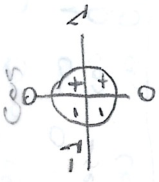
RESUMO 3 — ALGEBRA

- verificar se é trasformação L : $T(a\cdot u+v) = aT(u) + T(v)$

$T(\vec{0}) = \vec{0}$, $T(u+v) = T(u) + T(v)$, $T(a\cdot u) = a\cdot T(u)$



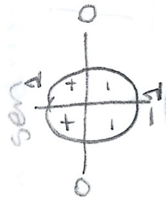
- $T(1,1) = (2,1,7)$ e $T(0,1) = (-1,1,4)$ determine $T(x,y)$

$(x,y) = a(1,1) + b(0,-1)$ $\begin{cases} x = a \\ y = b - a \end{cases} \Rightarrow a = x$ $b = x - y$

$T(x,y) = T(a\cdot(1,1) + b(0,-1)) \Rightarrow T(x\cdot(1,1)) + T((x-y)\cdot(0,-1))$

$\Rightarrow x\cdot T(1,1) + (x-y)\cdot T(0,1) \Rightarrow x(2,1,7) + (x-y)\cdot(-1,1,4)$

$= (x+y, 2y-y, 11x-4y)$



Injetora Sobrejetora Bigetora

- Verificar se possui inversa, se tem o determinante
- Se não possuir o determinante a matriz não é quadrada ou o det for diferente de zero
- se satisfas as infos acima, não tem inversa e pode ser injetora ou sobrejetora

TL $\begin{cases} N(T) = \vec{0} & \text{injetora} \\ Im(T) = w \text{ (contra dominio)} & \text{sobre} \end{cases}$

Corolario | se $\dim V = \dim W$, então T é injetora, se somente se T for sobrejetora

dimensão $\begin{cases} \text{se o nucleo for zero } Dim(Im) = D = (dom) \\ dim(dom) = dim(Im) + dim(nucleo) \end{cases}$

$dim(V) = dim(W)$ é injetora $\Rightarrow$ sobrejetora

~~operador Linear~~
$dim(V) = dim(N(T)) + dim(Im)$
se $\boxed{V=3} = 0 +$ aqui tem que ser 3
$3 = 0 + 3$
$\therefore$ é sobrejetora

Autovalores e Autovetores

autovalores $\rightarrow$ operador Linear $T: V \rightarrow V$

Ex) $T(x,y) = (4x+y, 9y)$ auto valor $\begin{vmatrix} 4-\lambda & 1 \\ 0 & 9-\lambda \end{vmatrix}$ $(4-\lambda)(9-\lambda) = 0$ $\lambda_1 = 4$ $\lambda_2 = 9$

$\lambda_1 = 4$ $\begin{vmatrix} 4-4 & 1 \\ 0 & 9-4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ $\begin{cases} 0x + y = 0 \\ 0x + 5y = 0 \end{cases}$ $y = 0$, x pode ser 1 $\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$

$\lambda_2 = 9$ $\begin{vmatrix} 4-9 & 1 \\ 0 & 9-9 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ $\begin{cases} -5x + y = 0 \\ 0 + 0 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} -5x + y = 0 \\ y = 5x \end{cases}$

$\begin{vmatrix} x \\ 5x \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix}$

Se λ_1 e λ_2 forem distintos então, então seus autovetores são LI e forma uma base para $\mathbb{R}^2$, então T é diagonizavel

Rotacionar por um angulo / $\begin{pmatrix} \cos 60 & -\operatorname{sen} 60 \\ \operatorname{sen} 60 & \cos 60 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$[T] = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-\sqrt{3} \\ 3\sqrt{3}+1 \end{pmatrix}$

$v = (6,2)$

angulo $= \frac{\pi}{3} = 60°$

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Para converter para graus $\frac{\pi}{3} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{180}{3} = 60°$

Paula Branca

Mudança Base $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ $T(x,y,z) = (2x + y - z, 3x - 2y +$

$B = \{\overbrace{(1,1,1)}^{v1}, \overbrace{(1,1,0)}^{v2}, \overbrace{(1,0,0)}^{v2}\}$ dominio

$B' = \{\underbrace{(1,3)}_{w1}, \underbrace{(1,4)}_{w2}\}$ contra dominio

$[T] = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ 2×3

$[T]_{B'}^{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$

$T(v1) = a_{11}\,w1 + a_{21}\,w2$
$v2 \quad a_{12}\,w1 + a_{22}\,w2$
$v3 \quad a_{13}\,w1 + a_{23}\,w2$

$T(v1) = a_{11}\,w1 + a_{21}\,w2$ faça isso para $v2, v3$

$T(1,1,1) = (2.1 + 1 - 1, 3.1 - 2.1 + 4.1) = (2,3)$

$$\left(\begin{array}{cc|c|c|c} 1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{array}\right) \quad v1 \; v2 \; v3$$

$$T_{B'}^{B}: \left(\begin{array}{cc|c|c|c} 1 & 0 & 3 & 11 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -8 & -3 \end{array}\right)$$

$T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$T(1,0,0) = (-2,8)$

$T(0,1,0) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

$T(0,0,1) = (-3,5)$

calcule $T(6,-1,10)$

$T(6,-1,10) = 6 \cdot T(1,0,0) + -1T(0,1,0) + 10T(0,0,1)$

$= 6 \cdot (-2,8) - (\frac{1}{2}, \frac{1}{3}) + 10(-3,5)$

$= (-12 - \frac{1}{2} - 30, 48 - \frac{1}{3} + 50)$

$= (-\frac{85}{2}, \frac{293}{3})$

Composta $T_1(x,y,z) = (\overbrace{-x}^{x}, \overbrace{2y - z}^{y}, \overbrace{16x + 2y}^{z})$

$T_2(x,y,z) = (\underbrace{2x - 5y}_{x}, \underbrace{-z}_{y}, \underbrace{x + 2y}_{z})$

$T_1 \circ T_2 = T_1(T_2(x,y,z))$

$= T_1(2x - 5y, -z, x + 2y) =$

$= (-2x - 5(2y - z), -16x - 2y, -x + 2(2y - z))$

$= (-2x - 10y - 5z, -16x + 2y, -x + 4y - 2z)$

Injetora Bijetora matriz da trasformação ex

$$\left(\begin{array}{ccc|c|ccc} 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad N(T) \quad T^{-1}$$

faz tudo junto

14) $T(x,y,z) = (x, \cancel{x+}y + z, x - 7y + 4z)$ $v = (3,4,-6)$

$T(3,4,-6) = (3, 1, -49)$

autovalor $\lambda \cdot 3 = 3 \Rightarrow \lambda = \frac{3}{3} = 1$

$\lambda \cdot 4 = 1 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4}$

$\lambda \cdot -6 = -49 \Rightarrow \lambda = -\frac{49}{6}$

Rotação em relação a ox, oy, oz

$Ox \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos & -\text{sen} \\ 0 & \text{sen} & \cos \end{pmatrix}$

$Oy \begin{pmatrix} \cos & 0 & -\text{sen} \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} & 0 & \cos \end{pmatrix}$

$Oz \begin{pmatrix} \cos & -\text{sen} & 0 \\ \text{sen} & \cos & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$