INSTITUTO FEDERAL
Catarinense
Campus Blumenau

Bacharelado em
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Introdução à Lógica - ILOG

Avaliação - Prova 1 - 2023.1

Identificação

Nome: Giovani Zanella da Maia

E-mail: giovanizanelladamaia123@gmail.com

Data: 23/06 | Folhas: | Nota: ⊘

Regras - Leia atentamente este quadro

- A prova é individual e é permitida a utilização de uma folha de consulta. Não é permitido utilizar equipamentos eletrônicos.
- A prova será digitalizada. Não serão aceitas folhas de respostas com rasura, dobras, clipes, grampos, cola, corretivos, tintas ou qualquer coisa semelhante. Considere borda de 2cm em todos lados das páginas.
- As questões devem ser respondidas nos espaços reservados para as respostas, não serão aceitas folhas que não façam parte da prova. **Utilize caneta nas cores preta ou azul, também é possível utilizar lápis com graduação acima de 5B**. Trechos ilegíveis serão ignorados.
- Todas as questões devem ser respondidas com justificativas e apresentar o desenvolvimento completo do raciocínio da justificativa. Respostas vagas, justificativas nebulosas ou que configurem fuga do tema cancelarão o ponto da questão.
- O tempo de permanência mínima em sala é de 50 minutos. O atraso máximo para entrada na sala de prova é de 50 minutos.
- Todas as PÁGINAS devem possuir nome e serem enumeradas conforme [número da página]/[total de páginas]. Ao final da prova, coloque o número de folhas no espaço reservado na seção identificação.
- Plágio, consulta e conversas invalidarão individualmente a avaliação, será atribuída nota zero e o caso será informado à coordenação, isso poderá implicar em penalizações previstas no regime disciplinar discente.
- A soma dos pontos obtidos nas respostas será dividida pelo número de pontos totais e multiplicada por dez para gerar a nota da prova.
- Não utilize o verso das folhas.

1 Instruções específicas para esta avaliação

Instruções específicas para esta avaliação

- Não são aceitos métodos de busca exaustiva como tabelas verdades, árvores semânticas e negação do absurdo como é feito no capítulo 4 do livro [de Souza, 2002].
- Atenção! É permitido utilizar a regra de inferência de negação ao absurdo, é permitido fazer dedução natural que façam redução ao absurdo.

2 Regras de Inferências válidas nesta prova

- Inclusão e remoção da conjunção
- Inclusão e remoção da disjunção
- Inclusão e remoção da implicação
- Inclusão e remoção da bi-implicação.
- Inclusão e remoção da negação.
- Redução ao Absurdo.

3 Sistema Sintático $\mathbb{K}$

Em ([Kleene, 1970]) é definido um Sistema Sintático, para esta avaliação é feita uma simplificação chamada de $\mathbb{K}$, seguem os axiomas e regra de inferência

Axiomas do Sistema Sintático $\mathbb{K}$

- (K1) $X \to (Y \to X)$
- (K2) $\overset{a}{(}X \to Y\overset{a}{)} \to \overset{ab}{((}X \to \overset{c}{(}Y \to Z\overset{cb}{))} \to \overset{bc}{((}X \to Y\overset{c}{)} \to \overset{c}{(}X \to Z\overset{cba}{)))}$
- (K3) $X \to \overset{a}{(}Y \to \overset{b}{(}X \wedge Y\overset{ba}{))}$
- (K4) $(X \wedge Y) \to X$
- (K5) $(X \wedge Y) \to Y$
- (K6) $X \to (X \vee Y)$

Regra de Inferência do Sistema Sintático $\mathbb{K}$

É utilizada a regra *Modus Ponens*

- MP: De X e $(X \to Y)$ deduza Y

4 Questões

Aviso importante!

Será necessário demonstrar qualquer regra de inferência ou equivalência tautológica que venha a ser utilizada e que não esteja nas inferências ou equivalências listadas na seção anterior.

1. Utilizando o sistema sintático $\mathbb{K}$ e a regra *modus ponens* apresente provas para

   (a) (1 ponto) $A \vdash (A \vee C)$

(b) (1 ponto) $\vdash (Q \rightarrow Q)$

2. (2 pontos) Demonstre utilizando indução na lógica que o número de parênteses de uma fórmula bem formada é sempre par.

3. (1 ponto) Prove a validade ou invalidade do argumento

H é uma tautologia e G é uma tautologia se e, somente se, $H \wedge G$ é uma tautologia.

Nome: Giovani Zanella

4. (2 pontos) Mostre, utilizando resolução, que

$$(A \to B) \leftrightarrow (\neg B \to \neg A)$$

é uma tautologia.

1	$(A \to B) \leftrightarrow (\neg B \to \neg A)$	P
2	$(\neg B \to \neg A)$	P
3	$(A \to B)$	P
4	B	S
5	$(A \to B)$	3 R
6	$(\neg B \to \neg A)$	2 R
7	A	5,6 $\to$ E
8		
9		
10		
11		

o exercício pedia para utilizar o método da resolução

Nome: Giovani Zanella

5. (1 ponto) [Hurley, 2017] Demonstre a validade ou invalidade do argumento

∅

> Se os trabalhadores do amianto processarem seus empregadores, então se forem concedidas indenizações punitivas, então seus empregadores declararão falência. Se os trabalhadores do amianto processarem seus empregadores, os danos punitivos serão concedidos. Se os trabalhadores do amianto contraírem asbestose, então ou eles irão processar seus empregadores ou seus empregadores irão declarar falência. Portanto, ou os trabalhadores do amianto não contrairão asbestose ou seus empregadores declararão falência (Utilize P, I, F, A).

Giovani Zanella

6. A Teoria dos Conjuntos é um assunto importante na Ciência da Computação. Na Teoria Ingênua dos Conjuntos, um conjunto é definido como uma coleção de objetos. Para simbolizar que um objeto c pertence ao conjunto C são empregados os símbolos $c \in C$. Para simbolizar que um conjunto C é subconjunto de um conjunto D é utilizado o símbolo $\subset$ e isso significa, na lógica, que

$$\boxed{C \subset D \iff \text{Para todo } x, (x \in C) \to (x \in D).}$$

Para que um conjunto E seja igual ao conjunto F é necessário que

$$\boxed{E = F \iff (E \subset F) \wedge (F \subset E)}$$

A união dos conjuntos A e B é símbolizada por $A \cup B$ e é definida como

$$\boxed{A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}}$$

A intersecção dos conjuntos A e B é símbolizada por $A \cap B$ e é definida como

$$\boxed{A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}}$$

É possível simplificar algumas demonstrações desconsiderando o quantificador para todo e utilizando somente a lógica proposicional.

Desconsiderando quantificadores, demonstre que $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ utilizando Dedução Natural.

(a) (1 ponto) Traduza $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ para uma fórmula da lógica proposicional (Dica 1: aplique as definições ignorando o quantificar para todo, Dica 2: em sala foi demonstrado porque $\emptyset \subset X$ para qualquer conjunto X).

Nome: Giovani Zanella

(b) (1 ponto) Execute o método da dedução natural sobre a fórmula da parte anterior

Referências

[de Souza, 2002] de Souza, J. N. (2002). *Lógica para Ciência da Computação*. Editora Campus, 1 edition.

[Hurley, 2017] Hurley, P. J. (2017). *A Concise Introduction To Logic*. Cengage, 13th edition edition.

[Kleene, 1970] Kleene, S. (1970). *Introduction to Metamathematics*. Bibliotheca Mathematica. North Holland, 7 edition.