

IFC Blumenau - álgebra linear - 2024.1 - LISTA 2
Bacharelado em Ciência da Computação
Prof. Me. Luiz G. Cechetto Jr.
NOME:

Orientações:

Fazer esta lista de forma manuscrita, de forma legível e sem rasuras.

Colocar as questões em ordem, sempre citando a questão e o item (se tiver).

As questões devem ser feitas da forma mais completas possível.

Simplificar frações e racionalizar raízes, evitar ao máximo o uso de aproximações.

Fazer as questões de forma que um "ser humano" faria, visto que programas fazem manipulações que um ser humano jamais faria.

Leve em consideração que podem fazer com auxílio de calculadora científica que não são calculadoras gráficas e/ou programáveis.

Não é necessário copiar os enunciados das questões.

- Cada item vale 0,5 ponto.

Nas questões de 1 e 2:

SL = sistema de equações lineares

SPD = Sistema Possível e determinado (ou sistema compatível e determinado)

SPI = Sistema Possível e Indeterminado (ou sistema compatível e indeterminado)

SI = Sistema Impossível (ou sistema incompatível)

Se for SPD, defina a solução.

Se for SPI, defina a solução geral e uma solução particular numérica não trivial.

Se for SI, explique de forma simples porque é SI.

1. Resolva e encontre o conjunto solução do SL. Use o método que achar mais conveniente. Classifique em: SPD, SPI ou SI.

$$1A) \begin{cases} -3a + 2b = -5 \\ 2a + 2b + 2c + 2d = 19 \\ 4a = 12 \\ -3a + 5b - 7c + 4d - 10e = -24 \\ 2a + 5b - 3c = 4 \end{cases}$$

$$1B) \begin{cases} 10x - 14y + 4z = 10 \\ 15y + 4x + 12 = 3z \\ 12 - x - 3z = 4y \end{cases}$$

2. Resolva e encontre o conjunto solução do SL. Use o método de Gauss-Jordan, ou seja, use o escalonamento completo do SL.

Classifique em: SPD, SPI ou SI.

$$2A) \begin{cases} 16x + 5y + 7z = 181 \\ 4x + 5y + 7z = 59 \\ 14x - 20y + 38z = 124 \\ -x + 5y - 4z = -1 \end{cases}$$

$$2B) \begin{cases} 3a + 4b - 5c - d = -15 \\ a + b + c + d = 24 \\ a - b - c + d = 0 \\ 2a - 3b - 4c + 5d = 8 \\ 3a - 4b - 5c + 6d = 8 \\ 2a + 3b - 6c - 2d = -39 \end{cases}$$

$$2C) \begin{cases} a + b + c + d = 18 \\ -b - d + 2a - 6 = -2c \\ -8 + 3a + 2b + 3c = 4d \\ b - 4a + 5d - 4c = 1 \end{cases}$$

$$2D) \begin{cases} 2a + 3b + 4c + 5d + 6e = 31 \\ a + b + c + d - e = 3 \\ 3a + 4b + 5c + 6d + 5e = 34 \\ a + b + 3c + 4d + 7e = 28 \\ 2a - 3b - 4c - 5d - 6e = -31 \\ -a - 2b + c - d + e = -3 \end{cases}$$

3. Calcule a matriz inversa usando o método de escalonamento completo até obter a identidade, sabendo que seu determinante é não nulo.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -16 & 9 & 1 & 47 \\ 19 & 19 & 19 & 38 \\ 37 & -22 & 2 & -39 \\ 57 & 57 & 19 & 38 \\ 29 & -8 & -1 & -14 \\ 57 & 57 & 19 & 19 \end{pmatrix}$$

4. Dado o candidato a espaço vetorial V :

Se V for espaço vetorial, mostre todas as propriedades para operações não triviais (para operações triviais considere satisfeitas as propriedades, não precisa mostrar).

Se V não é espaço vetorial, mostre qual propriedade não é satisfeita e dê um contra-exemplo.

4A)

$$V = \{(x, y, z); x, y, z \in \mathbb{R}\}$$

$$\oplus: (x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, -z_1 - z_2)$$

$$\cdot: a \cdot (x, y, z) = (ax, ay, az)$$

4B)

$$V = \{(x, y); x, y \in \mathbb{R}\}$$

$$+: (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

$$\otimes: a \cdot (x, y) = (ax, 0)$$

5. Dado o candidato a SUBespaço vetorial W :

Prove que W é ou não um SUBespaço vetorial:

5A) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 3x = y\}$

5B) $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; t = x + y + z + \frac{1}{3}\}$

6. Verifique se:

6A) o vetor $u = (199, 136, 148)$ é combinação linear de:

$$w_1 = (3, 2, 1), w_2 = (1, -1, 2) \text{ e } w_3 = (1, 0, 2)$$

6B) o vetor $u = (382, 412, 489)$ é combinação linear de:

$$w_1 = (1, 2, 3), w_2 = (4, 5, 6), w_3 = (7, 8, 9) \text{ e } w_4 = (10, 11, 12)$$

7. Qual o subespaço gerado por:

7A) Seja $V = \mathbb{R}^2$. Qual o subespaço gerado por $u = (-2, 3)$? Descreva geometricamente.

7B) Seja $V = \mathbb{R}^3$. Qual o subespaço gerado por $u = (2, 1, 0)$, $v = (0, 0, 4)$ e $w = (0, 2, 5)$? Descreva geometricamente.

8. Verifique se os conjuntos são LD (linearmente dependente) ou LI (linearmente independente).

8A) $A = \{(2, 3), (4, 6)\}$

8B) $B = \{(4, 5, 6), (13, 14, 15), (4, 5, 6)\}$

8C) $C = \{(-1, 2, -2), (1, 1, -10), (1, 2, 4), (-5, 4, -10)\}$

9. Mostre se o conjunto é base ou não, se for, defina a dimensão:

9a) $D = \{(1,2), (2,4)\}$ é base do \mathbb{R}^2 ? Se for, qual a dimensão?

9B) $E = \{(1,2,3), (2,3,4), (0,0,5)\}$ é base do \mathbb{R}^3 ? Se for, qual a dimensão?