**IFC Blumenau - Avaliação 3 de 3 - Cálculo I – 2024/1**
**Prof. Cechetto - 18/06/2018**

**NOME:** Giovani Zanetta da maia nº 9

Orientações: - cada item vale 10/12, aprox. 0,83
- Permitido o uso de calculadora comum e/ou cientifica não programável e não gráfica.
- Permitido o uso de qualquer material manuscrito pelo aluno e tabelas de derivadas (fornecidas).

---

1. Determine $y'$ das funções $y = f(x)$ definidas implicitamente pelas funções (não se esqueça de isolar $y'$).

a) $xy^3 + 2x^3 = y^2 - 4y$

~~$x \cdot y^3 + 4y - y^2 = -2x^3$~~

~~$y(xy^2 + 4 - y) = -2x^3$~~

$y^3 + x \cdot 3y^2 \cdot y' + 6x^2 = 2y \cdot y' - 4y'$

$y^3 + x \cdot 3y^2 \cdot y' + 6x^2 - 2y \cdot y' - 4y' = 0$

$y'(3y^2 \cdot x - 2y \cancel{4}4) + 6x^2 = 0$

$y = \dfrac{-6x^2 - y^3}{3y^2 \cdot x - 2y + 4}$

4,2

b) $xcos(xy) - x^3 + 4x^2 = 3xy$

c) $3x - x^2 + y^2 = 9y - 4$

$\cancel{y^2 - 9y = -4 + x^2 - 3x}$

2. Determine o polinômio de Taylor de ordem $n = 6$ para a função $f(x) = \cos(2x)$ com $c = \frac{\pi}{2}$ (não calcular o erro)

$f(x) = \cos 2x$
$f'(x) = -2 \operatorname{sen}(2x)$
$f''(x) = -4 \cos(2x)$
$f'''(x) = 8 \operatorname{sen}(2x)$

$f^{[4]}(x) = 16 \cos(2x)$
$f^{[5]}(x) = -32 \operatorname{sen}(2x)$
$f^{[6]}(x) = -64 \cos(2x)$

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$\operatorname{sen} \pi = 0{,}05$
$\cos \pi = 0{,}99$

$c = \frac{\pi}{2} = 90°$

$\cos \pi = -1$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 1{,}56$

$\operatorname{sen} \pi = 0$ ....

$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 \cdot \operatorname{sen}\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = -0{,}10$

$f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4 \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = -3.99$

$f'''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 8 \operatorname{sen}\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0.43$

$f''''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 16 \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 15.97$

$f^{[5]}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -32 \operatorname{sen}\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = -1{,}75$

$f^{[6]}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -64 \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = -63.90$

$\operatorname{sen} \pi = 0$
$\cos \pi = 1$

$\cos \pi = -1$
$\operatorname{sen} \pi = 0$

$$P_6\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1{,}56 + (-0{,}10)\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{(-3.99)\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2!} + \frac{(0{,}43) \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3}{3!} + \frac{(15.97)\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^4}{4!}$$

$$+ \frac{(-1{,}75)\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^5}{5!} + \frac{(-63{,}90)\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^6}{6!}$$

$$P_6\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1{,}56 - 0{,}10\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{3{,}99\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2} + \frac{0{,}43 \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3}{6} + \frac{15{,}97\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^4}{}$$

$$- \frac{1{,}75\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^5}{120} - \frac{63{,}90\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^6}{720}$$

3. Calcule os limites, usando a Regra de L´Hospital, quantas vezes for possível.

propriedade 9

a) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{2e^{3x}-2}{5x}\right) \frac{0}{0}$

$e^{3x} = e^{3\cdot 0} = e^{0} = 1$

Calculo aux

$2 \cdot e^{3x} \cancel{-2}$

$2 \cdot \underbrace{e^{3x}}_{\text{prop } 9}$

$2 \cdot e^{3x} \cdot 3$

$6e^{3x}$

$\lim_{x\to 0}\left(\frac{6e^{3x}}{5}\right)$

$\frac{6 \cdot 1}{5} = \boxed{\frac{6}{5}}$

10

b) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{6x} - \frac{1}{senx}\right) = \lim\left(\frac{sen\,x - 6x}{6x\ sen\,x}\right) \frac{0}{0} = \lim\left(\frac{\cos x - 6}{6\,sen\,x + \cancel{6x} \cdot \cos x}\right)$

=

~~Prop~~ produto

4. Use a Regra de L´Hospital e propriedades do ln, para mostrar que:

a) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = L$

$\lim\left(\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right) = \ln L$

$\lim\left(x\cdot\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right) = \ln L$

$\lim\left(\frac{\left(\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'}\right) = \ln L$

$\lim\left(\frac{\left(\frac{\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{(1+x^{-1})}\right)}{-\frac{1}{x^2}}\right) = \ln L$

$\lim\left(\frac{\frac{1}{\cancel{x^2}}}{1+x^{-1}}\cdot\frac{\cancel{x^2}}{1}\right) = \ln L$

$\lim\left(\frac{1}{1+x^{-1}}\right) = \ln L$

$\lim\left(\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\right) = \ln L$

$\left(\frac{1}{1+\underbrace{\frac{1}{\infty}}_{=0}}\right) = \ln L$

$\frac{1}{\infty} \to 0$

$\left(\frac{1}{1}\right) = \ln L$

$\boxed{\ln L = 1}$ Prop. Log

$e^1 = L$

$\boxed{L = e}$

4

b) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{a^x - 1}{x}\right) = \ln a$

