6^a Lista de Exercícios - Pré-Cálculo

INSTITUTO FEDERAL
Catarinense
Campus Blumenau

Assuntos: Função Modular, Potenciação e Radiciação
Professor: Fabricio Alves Oliveira

Essa lista deverá ser entregue resolvida no dia da segunda prova.

(**1**) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida pela lei:

$$f(x) = \begin{cases} -2x+3, & \text{se } x \geq 0 \\ 4x^2 - x + 5, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Determine os valores de:

(a) $f(1)$

(b) $f(-1)$

(c) $f(0)$

(d) $f(3) + f(-3)$

(**2**) Construa o gráfico das seguintes funções definidas em $\mathbb{R}$ e determine o conjunto imagem.

(a) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 2 \\ 2x+1 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 3-x, & \text{se } x \leq 1 \\ x^2 - 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{se } x \leq -1 \\ 1, & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2x+3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

(d) $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x, & \text{se } x < 0 \\ x^2 - 4x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

(e) $f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{se } x < 1 \\ x^2 - 4x + 3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

(f) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & \text{se } x < -1 \\ x, & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

(**3**) Na função real $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + 1, & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 + x - 2 & \text{se } x > -2 \end{cases}$, determine os valores do domínio que tem imagem 4.

(**4**) Construa os gráficos das seguintes funções reais e determine o conjunto imagem:

(a) $f(x) = |2x - 1|$

(b) $f(x) = |2 - 3x|$

(c) $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

(d) $f(x) = |3x - 4| + 1$

(e) $f(x) = |x - 3| + x + 2$

(f) $f(x) = x^2 - 1 + |x^2 - 1|$

(g) $f(x) = |x + 1| + |x - 1|$

(h) $f(x) = |x^2 - 4| - |x - 2|$

(i) $f(x) = ||2x - 2| - 4|$

(**5**) Em um encarte de supermercado consta uma promoção de amaciante de roupas, a saber:

- preço da unidade: R\$6, 80
- acima de três unidades: R\$1, 40 de desconto por unidade

(a) Qual será a despesa total na compra de 2, 3, 4 e 5 unidades desse amaciante?

(b) Seja $x (x \in \mathbb{N})$ o número de amaciantes comprados e y o valor total (em reais) gasto. Qual é a lei da função que relaciona x e y?

(**6**) Calcule:

(a) 3^{-1} (b) -3^{-1} (c) $-(-3)^{-1}$ (d) $(-3)^{-2}$

(e) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ (f) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ (g) $-\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ (h) $(0,1)^{-2}$

(i) $(0,25)^{-3}$ (j) $(-0,5)^{2}$ (k) $(0,75)^{-2}$ (l) $\frac{1}{2^{-3}}$

(**7**) Se $a \cdot b \neq 0$, simplifique as expressões:

(a) $\dfrac{(a^3 \cdot b^{-2})^{-2} \cdot (a \cdot b^{-2})^3}{(a^{-1} \cdot b^2)^{-3}}$ (b) $(a^{-1} + b^{-1}) \cdot (a+b)^{-1}$ (c) $(a^{-2} - b^{-2}) \cdot (a^{-1} - b^{-2})^{-1}$

(**8**) Sendo $n \in \mathbb{Z}$ e $a \in \mathbb{R}^*$, simplifique as expressões:

(a) $\dfrac{a^{2n+3} \cdot a^{n-1}}{a^{2(n-1)}}$ (b) $\dfrac{a^{n+4} - a^3 \cdot a^n}{a^4 \cdot a^n}$

(**9**) Simplifique os radicais:

(a) $\sqrt{144}$ (b) $\sqrt[3]{729}$ (c) $\sqrt[4]{625}$ (d) $\sqrt[3]{72}$ (e) $\sqrt{196}$ (f) $\sqrt{324}$

(**10**) Simplifique as expressões:

(a) $\sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{72} - \sqrt{50}$

(b) $\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$

(c) $a\sqrt[3]{ab^4} + b\sqrt[3]{a^4b} + \sqrt[3]{a^4b^4} - 3ab\sqrt[3]{ab}$

(d) $\sqrt{a+\sqrt{b}} \cdot \sqrt{a-\sqrt{b}} \cdot \sqrt{a^2-b}$

(e) $(2\sqrt{xy} + x\sqrt{y} + y\sqrt{x}) : \sqrt{xy}$

(**11**) Efetue as operações indicadas com as raízes:

(a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$ (b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{30}$ (c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{18}$

(d) $\sqrt{\frac{3}{2}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$ (e) $\sqrt[3]{4} : \sqrt[4]{2}$ (f) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}$

(g) $\sqrt{6} : \sqrt{3}$ (h) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$ (i) $\dfrac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2}}$

(**12**) Efetue as operações:

(a) $(\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$

(b) $(3+\sqrt{2}) \cdot (5 - 3\sqrt{2})$

(c) $(5 - 2\sqrt{3})^2$

(d) $(\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{125}) : 2\sqrt{5}$

(**13**) Racionalize o denominador de cada fração:

(a) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ (b) $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$ (c) $\dfrac{10}{3\sqrt{5}}$ (d) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}}$

(e) $\dfrac{3}{\sqrt[4]{2}}$ (f) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ (g) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (h) $\dfrac{2}{3+2\sqrt{2}}$

(i) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ (j) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ (k) $\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$ (l) $\dfrac{\sqrt[3]{9}-1}{\sqrt[3]{3}-1}$

(**14**) Calcule, substituindo as potências de expoente racional pelos correspondentes radicais:

(a) $8^{\frac{1}{3}}$ (b) $64^{-\frac{1}{2}}$ (c) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{1}{5}}$

(e) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}}$ (f) $(0,81)^{-\frac{1}{2}}$ (g) $27^{-\frac{2}{3}}$ (h) $(0,01)^{-0,5}$

(**15**) Simplifique:

(a) $2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{4}{5}}$ (b) $\dfrac{5^{-\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}}{5^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{-\frac{3}{2}}}$ (c) $\dfrac{3^{\frac{1}{2}} + 3^{-\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{2}{3}}}$