

# Домашнее Задание по ТРЯПу №1

Павливский Сергей Алексеевич , 873

09.12.2019

## Задание 1.

Вычислить  $\{a, a^3, a^5 \dots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \dots\}$  .

## Решение

При перемножении элемента  $a$  на элементы второго множества , мы получим все элементы вида  $a^{2k}$  , где  $k \in \mathbb{N}$  . При перемножении остальных элементов первого множества мы будем получать также элементы  $\in \{a^2, a^4, a^6, \dots\}$  , так как все степени элементов исходных множеств нечетные , при перемножении степени суммируются , то есть степени результатов четные . Тогда  $\{a, a^3, a^5 \dots\} \cdot \{a, a^3, a^5 \dots\} = \{a^2, a^4, a^6, \dots\}$  .

## Задание 2.

Построить регулярное выражение (РВ) для :

а) языка, который содержит все слова, в которых есть как буква  $a$ , так и буква  $b$ ; б) языка из слов, содержащих в качестве подслова ровно одно слово  $ab$ ; в) языка, слова которого не содержат подслово  $ab$ ;

## Решение

$$\text{а) } ((a|b)^*(ab)(a|b)^*)|((a|b)^*(ba)(a|b)^*)$$

Док-во:

Если в слове есть и  $a$  и  $b$ , то есть либо подслово  $ab$ , либо подслово  $ba$ . Перед этим подсловом могут стоять произвольные подслова, после него также произвольные подслова из языка  $\Sigma$ . Все возможные слова языка  $\Sigma = \Sigma^*$ , то есть  $(a|b)^*$ . Из вышесказанного следует корректность формулы.

$$\text{б) } (b)^*(a)^*(ab)(b)^*(a)^*$$

Док-во:

В отличие от пункта а), здесь у нас должно быть именно под слово  $ab$ , и ровно одно. Тогда после этого подслова может быть произвольный набор подряд идущих  $b$  (возможно, нулевой), а после него произвольный набор из  $a$ . Дальше символов стоять не может, иначе будет еще одно подслово  $ab$ . Аналогично в левую сторону от нашего зафиксированного подслова  $ab$ , но сначала слева стоит произвольный набор из  $a$ , а потом произвольный набор из  $b$  (по аналогичным причинам, что и для правой части). Сказанное доказывает корректность нашей формулы.

$$\text{в) } (b)^*(a)^*$$

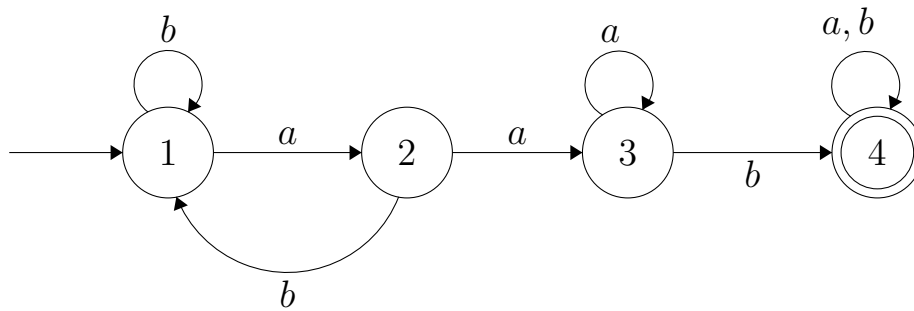
Док-во:

Если нет ни одного подслова  $ab$ , то  $\forall a_i$  и  $b_j \hookrightarrow i > j$ , то есть любое  $b$  расположено в слове левее, чем  $b$ . Тогда наше слово представляет собой произвольную последовательность  $b$ , а за ней произвольную последовательность  $a$  (возможно, пустую), что и реализуется нашей формулой.

## Задание 3.

Постройте ДКА, распознающий язык  $\Sigma^*aab\Sigma^*$ .

## Решение



Док-во :

Наша строка имеет вид : \*символы\* aab \*символы\* , то есть для определения корректности обработки слова ДКА достаточно определить есть ли в нем подслово aab . Если рассматриваемый символ - b , то он не может быть началом подслова aab , значит его можно просто пропускать из рассмотрения . Если рассматриваемый символ a , но последующий - b , то это также не может быть частью подслова aab , значит эти два символа можно пропускать . Если рассматриваемый символ a, следующий за ним a , а последующий b - то мы нашли искомую подпоследовательность , значит слово удовлетворяет регулярному выражению и должно корректно обрабатываться , то есть переходит в состояние 4 , иначе , если после двух подряд идущих a следует третье a , то рассматриваемый сейчас символ не является частью подслова aab и пропускается , но следующие за ним подряд идущие aa могут быть частью искомого подслова , и для теперь рассматриваемого a повторяются последние рассуждения . Если в итоге после двух подряд идущих a не найдется b , то слово обработается до конца и останется в состоянии 3 . Из вышесказанного :

Слово удовлетворяет регулярному выражению , то есть содержит подслово aab - перейдет в состояние 4 , иначе останется в одном из состояний 1, 2 или 3 , то есть ДКА построен корректно .

ч.т.д.