IFC-BLUMENAU–21/03/24–CCB0917 - CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I–24/1–PROF. CECHETTO-PROVA 1-P1

Nome Giovani Zanella da Maia Nº 9

- Cada questão vale 1 ponto.
- Proibido o uso de qualquer material de consulta além da tabela fornecido pelo professor.
- Liberado o uso de calculadora comum e/ou cientifica, desde que não sejam calculadoras gráficas, que calculem limites e derivadas.
- Todas as questões devem ser feitas mostrando os raciocínios e cálculos envolvidos.
- Frações devem ser simplificadas e não podem ser escritas em forma de decimais aproximados.
- Proibido o uso de derivadas ou da Regra de L'Hospital.
- Cada questão vale $\frac{10}{13} = 0,\overline{769230}$

1. Calcule o limite:

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{x^2-3x-10}{x^2-10x+25}\right)$$

Passo 1) $\Delta = (3)^2 - 4.1.(-10)$

$\Delta = 9 + 40$

$\Delta = 49$

$x = \frac{3 \pm 7}{2}$

$x_1 = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$x_2 = \frac{3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$(x+2)(x-5)$

2º passo) $\Delta = (10)^2 - 4.1.25$

$\Delta = 100 - 100 = 0$

$x = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{2.1} = \frac{10}{2} = 5$

$(x-5)^2$

3º Passo

$\lim_{x\to 5}\left(\frac{(x+2)\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)}}\right) = \lim_{x\to 5}(x+2) = 5+2 = 7$

$-9+25$

16

$1 \,|\, 1 - 10 + 25$

$\;\;\,|\, 1 - 9 + 16$

$x^2 - 3x - 10 \quad | \; x^2 - 10x + 25$

$-x^2 + 10x - 25 \quad | \; 1+$

$0 \quad 7x - 35$

0,8

$x \,|\, x^2 - 3x - 10$

$1 \,|\, 1 - 3 - 10$

$\;\;\,|\, 1 - 2 - 12$

$x = 7$

$x - 2 - 10$

$x - 12$

$\frac{x-12}{x+7}$

2. Calcule o limite:
$$\lim_{t\to 1}\left(\frac{t^3+t^2-5t+3}{t^3-3t+2}\right)$$

1º) Passo fatorar numerador

$\Rightarrow t^3 - t^2 + 2t^2 - 3t - 2t + 3$

$\Rightarrow t^3 - t^2 + 2t^2 - 2t + 3t + 3$ $\Rightarrow t^2\cdot(t-1) + 2t(t-1) - 3(t-1)$

$\Rightarrow (t-1)(t^2 + 3t - t - 3)$ $\Rightarrow (t-1)\underbrace{(t^2+2t-3)}_{\text{Baskara}}$

$\Rightarrow (t-1)(t-1)(t+3)$

2º) fatorar derominada

$t^3 - 3t + 2 \Rightarrow (t^3 - 4T) + T + 2 \Rightarrow t\cdot\underbrace{(T^2-4)}_{(t+2)(t-2)} + T + 2$

$\Rightarrow t\cdot(t-2)\cdot(t+2) + (t+2) = (t+2)(t\cdot(t-2)+1) =$

$\Rightarrow (t+2)\cdot(t^2-2t+1) = (t+2)(t-1)(t-1)$ //

10

3º Passo)

$$\lim_{t\to 1}\left(\frac{t^3+t^2-5t+3}{t^3-3t+2}\right) = \lim_{t\to 1}\left(\frac{\cancel{(t-1)}\cancel{(t-1)}(t+3)}{(t+2)\cancel{(t-1)}\cancel{(t-1)}}\right) = \lim_{t\to 1}\left(\frac{t+3}{t+2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1+3}{1+2} = \frac{4}{3}$$

3. Calcule o limite:

$$\lim_{x \to 3^-} \left(\frac{1}{|x-3|} \right)$$

1º) abrir o modulo

$x-3 \begin{cases} x-3 & se \quad x-3 \geq 0 \\ -x+3 & se \quad x-3 < 0 \end{cases} \begin{cases} x-3 & se \quad x \geq 3 \\ -x+3 & se \quad x < 3 \end{cases}$