$\lim_{x \to 0} \left(\frac{(a^x - 1)'}{(x)'}\right) \frac{0}{0}$

Calculo aux

$\frac{d}{dx}(a^x - 1)'$

Propiedade $\boxed{8}$

$a^x \cdot \ln a \cdot 1$

$\lim \left(\frac{a^x \cdot \ln a \cdot \cancel{1}}{\cancel{1}}\right)$

$\lim_{x \to 0} \left(a^x \cdot \ln a\right)$

$(a^0 \cdot \ln a)$

$1 \cdot \ln a$

$\boxed{\ln a}$

10

b) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{a^x - 1}{x}\right) = \ln a$

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{(a^x - 1)'}{(x)'}\right) \frac{0}{0}$$

Calculo aux

$\frac{d}{dx}(a^x - 1)'$

Propiedade $\boxed{8}$

$a^x \cdot \ln a \cdot 1$

$$\lim \left(\frac{a^x \cdot \ln a \cdot \cancel{1}}{\cancel{1}}\right)$$

$$\lim_{x \to 0} \left(a^x \cdot \ln a\right)$$

$$\left(a^0 \cdot \ln a\right)$$

$$1 \cdot \ln a$$

$$\boxed{\ln a}$$

10

5. Na função $y = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 4$

a) Use derivada 1ª para calcular os pontos críticos.

$f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 44x - 24$

$\frac{4(x^3 - 6x^2 + 11x - 6)}{4} = 0$

| 1 | 1 | -6 | 11 | -6 |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | -5 | 6 | 0 |

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

Baskara

$\Delta = 1$

$x_1 = 3$

$x_2 = 2$

∴ os pontos críticos são:

1, 2, 3

10

b) Use o critério da derivada 2ª para determinar os máximos e mínimos.

$f''(x) = 12x^2 - 48x + 44$

$f''(1) = 12 \cdot 1 - 48 \cdot 1 + 44$

$\underbrace{12 - 48 + 44}_{-4} = 8 > 0$, então 1 é um ponto de mínimo

$f''(2) = \underbrace{12(2)^2}_{48} - 48(2) + 44 = -4 < 0$, então 2 é um ponto de máximo

$48 + 44 - 96$

$f'''(3) = 12(3)^2 - 48(3) + 44$

$108 - \underbrace{144 + 44}_{}$

$108 - 100 = 8 > 0$, então 3 é um ponto de mínimo

10

6. Use derivadas para calcular os e classificar os pontos críticos apenas em: máximo, mínimo ou inflexão.

a) $f(x) = x^6 - 2x^4$

$f'(x) = 6x^5 - 8x^3$

$2x^3\underbrace{(3x^2 - 8)} = 0$

$Pc1 = 0$
$Pc2 = 0$
$Pc3 = 0$

$3x^2 - 8 = 0$
$PC4 = +\frac{23}{20}$
$PC5 = -\frac{23}{20}$

$f''(x) = 30x^4 - 24x^2$

$2x^2(15x^2 - 12) = 0$

$f''(0) = 2.0(15.0 - 12) = 0$

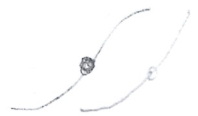
$f'''(x) = 120x^3 - 48x$

$f'''(0) = 120.0 - 48.0 = 0$

$f^{4}(0) = \underbrace{360x^2}_{0} - 48 = -48$

$f''\left(\frac{23}{20}\right) = 2\left(\frac{23}{20}\right)^2 \cdot \left(15\left(\frac{23}{20}\right)^2 - 12\left(\frac{23}{20}\right)\right) > 0$ min

$f''\left(-\frac{23}{20}\right) = 2\underbrace{\left(-\frac{23}{20}\right)^2}_{+}\left(\underbrace{15\left(-\frac{23}{20}\right)^2}_{+} - \underbrace{12\left(-\frac{23}{20}\right)}_{+}\right) > 0$ min



b) $g(x) = 4(x + 2)^9$

$g'(x) = 36(x+2)^8 \cdot 1$

$\frac{36(x+2)^8}{36} = 0$

Tentativa

$(x+2)^8 = 0$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

$P_1 = P_2 = \cdots = P_8 = -2$

$g''(x) = 288(x+2)^7$

$g''(PC) = 288(x+2)^7$

$g''(-2) = 288\underbrace{(-2+2)^7}_{0}$

$g'''(x) = 2016(x+2)^6$

$g^4(x) = 12096(x+2)^5$

$g^5(x) = 60480(x+2)^4$

$g^6(x) = 241{,}920(x+2)^3$

$g^7(x) = 725{,}760(x+2)^2$

$g^8(x) = 1{,}451\,520(x+2)$

$g^9(x) = 1{,}451{,}520(x)$

$g''(PC) = -2\,903{,}040 < 0$ max

aplica PC na $g''$

$g''(Pc) = 0$

$g'''(-2) = 0$

(menor) (maior)

-3 2 -1

$x < -2$

$g''(-3) = \boxed{288(x+2)^7} < 0$

$g''(-1) = 288(-1+2)^7 > 0$

como a concavidade muda antes e depois do PC

É inflexão