CALCULUS

미분적분학

기초부터 응용까지

# CHAPTER 04

# 미분의 응용

한빛아카데미
Hanbit Academy, Inc.

# Contents


4.1 미분의 응용

4.2 최댓값과 최솟값

4.3 함수의 그래프 그리기

4.4 부정형과 로피탈 법칙


부정형과 로피탈

최대/최소

CALCULUS

# 4.1 함수의 성질

# 1. 상관변화율

- **시간에 따라 변하는 두 개 이상 관계되는 변수의 변화율을 구하는 문제**
  - 변수가 두 개 이상인 방정식을 만듦
    - 방정식에 따른 다양한 상관변화율 문제 해결

**예제 1 넓이의 변화율 문제**

배에서 유출된 기름이 원 모양으로 퍼져나가고 있다. 반지름이 매초 3 cm 씩 커진다면 10초 후 오염된 넓이가 커지는 속도를 구하여라. 넓이 $S=\pi r^2$

$\frac{dS}{dt}=2\pi r\frac{dr}{dt}$ $\frac{dr}{dt}=3,\ r=30$

$\frac{dS}{dt}=180\pi$

**풀이**

오염된 넓이를 $S$라 하면 원 모양의 오염된 넓이는 $S=\pi r^2$이다. 넓이에 관한 방정식을 시간 $t$로 미분하면 $\dfrac{dS}{dt}=2\pi r\dfrac{dr}{dt}$ 이다. 이때 10초 후 반지름은 30 cm 이고, 초당 반지름의 변화율은 $\dfrac{dr}{dt}=3$이므로 10초 후 오염된 넓이의 변화율은 $\dfrac{dS}{dt}=180\pi\ (\mathrm{cm}^2/\mathrm{s})$이다.

# 1. 상관변화율

- 상관변화율 문제에서 각 변수를 사이의 관계에 대한 식으로 구하는 것이 중요
  - 그림을 이용하여 기하학적 관계식을 얻는 것이 유용

- 일반적인 상관변화율을 구하는 방법

  문제에 따른 그림을 그림

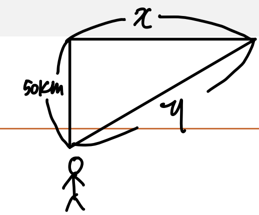
  그림을 활용하여 관련된 방정식을 구함

  방정식의 양변을 음함수 미분을 이용하여 시간 $(t>0)$에 대하여 미분

  문제에서 주어진 양과 시간에 대해 알고 있는 변화율을 대입

  문제에 주어진 변화율을 구함

# 1. 상관변화율




$y^2 = 2500 + x^2$

$2y\frac{dy}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{x}{y}\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{300}$

$x = 150$

$y = 50\sqrt{10}$

$22500 + 2500$

$2500 \times 10$

$\frac{3\sqrt{10}}{10} \times 300$

$90\sqrt{10}$ //

**예제 2** **속도의 변화율 문제**

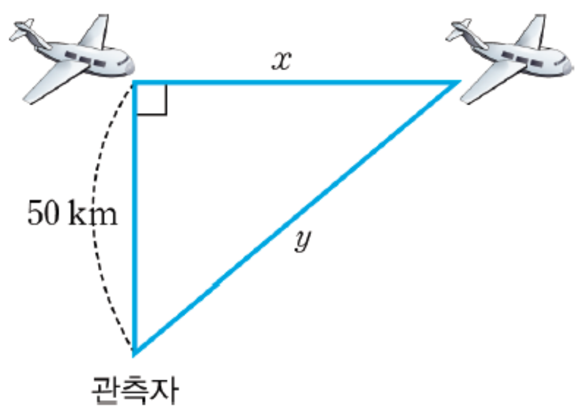
매시간 300 km/h 의 속도로 날아가는 비행기가 있다. 이 비행기가 50 km 의 고도를 유지하면서 관측자의 머리 위를 날아 지나갔을 때 이 비행기가 30분 후에 관측자로부터 멀어지는 속도를 구하여라.

## 풀이

비행기와 관측자 사이의 거리를 $y$, 관측자의 머리 위에서 비행기까지 거리를 $x$라 하면 $y^2 = 50^2 + x^2$이다. $t$에 대하여 미분하면 $2y\frac{dy}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}$이므로 $\frac{dy}{dt} = \frac{x}{y}\frac{dx}{dt}$이다.

30분 후에 $x = 150$, $y = \sqrt{(50)^2 + (150)^2} = 50\sqrt{10}$이고 비행기 속도가 $\frac{dx}{dt} = 300$이므로

$$\frac{dy}{dt} = \frac{150}{50\sqrt{10}}300 = 90\sqrt{10}\ (\text{km/h})$$




[그림 1] 머리 위를 지나가는 비행기

# 1. 상관변화율

**예제 4** **높이의 변화율 문제**

밑면의 (반)지름과 높이가 같은 원뿔 모양의 용기에 모래가 부어지고 있다. 만약 부어지는 모래의 양이 초당 $5\,\mathrm{m}^3$로 일정하다면 높이가 $10\,\mathrm{m}$일 때 높이의 증가율을 구하여라.

