

L'interpolation de Lagrange consiste à faire “passer” un polynôme de degré adéquat par des points  $(x_i, y_i)$  où les abscisses  $x_i$  sont 2 à 2 distinctes. Les méthodes diffèrent selon la base choisie pour déterminer ce polynôme. On considère essentiellement les bases de Lagrange et les bases de Newton.

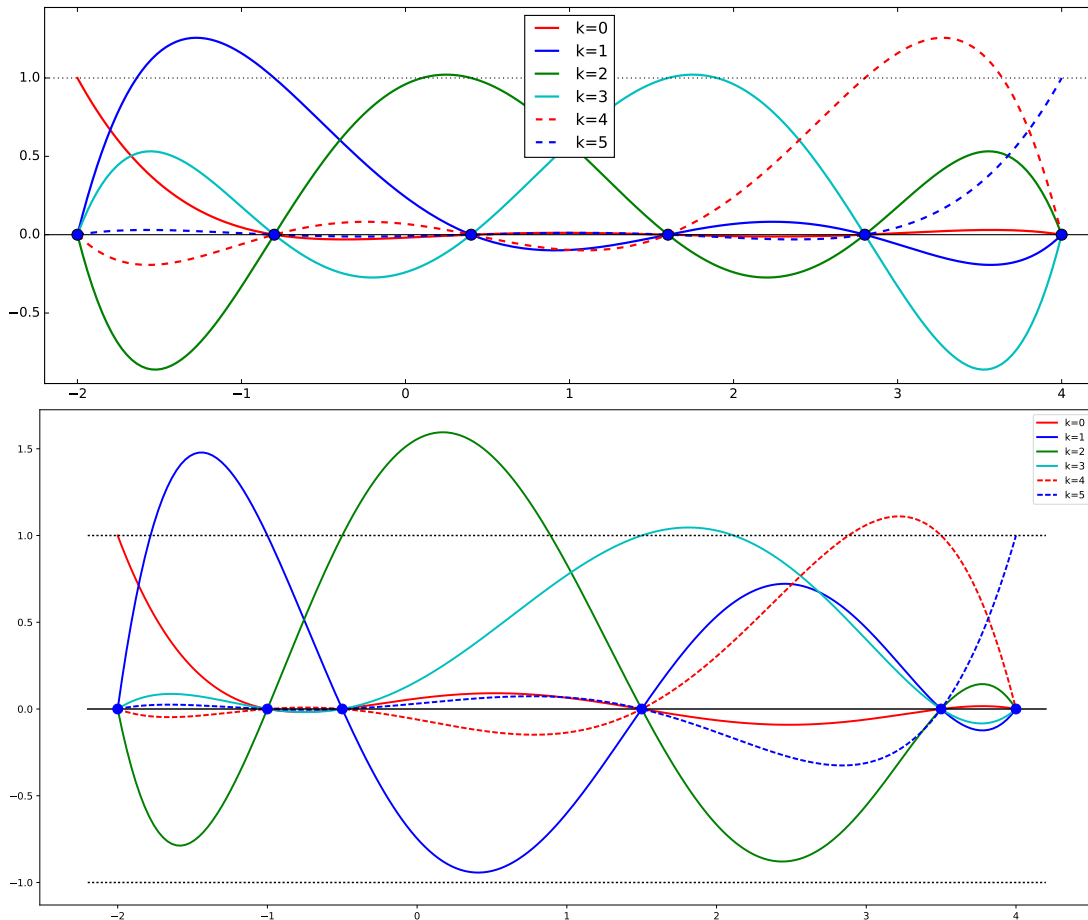
**Base de Lagrange** : 1 séance de TP

1. Soit  $n \in \mathbb{N}$ . On se donne  $n + 1$  valeurs réelles deux à deux distinctes dans un intervalle  $[a, b]$ . Ces valeurs  $x_i$  ne seront pas nécessairement équidistantes.

