путь в вершину q6 , из которой он возвращается в начало , и снова начинает искать последовательность abaab , и чтобы она была в конце . Так как из состояния q0 по букве b можно перейти как в состояние q0 , так и в состояние q6 , а также есть ребро со значением ε , то автомат недетерминированный .

Задание 5.

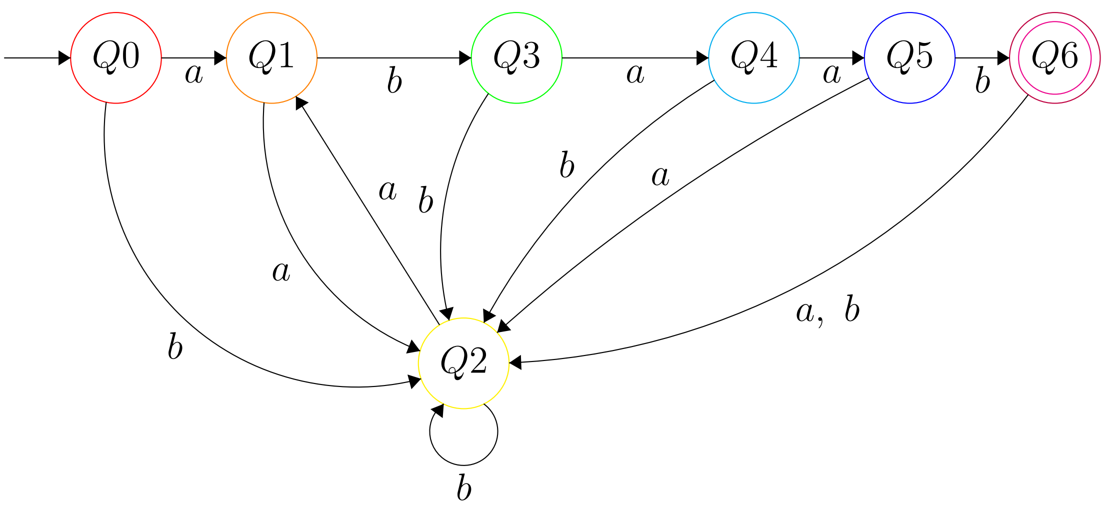
Постройте по НКА A из предыдущей задачи эквивалентный ДКА B по алгоритму НКА $\longrightarrow$ ДКА.

Решение

Следуя алгоритму :

Q0 ; q0 ; Q0 -> a = Q1 ; Q0 -> b = Q2 Q1 ; q1 ; Q1 -> a = Q2 ; Q1 -> b = Q3 Q2 ; q0 , q6 ; Q2 -> a = Q1 ; Q2 -> b = Q2 Q3 ; q2 ; Q3 -> a = Q4 ; Q3 -> b = Q2 Q4 ; q3 ; Q4 -> a = Q5 ; Q4 -> b = Q2 Q5 ; q4 ; Q5 -> a = Q2 ; Q5 -> b = Q6 Q6 ; q5 ; Q6 -> a = Q2 ; Q6 -> b = Q2

Строим :



Не сложно видеть , что принимает данный автомат тот же язык , что и НКА из задания 4 , но при этом этот автомат детерминированный ,что также очевидно из определения детерминированности автомата .

Задание 6.

Обозначим через S_w язык слов с суфиксом w. Докажите или опровергните следующие утверждения:

а) ДКА, распознающий язык S_w имеет не менее $|w| + 1$ состояний;

б) Для каждого w существует ДКА с $|w| + 1$ состоянием, распознающий язык S_w.