$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi h^3$

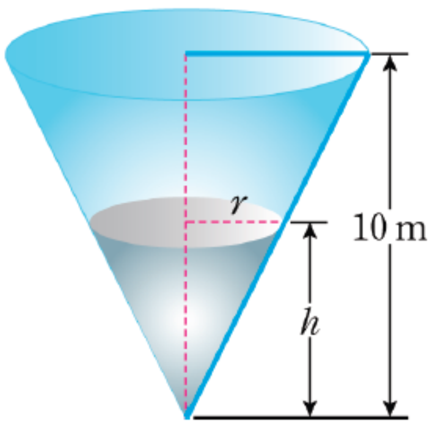
$\underbrace{\frac{dV}{dt}}_{5}=\underbrace{\pi h^2}_{100\pi}\underbrace{\frac{dh}{dt}}_{\frac{1}{20\pi}}$

## 풀이

반지름이 $r$이고 높이가 $h$인 원뿔의 부피는 $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$이다. 이때 원뿔의 지름과 높이가 같으므로 $V=\frac{1}{3}\pi h^3$이다. 주어진 식을 시간 $t$에 대하여 미분하면 $\frac{dV}{dt}=\pi h^2\frac{dh}{dt}$이다. 따라서 높이의 증가율은 $\frac{dh}{dt}=\frac{1}{\pi h^2}\frac{dV}{dt}$이고, 여기에 $\frac{dV}{dt}=5$ , $h=10$을 대입하면

$$\frac{dh}{dt}=\frac{1}{20\pi}\,(\mathrm{m/s})$$

$\frac{dV}{dt}=5\,\mathrm{m^3/s}$




[그림 3] 모래의 높이

# 1. 상관변화율

**예제 5** **매출액의 변화율 문제**

한 회사에서 연간 광고비로 $x$천만 원을 사용할 때 연매출이 $s = 25 - 10e^{-0.5x}$(천만 원)이 된다. 최근 5년간 연간 광고비의 총액은 아래 표와 같다. 현재 5년차의 매출액의 변화율을 구하여라.

[표 1] 최근 5년간 광고비 지출액

| 년 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 천 원 | 12000 | 15000 | 18000 | 21000 | 24000 |

**풀이**

주어진 표로부터 최근 5년간 광고비가 매년 3000만 원씩 증가하므로 시간 $t$에 대한 광고비의 변화율 $\frac{dx}{dt} = 3$임을 알 수 있다. 광고비와 매출액과의 관계식을 시간 $t$로 미분하면 $\frac{ds}{dt} = 5e^{-0.5x}\frac{dx}{dt}$이다. 따라서 5년차인 현재 광고비 $x = 2.4$이므로 매출액의 변화율은

$$\frac{ds}{dt} = 15e^{-1.2} \approx 4.52(\text{천만 원})$$

CALCULUS

# 4.2 최댓값과 최솟값

# 1. 극대와 극소

**정의 1 극댓값, 극솟값**

(a) $a$를 포함하는 임의의 열린구간 $I$ 안의 모든 점 $x$에 대하여 $f(a) \geq f(x)$일 때, $f(a)$를 $I$에서 함수 $f$의 **극댓값** local maximum value이라 한다.

(b) $a$를 포함하는 임의의 열린구간 $I$ 안의 모든 점 $x$에 대하여 $f(x) \geq f(a)$일 때, $f(a)$를 $I$에서 함수 $f$의 **극솟값** local minimum value이라 한다.

(c) $f(a)$가 극댓값 또는 극솟값일 때 $f(a)$를 $f$의 **극값** local extremum value이라고 한다.

# 1. 극대와 극소

**예제 1** **극점의 미분계수의 특징**

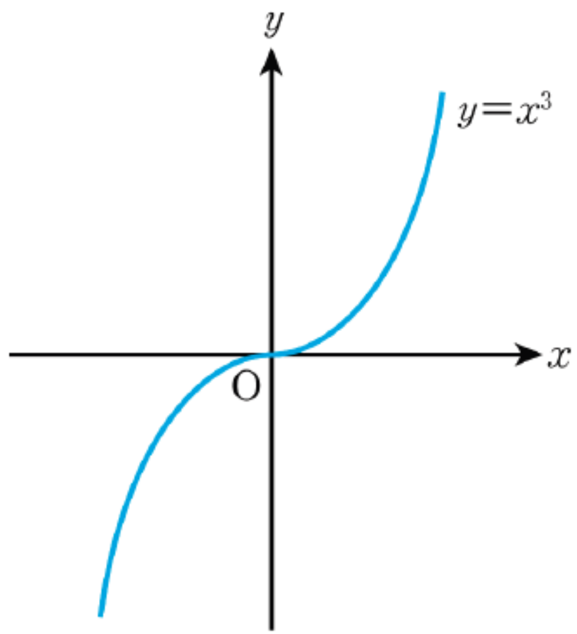
함수 $f(x) = x^2 - 6x + 11$ 의 모든 극값을 구하고, 극점에서 미분계수의 특징을 구하여라.

