

数值线性代数

最小二乘问题和特征值问题

参考书目:

- Accuracy and Stability of Numerical Algorithms (Higham, 2002)
- Fundamentals of Matrix Computations (Watkins, 2010)
- 数值线性代数 (徐树方, 2013)

本文主要讨论两类重要并且相互联系的问题: 最小二乘问题和特征值问题。最小二乘本质上是在寻找子空间上的最佳投影, 而特征值问题中的 QR 分解则为此提供了一种有力的工具, 以 QR 分解为基础的 QR 算法也为寻找特征值提供了一种高效的方法。在第一部分, 我们将主要介绍正交变换法来求解最小二乘问题, 主要的工具包括 Householder 变换、Givens 变换等。而第二部分则从古典的幂法和反幂法开始, 重点介绍 QR 分解和 QR 算法。

1 最小二乘问题

1.1 Gram-Schmidt 正交化

1.2 初等正交变换

1.3 正交变换法

1.4 误差分析

2 特征值问题

2.1 幂法和反幂法

2.2 QR 分解

2.3 QR 算法

2.4 奇异值分解