Ecrire un script Python permettant de tracer les  $n + 1$  polynômes de Lagrange

$$L_i(x) = \prod_{\substack{0 \leq j \leq n \\ j \neq i}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \quad 0 \leq i \leq n,$$

sur l'intervalle  $[a, b]$ , tel que représenté sur les deux figures ci-dessous.



— Lagrange polynomials  $L_i(x)$  of degree 5, associated with points uniformly and non uniformly distributed in the interval  $[-2, 4]$ .

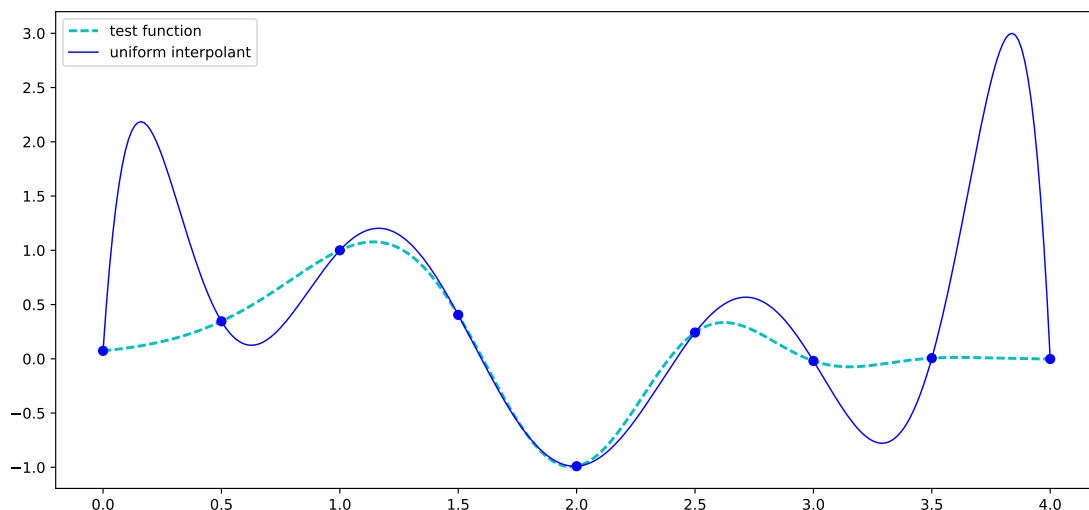
2. Ecrire un script Python permettant de tracer le graphe de la fonction test  $f$  définie sur  $[0, 4]$  par  $f(x) = \cos(1 - x^2) e^{-x^2+3x-2}$ .

3. Ecrire un script Python permettant de tracer le polynôme d'interpolation  $P_n(x, f)$  de la fonction  $f$  aux points d'abscisses équidistantes

$$x_i = a + i \frac{b-a}{n}, \quad 0 \leq i \leq n,$$

avec  $a = 0$ ,  $b = 4$ , et  $n = 8$ .

On marquera sur le graphe de la fonction  $f$  les point d'interpolations  $(x_i, f(x_i))$ .



— *Lagrange interpolant of degree 8 of the test function  $f$ , associated with uniform data in the interval  $[0, 4]$ .*

4. Etudier le comportement du polynôme d'interpolation  $P_n(x, f)$  lorsque le degré  $n$  augmente.
5. Reprendre cette même étude, c'est-à-dire le comportement du polynôme d'interpolation lorsque le degré  $n$  augmente avec la nouvelle fonction test  $g$  définie sur  $[-1, 1]$  par  $g(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$ .

Le compte rendu de ce TP consistera en un fichier pdf dont le nom sera **TP2a\_NOM1\_NOM2.pdf**  
 Ce fichier pdf contiendra en entête les noms NOM1 et NOM2, puis

- le script Python demandé avec un exemple graphique pour les questions 1, 2 et 3,
- des exemples graphiques bien choisis et commentés pour les questions 4 et 5.