**풀이**

모든 $x$ 에 대하여 $f(x) = (x-3)^2 + 2 \geq 2$ 이므로 $x=3$에서 극솟값 2를 가진다. 이때 $x=3$에서 미분계수를 살펴보면 $f'(3) = 0$ 이므로 극솟값을 가지는 점 $x = 3$에서 수평접선을 가짐을 알 수 있다.

# 1. 극대와 극소

- $f(x) = x^3$
  - $f'(x) = 3x^2 = 0$이 되는 점은 $x = 0$
  - $f(x)$는 $x = 0$ 에서 극값을 가지지 않음




[그림 1] $y = x^3$

# 1. 극대와 극소

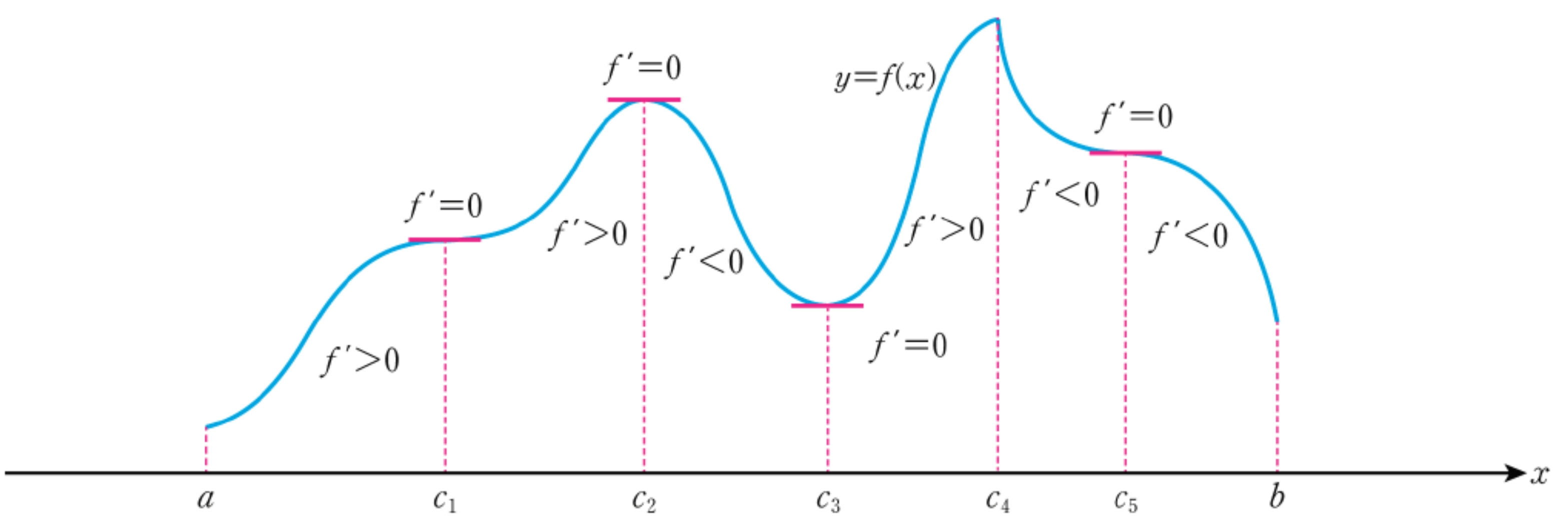
**정리 1** **극값의 1계도함수 판정법**

함수 $f$는 열린구간 $(a,\ b)$에서 연속이고, 열린구간 $(a,\ c)$, $(c,\ b)$에서 미분가능하다고 하자.
$c \in (a,\ b)$에서 $f'(c)=0$ 또는 $f'(c)$가 존재하지 않을 때

(a) $(a,\ c)$에서 $f'(x)>0$이고 $(c,\ b)$에서 $f'(x)<0$이면 $f(c)$는 $f$의 극댓값이다.

(b) $(a,\ c)$에서 $f'(x)<0$이고 $(c,\ b)$에서 $f'(x)>0$이면 $f(c)$는 $f$의 극솟값이다.

(c) $c$의 양쪽에서 $f'(x)$의 부호가 같으면 $f'(c)$는 극값이 아니다.




[그림 2] 1계도함수 판정법을 그래프에 이용

# 1. 극대와 극소

**정의 2** **임계점**

함수 $f$의 정의역 안에 있는 점 $a$에 대하여 $f'(a)=0$이거나 $f'(a)$가 존재하지 않을 때 이 점을 $f$의 **임계점** critical point이라고 한다. 즉 임계점은 미분계수가 $0$이거나 미분불가능한 점 모두를 의미한다.