$x \to 3^+$

$x \to 3^-$

4. Use a definição formal de limite: *se* $\lim_{x\to+\infty} f(x) = L$ *então*

Dado $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que se $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $0 < |x - a| < \delta$

Para mostrar que:

$$\lim_{x\to-\frac{1}{2}}\left(\frac{4x^2-1}{2x+1}\right) = -2$$

$2x + 1 = 0$

$x = -1$

$x = -\frac{1}{2}$

$a.(x - x_1)$

$\Delta = 0 - 4.4.-1$

$\Delta = 16$

$x = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{8}$

$x = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$

$x_2 = \frac{+4}{8} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x\to-\frac{1}{2}}\left(\frac{4(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2})}{2(x+1/2)}\right) = \lim_{x\to-\frac{1}{2}}\left(2(x-\frac{1}{2})\right) = \lim_{x\to-\frac{1}{2}}\left(2x - \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\right)$

$\lim_{x\to-\frac{1}{2}}(2x-1)$

$0 < |x - a| < \delta$

$0 < |x - (-\frac{1}{2})| < \delta$

$0 < |x + \frac{1}{2}| < \delta$

$f(x) = L$

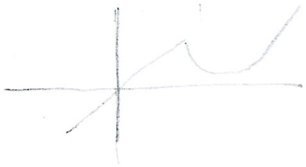
$|f(x) - L| < \varepsilon$

$|2(x) - 1 - L| < \varepsilon$

$\frac{1-1}{} = \frac{0}{0}$

5. Estude os possíveis pontos de descontinuidade da função através da continuidade através dos limites.

$$f(x) = \frac{2x+1}{\boxed{4x^2+4x+5}}$$



Baskara

$\Delta = 16 - 4 \cdot 4 \cdot 5$

$\Delta = -64$

$\therefore$ não tem raizes

$f(x) \in \mathbb{R}$

a função não será continua nos pontos onde o denominador será igual a zero.

Como o denominador não possui raizes, a f(x) não tem pontos de descontinuidade.

6. Calcule o limite:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{sen29x}{sen31x}\right)$$

$$\frac{\lim (sen\ 29x)}{\lim (sen\ 31x)} = \frac{L\left(29x \cdot \frac{sen\ 29x}{29x}\right)}{L\left(31x \cdot \frac{sen\ 31x}{31x}\right)}$$

$$= \frac{L(29x) \cdot L\left(\frac{sen\ 29x}{29x}\right)}{L(31x) \cdot L\left(\frac{sen\ 31x}{31x}\right)} = \frac{L(29x) \cdot 1}{L(31x) \cdot 1}$$

$$\lim\left(\frac{29\cancel{x}}{31\cancel{x}}\right) = \lim\left(\frac{29}{31}\right) = \frac{29}{31}$$

u

$t = x - 1$

$\frac{1 - \ln(a)}{2}$

7. Calcule o limite:

$$\lim_{x \to 1} \left(\frac{e^{x-1} - a^{x-1}}{x^2 - 1} \right)$$

Simplificar Expressão

$$\boxed{\frac{e^{x} \cdot e^{-1} - a^{x} \cdot a^{-1}}{(x-1)(x+1)}} = \frac{e^{x} \cdot e^{-1} - a^{x} \cdot a^{-1}}{x^2 - 1} = \frac{e^{x} \cdot e^{-1} - a^{x} \cdot \frac{1}{a}}{}$$

8. Calcule o limite:

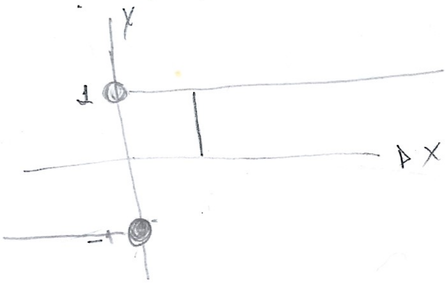
$$\lim_{x \to \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$$

9. Calcule o limite:

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2}}{3x - 6} \right) =$$

12. Construa o gráfico e analise a continuidade da função através dos limites.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ -1, & x = 0 \end{cases}$$



$f(1) = \frac{1}{1} = 1$

$f(2) = \frac{-2}{2} = -1$

$|x| = \begin{cases} x & se \ x \geq 0 \\ -x & se \ x < 0 \end{cases}$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -1$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 1$