

代数学第四次作业

1 课堂练习

1. 证明 $A \in \text{GL}_n(R)$ 等价于 $\det A \in R^*$.
2. 证明 $\text{Aut}(R^n) \xrightarrow{\sim} \text{GL}_n(R)$.
3. 证明 P 为投射模 $\iff \exists M$, s.t. $P \oplus M \xrightarrow{\sim} R^N$

2 课本习题

1. $I \triangleleft R$, M 为自由 R -模, 证明 M/IM 为自由 R/I -模.
2. 设 R 是整环, 证明:
 - (a) 若 R 是 R -模范畴中的内射模, 则 R 是域.
 - (b) 若 R 不是域, 则在 R -模范畴中既是投射模又是内射模的模只能是 0 模.
3. 证明 $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ 作为 $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ -模, 既是投射模又是内射模.
4. 证明: R -模 E 是内射模当且仅当对 R 所有理想 I , 正合列 $0 \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow R/I \rightarrow 0$ 均分裂.