**예제 2** **임계점 구하기**

$f(x) = 2x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}}$의 임계점을 조사하여라.

$f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$

$= \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}(8x-1)$

$x=0,\ x=\frac{1}{8}$ //

**풀이**

도함수가 $f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}(8x-1)$이므로 미분불가능한 점 $x=0$과 $f'(x)=0$인 $x=\frac{1}{8}$이 임계점이다.

## 2. 최대와 최소

**정의 3 최댓값, 최솟값**

$S$가 실수 집합의 부분집합이고 함수 $f$가 이 집합에서 정의되며, $a$가 $S$의 원소라고 하자.

(a) 모든 $x \in S$에 대하여 $f(a) \geq f(x)$일 때 $f(a)$를 $S$에서 함수 $f$의 **최댓값** maximum value이라 한다.

(b) 모든 $x \in S$에 대하여 $f(x) \geq f(a)$이면 $f(a)$를 $S$에서 함수 $f$의 **최솟값** minimum value이라 한다.

(c) 최댓값 또는 최솟값을 **절대극값** absolute extremum value이라고 한다.

## 2. 최대와 최소

**정리 4 유일한 극점에서의 최대, 최소**

함수 $f$는 $c$를 품는 임의의 구간 $I$에서 연속이라고 하자. 만약 $f(c)$가 $I$에서 $f$의 극값이고 $c$가 $f$의 극값을 갖는 $I$의 유일한 점이라면 다음을 만족한다.

(a) $f(c)$가 $I$에서 유일한 극댓값이면 $f(c)$는 $I$에서 $f$의 최댓값이다.

(b) $f(c)$가 $I$에서 유일한 극솟값이면 $f(c)$는 $I$에서 $f$의 최솟값이다.

# 3.최댓값과 최솟값을 구하는 방법

- 최댓값 및 최솟값을 구하는 방법

  구간 *I* 에서 함수의 임계점을 찾음

  임계점과 구간의 양 끝점의 함숫값을 구함

  이들 중에서 가장 큰 값이 최댓값 , 가장 작은 값이 최솟값

# 3. 최댓값과 최솟값을 구하는 방법

**예제 4** **최댓값, 최솟값 구하기**

구간 $[0,\ 4]$에서 함수 $f(x)=2x^3-6x^2-18x+3$의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

**풀이**

도함수가 $f'(x)=6x^2-12x-18=6(x^2-2x-3)=6(x-3)(x+1)=0$이므로 임계점은 $x=3$과 $x=-1$이다. 하지만 $x=-1$은 구간 $[0,\ 4]$에 들어가지 않으므로 제외시킨다. $f(3)=-51$, $f(0)=3$, $f(4)=-37$이므로 최댓값은 $3$이고, 최솟값은 $-51$이다.

# 3.최댓값과 최솟값을 구하는 방법

- **실생활에서 접하는 여러 가지 응용문제 대한 최대 , 최소문제**
  - 일반적인 문제 해결 단계

    문제에 필요한 그림을 그림

    변수를 결정하고 그 변수가 움직이는 범위를 구함

    문제에서 무엇을 최대나 최소로 해야 하는지 살펴보고 결정한 변수에 대해 식을 세움

    최댓값, 최솟값을 구함

# 3. 최댓값과 최솟값을 구하는 방법

**예제 6** **부피가 최대가 되는 상자**

한 변의 길이가 18 cm 인 정사각형 모양 종이의 귀퉁이를 같은 크기의 정사각형으로 잘라내어 뚜껑 없는 상자를 만들려고 한다. 상자의 부피가 최대가 되도록 할 때 잘라내야 하는 정사각형의 길이와 부피의 최댓값을 구하여라.

**풀이**

잘라내야 하는 정사각형의 한 변의 길이를 $x$라고 하면 상자의 부피는

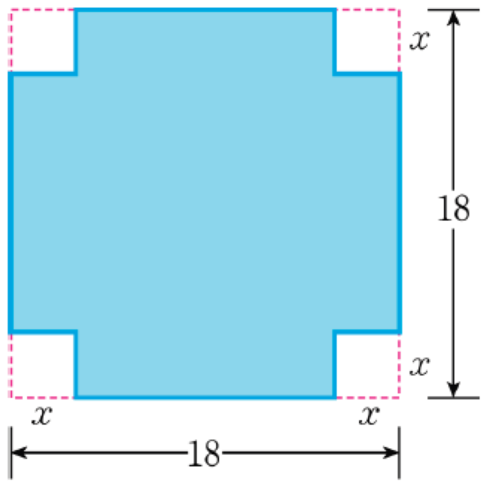
$$V(x) = x(18-2x)^2 = 4x(9-x)^2 \quad (\text{단, } 0 \le x \le 9)$$

이고,

$$\frac{dV}{dx} = 4(9-x)^2 - 8x(9-x) = 12(9-x)(3-x) = 0$$

이므로 $x=3$과 $x=9$에서 임계점을 가지고 두 점 모두 범위 안에 있다. 구간의 양 끝점에서의 부피는 $V(0)=0$, $V(9)=0$, $V(3)=432$이다.