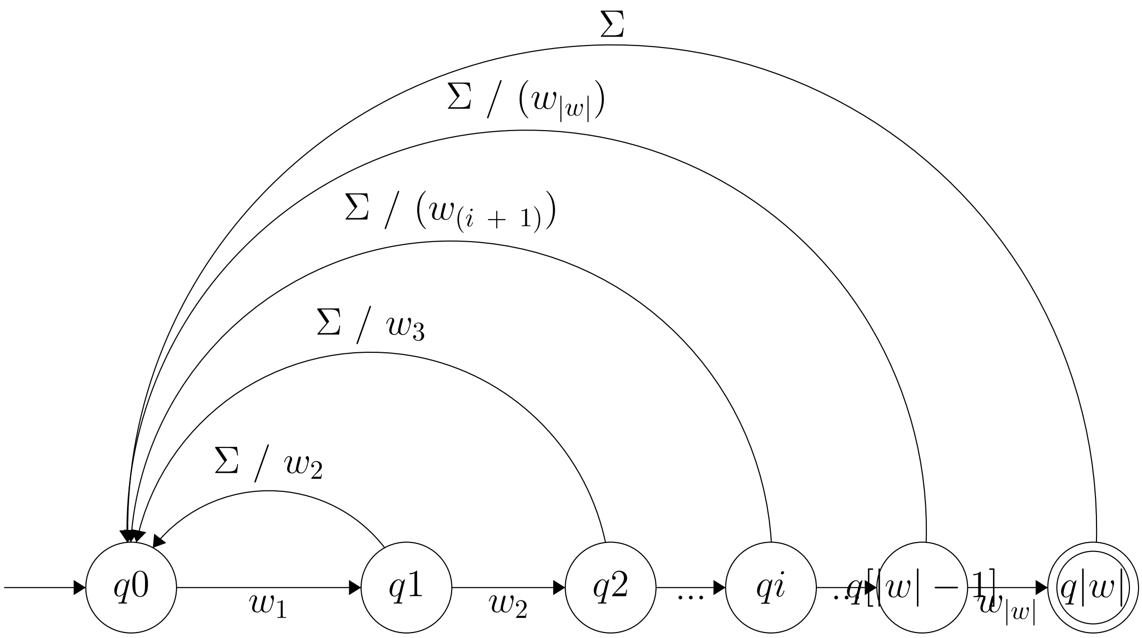
Решение

а)
Это верно ,.
Док-во :

Так как букв в слове |w| , то нужно |w| уникальных проверок каждой позиции проверяемого слова на соответствие корректному значению для каждой позиции . ДКА не может быть построен таким образом , чтобы после череды проверок он оказывался в уже посещенном состоянии , и при этом работал корректно , потому что это ДКА , и для каждого принимаемого слова есть единственный путь по ребрам из начальной вершины в принимающую , а тогда , если по последовательности проверок мы оказались в посещенной вершине , то есть если одна вершина q_i проверяет несколько различных позиций на соответствие , то возьмем непринимаемое слово , слово , которое получается путем выбрасывания из принимаемого слова символов стоящих на позициях , проверяемых между первым посещением вершины q_i и ее вторым посещением . Тогда данное слово будет корректно проверено на всех проверках до первого попадания в q_i , то есть попадает в q_i , а дальше будет корреткно проверено на позиции , которая является следующей в принимаемом слове после отброшенных , и впоследствии остальные позиции неверного слова будут корректно приняты , так как совпадают с позициями , которые должны проверяться у корректного слова . То есть непринимаемое слово дойдет до того же состояния , до которого дойдет принимаемое слово , то есть до принимающего состояния , то есть будет принято . Противоречие . Значит ни одно состояние не делает более одной проверки , то есть проверяющих состояний не менее , чем |w| , а с учетом того , что по факту начальная вершина делает проверку на то , что язык не пустой , то состояний хотя бы |w| + 1 ч.т.д.

б)

В качестве доказательства приведем данный ДКА :



Данный автомат - ДКА , так как однозначно определены переходы . Если алфавит состоит из одного символа , и $\Sigma/w_i = \varepsilon$, то это переход просто не рисуем , как и вершину qk . Сам ДКА имеет вид типичного типичного ДКА для поиска подпоследовательности , корректность которых обосновывалась в предыдущих аналогичных заданиях в Домашних Работах .