따라서 $x=3$일 때 부피는 최댓값 $432\ \text{cm}^3$를 가진다.




[그림 3] 상자의 전개도

# 3. 최댓값과 최솟값을 구하는 방법

**예제 7** **점과 포물선의 최단거리**

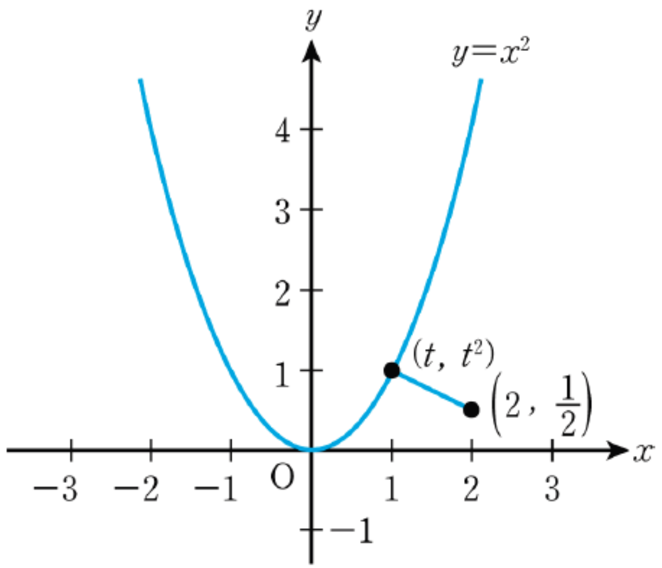
점 $\left(2,\ \frac{1}{2}\right)$에서 포물선 $y=x^2$까지 거리가 가장 가까운 포물선 위의 점과 그 거리를 구하여라.

## 풀이

포물선 위의 점을 $(t,\ t^2)$으로 두면 $\left(2,\ \frac{1}{2}\right)$에서 $(t,\ t^2)$까지의 거리는

$$d=\sqrt{(t-2)^2+\left(t^2-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{t^4-4t+\frac{17}{4}}$$

이다. 이때 가장 가까운 거리를 찾기 위해 $f(t)=t^4-4t+\frac{17}{4}$의 최솟값을 구하면 된다. 또 $f'(t)=4t^3-4=4(t-1)(t^2+t+1)=0$이므로 임계점은 $t=1$이고 모든 실수 구간에서 $f(1)=\frac{5}{4}$가 유일한 극솟값이므로 [정리 4]에 의해 최솟값이 된다. 따라서 거리의 최솟값 $d=\frac{\sqrt{5}}{2}$이고, 그때 포물선 위의 점은 $(1,\ 1)$이다.




[그림 4] $y=x^2$

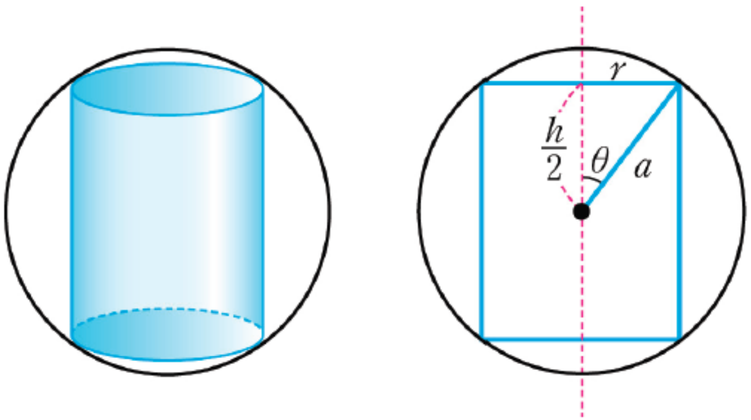
# 3. 최댓값과 최솟값을 구하는 방법

**예제 8** **겉넓이가 최대가 되는 직원기둥**

주어진 반지름을 갖는 공 안에 직원기둥을 내접시키려고 한다. 이때 직원기둥의 옆넓이가 가장 크게 될 때의 높이와 밑면의 반지름과의 비를 구하여라.

## 풀이

공의 반지름을 $a$, 직원기둥의 반지름을 $r$, 직원기둥의 높이를 $h$, 공의 중심에서 직원기둥의 반지름을 마주보는 각을 $\theta$라 두고, 직원기둥의 옆넓이를 $\theta\left(0 \le \theta \le \frac{1}{2}\pi\right)$에 대한 식으로 나타내면




[그림 5] 공에 내접한 직원기둥

$2a^2\underline{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{2}(\sin 2\theta + \sin 0^\circ)$

$$S = 2\pi rh = 2\pi\underbrace{(a\sin\theta)(2a\cos\theta)}_{a^2\sin 2\theta} = 2\pi a^2 \sin 2\theta$$

이다. $\frac{dS}{d\theta} = 4\pi a^2 \cos 2\theta = 0$ 이므로 임계점은 $\theta = \frac{\pi}{4}$이다.

$\theta = \frac{\pi}{4}$일 때 최댓값을 가지고 그때 높이와 밑면의 반지름과의 비는 $h : r = 2 : 1$이다.

CALCULUS

# 4.3 함수의 그래프 그리기

# 1. 단조성과 오목성

**정의 1** **증가함수, 감소함수**

함수 $f$가 임의의 구간 $I$에서 정의된 함수이다. 구간 $I$ 내의 임의의 점 $x_1$, $x_2$에 대하여

(a) $x_1 < x_2$일 때 $f(x_1) < f(x_2)$이면 $f$는 **증가함수** increasing function이다.

(b) $x_1 < x_2$일 때 $f(x_1) > f(x_2)$이면 $f$는 **감소함수** decreasing function이다.

# 1. 단조성과 오목성

**정리 1 단조성에 관한 정리**

함수 $f$가 임의의 구간 $I$에서 미분가능한 함수이면 다음 성질을 만족한다.

(a) $I$의 임의의 점 $x$에 대하여 $f'(x) > 0$이면 $f$는 구간 $I$에서 증가한다.

(b) $I$의 임의의 점 $x$에 대하여 $f'(x) < 0$이면 $f$는 구간 $I$에서 감소한다.

**증명**

(a) 구간 $I$에서 증가함수를 보이기 위해 임의의 실수 $a$, $b \in I$에 대하여 $a < b$일 때 $f(a) < f(b)$임을 보이면 된다. 함수 $f$는 모든 $x \in I$에 대하여 미분가능함수이므로 임의의 구간 $[a, b]$에 대하여 연속이고 미분가능하다. 미분의 평균값 정리에 의해 $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$인 $c$가 $a$와 $b$ 사이에 존재한다. 가정에서 모든 $x$에 대하여 $f'(x) > 0$이므로 $f'(c) > 0$가 된다. 즉 $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} > 0$이고 $b - a > 0$이므로 $f(b) - f(a) > 0$이 된다. 이것은 $a < b$일 때 $f(a) < f(b)$를 의미한다. 따라서 $f$는 구간 $I$에서 증가한다.

(b) (a)과 같은 방법으로 증명이 가능하다.

# 1. 단조성과 오목성

**정의 2** **오목성**

함수 $f$가 열린구간 $I$에서 미분가능한 함수일 때

(a) $I$에서 $f'$이 증가하면 **위로 오목** above concave하다고 한다.

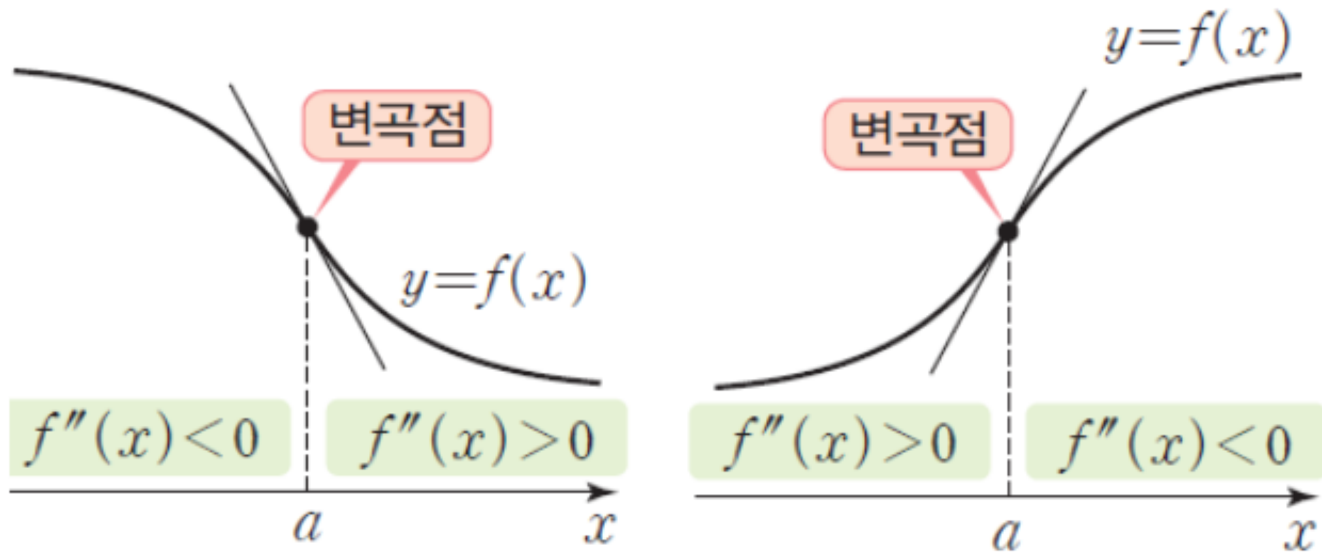
(b) $I$에서 $f'$이 감소하면 **아래로 오목** below concave하다고 한다.

# 1. 단조성과 오목성

**정의 3** **변곡점** 곡선이 오목에서 볼록으로 변하는 지점 => 부호가 $f''(x)$ 변

열린구간 $(a, b)$에서 함수 $f$는 연속이고 점 $c \in (a, b)$에서 그래프의 오목성이 변할 때 점 $(c, f(c))$를 그래프 $f$의 **변곡점** inflection point이라 한다.

y=f(x)에서 점(a,f(a))가 변곡점이면 $= f''(x)$다.



# 1. 단조성과 오목성

**정리 2** **오목성 판정법**

함수 $f$가 열린구간 $I$에서 2계도함수가 존재하면 다음 성질을 만족한다.

(a) $I$의 임의의 점 $x$에 대하여 $f''(x) > 0$이면 $f$는 구간 $I$에서 위로 오목하다.

(b) $I$의 임의의 점 $x$에 대하여 $f''(x) < 0$이면 $f$는 구간 $I$에서 아래로 오목하다.

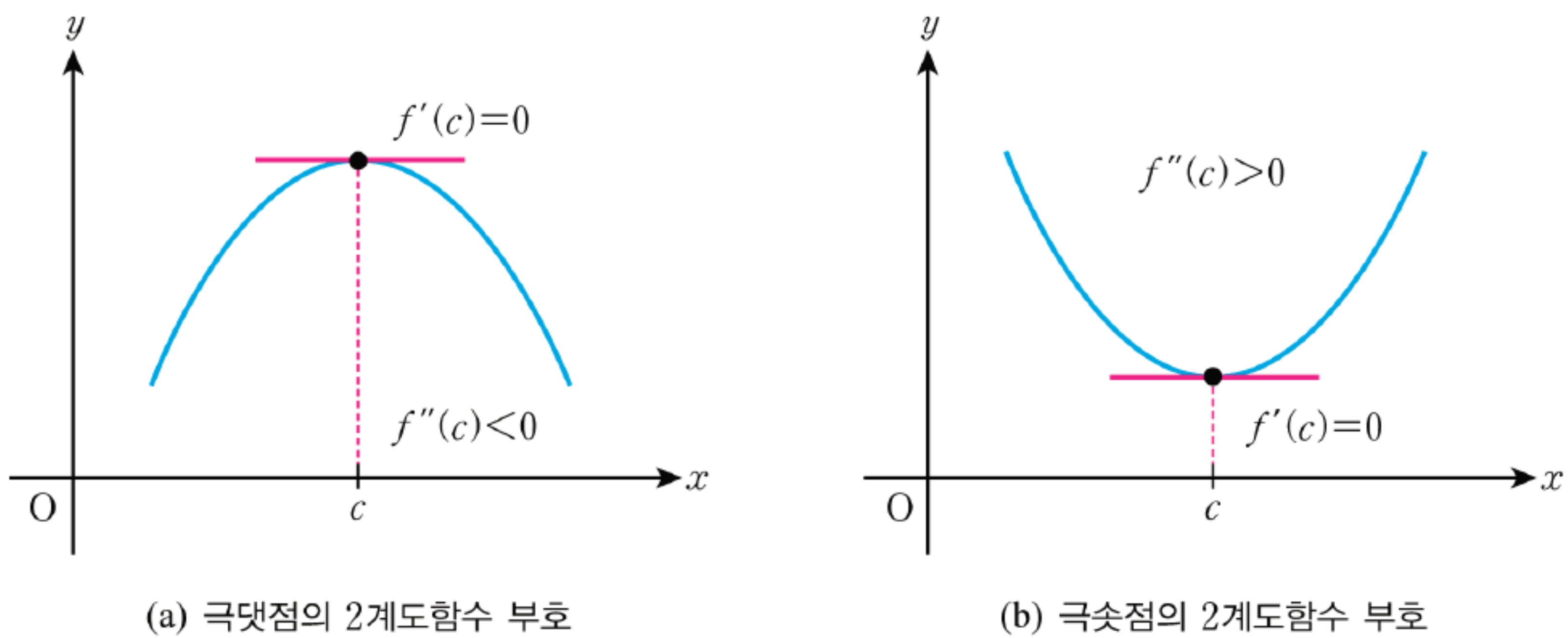
❶ $f'(x_0) = 0$이고 $f''(x_0) < 0$이면 $f$는 $x_0$에서 극댓값을 갖는다.

❷ $f'(x_0) = 0$이고 $f''(x_0) > 0$이면 $f$는 $x_0$에서 극솟값을 갖는다.

❸ $f'(x_0) = 0$이고 $f''(x_0) = 0$이면 어떤 결론도 내릴 수 없다.

# 1. 단조성과 오목성

- **2계도함수와 극값의 관계**
  - 함수 $f$가 $f''(c)=0$이라고 가정




[그림 1] 극댓점 및 극솟점의 2계도함수 부호

CALCULUS

# 4.4 부정형과 로피탈 법칙

$$\frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ \frac{-\infty}{\infty},\ \frac{\infty}{-\infty},\ \frac{-\infty}{-\infty}$$

# 1. 로피탈 법칙

- **형**
  - 유리함수의 극한 , 는 공통적으로 분모와 분자가 0에 접근
  - 부정형
- 로피탈의 법칙
  - **분자와 분모의 값이 모두 0 또는 ∞에 한없이 가까워지는 분수함수의 극한 계산**

**정리 1 코시의 평균값 정리** Cauchy's mean value theorem

두 함수 $f$와 $g$를 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 $(a, b)$에서 미분가능하다고 하자. $(a, b)$ 내의 모든 $x$에 대하여 $g'(x) \neq 0$이라 하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

를 만족하는 $c \in (a, b)$가 존재한다.

# 1. 로피탈 법칙

**예제 1** $\frac{0}{0}$ **형의 부정형의 극한**

다음 극한을 구하여라.

(a) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$ $\cos 0^\circ = 1$ (b) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ $\sin 0^\circ = 0$

## 풀이

(a) 분모와 분자는 극한 0을 가지는 $\frac{0}{0}$ 형의 부정형이므로 로피탈 법칙을 적용하면

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

이다.

(b) 분모와 분자는 극한 0을 가지는 $\frac{0}{0}$ 형의 부정형이므로 로피탈 법칙을 적용하면

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{1} = 0$$

# 1. 로피탈 법칙

**예제 2** **로피탈 법칙을 두 번 이상 사용하는 경우**

극한 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{2x^3}$를 구하여라. $\frac{\cos x - 1}{6x^2}$ $\frac{-\sin x}{12x}$ $\frac{-\cos x}{12}$

## 풀이

극한의 계산 과정에서 분모와 분자는 극한 0을 가지는 $\frac{0}{0}$형의 부정형이므로 로피탈 법칙을 반복하여 사용하면

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{2x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{6x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{-\sin x}{12x} = \lim_{x \to 0} \frac{-\cos x}{12} = -\frac{1}{12}$$

# 1. 로피탈 법칙

**정리 3** $\dfrac{\infty}{\infty}$ **형의 부정형에 관한 로피탈 법칙**

$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = \pm\infty$ 라 가정하자. 만약 $\lim_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ 가 유한 혹은 무한의 의미로 존재하면(이 극한이 유한값 혹은 $-\infty$ 혹은 $+\infty$ 이면)

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

이다

# 1. 로피탈 법칙

**예제 3** $\dfrac{\infty}{\infty}$ **형의 부정형의 극한**

극한 $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{6x}{x + 5\sqrt{x}}$ 를 구하여라. 6

**풀이**

분자와 분모는 극한 $\infty$를 가지는 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 형의 부정형이므로 로피탈 법칙을 적용하면

$$\lim_{x \to \infty} \frac{6x}{x + 5\sqrt{x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{6}{1 + \dfrac{5}{2\sqrt{x}}} = 6$$

# 2. 여러 가지 부정형

- **부정형의 차 ( $\infty - \infty$ 형의 부정형)**
  - 형이나 형의 부정형으로 **변형**한 후 로피탈 법칙을 이용

- **부정형의 곱 ( $0 \cdot \infty$ 형의 부정형)**
  - 형이나 형의 부정형으로 **변형**한 후 로피탈 법칙을 이용

- **부정형의 멱 ( $0^0$ , $\infty^0$ , $1^\infty$ 형의 부정형)**
  - 자연로그함수를 취해서 정리한 후 형이나 형의 부정형으로 **변형**한 후 로피탈 법칙을 이용
  - 자연로그로 표현된 식의 극한을 구함
  - 그 결과의 지수값을 취해서 원래의 극한을 구함

예를 들어, $0\times-\infty$ 형태인 $\lim_{x\to 0+} x\ln x$ 를 생각해보자.

$$\lim_{x\to 0+} x\ln x = 0\times-\infty = \lim_{x\to 0+}\frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \frac{-\infty}{\infty}$$

$$= \lim_{x\to 0+}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} \quad \text{(로피탈 법칙 적용)}$$

$$= \lim_{x\to 0+}(-x) = 0$$

CALCULUS
미분적분학
기초부터 응용까지

# Q & A

수고하셨습니다.