NOME: Estevão Gazill Noschmento

No 4

As questões devem ser feitas da forma completa, com seus raciocínios, não colocar somente resposta final.

Simplificar frações e racionalizar raízes, evitar ao máximo o uso de aproximações.

Pode ser usada calculadora cientifica que não são calculadoras gráficas e/ou programáveis.

Cada QUESTÃO vale 1.25.

1. Verifique se a relação, $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definida por

 $T(x,y,z)=(x+2y-z\;,\;x+4y-y)$ é uma transformação linear.

 $V = (X_1 Y_1 Z)$

T(cx, cy, cz)= (.(x+2y-2, x+4y-2)

(cx+2cy-cz)=c.(x+2y-z, x+4y-z)

C(X+2y=Z, X+4y-Z)= C. (X+2y-Z, X+4y-Z) A propriedade da multiplicação é válida

= (x+a+2y+2b(-z-c)x+a+4y+4b-z-c)

(x+2y-z) x+4y-z) + (a+2b-c) a+4b-c)

= T(v)+T(v)

A propriedado da soma também

E transformação linear

2. Seja a transformação linear $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que: T(1,0,0) = (4,2,1), T(0,1,0) = (1,1,1) e T(0,0,1) = (-1,1,2). Calcule T(4,2,-2) Achando T(x,y,z) ((x,y,z) = (1,0,0) + (0,1,0) + (0,0,1)) $f(x,y,z) = T(x \cdot (1,0,0) + y \cdot (0,1,0) + z \cdot (0,0,1)$ $f(x,y,z) = T(x \cdot (1,0,0) + y \cdot (0,1,0) + z \cdot (0,0,1)$ $f(x,y,z) = (x \cdot (1,0,0) + y \cdot (1,1,1) + z \cdot (-1,1,2)$ $f(x,y,z) = (x \cdot (1,0,0) + y \cdot (1,1,1) + z \cdot (-1,1,2)$ $f(x,y,z) = (x \cdot (1,2,2) + y \cdot (2,2,2) + y \cdot (2,2,2)$ Substituindo para $f(x,y,z) = (x \cdot (1,2,2) + y \cdot (2,2,2) + y \cdot (2,2,2)$ $f(x,y,z) = (x \cdot (1,2,2) + y \cdot (2,2,2) + y \cdot (2,2,2)$

7(4,2,-2)=

- 3. Dado o operador limear: T(x,y,z) = (x-y-z, x+2y+3z, 2x+2y+z)
- a) Calcule o Núcleo
- b) Calcule a imagem
- c) determine as dimensões do nucleo e da imagem

a)
$$1 - 1 - 1$$
 $11 = 11 - 12$ $0 = 3 - 4$
 $1 = 2 = 3$ $1 = 2 = 3$
 $2 = 2 = 1$ $0 - 2 - 5$

portente o nucleo é composto apenas pelo vetor

(1,1,2) + 4. (1,2,2) + 2. (-1,3,1)

a imagem & composta pelos vetoros gerados pela bse

$$\{(1,1,2),(-1,2,2),(-1,3,1)\}$$

c) A dimensão do núcleo é O pois so tem o vetor nulo, portanto Dim (Im) = Dim (Dom) e a dimensão da imagem e 3 assim como a do domínio.

Vorif

4. Dados os operadores lineares:

$$T_1(x, y, z) = (3x + 4z, -3x + 2y - 7z, 2x + 2y - z) e$$

 $T_2(x, y, z) = (-x - 5y + z, -3x + 2y - z, x + 2y - z)$

Calcule a transformação composta:

 $T_1 o T_2$

Obs. quebrei em linhas para hão chegar ao fim la folha

$$T_{1} \circ T_{2} = \left(3 \cdot \left(-x - Sy + z\right) + y \cdot (x + 2y - z)\right)$$

$$-3 \cdot \left(-x - Sy + z\right) + 2 \cdot \left(-3x + 2y - z\right) - 7 \cdot (x + 2y - z),$$

$$2 \cdot \left(-x - Sy + z\right) + 2 \cdot \left(-3x + 2y - z\right) - (x + 2y - z)\right)$$



5. Use transformação inear para rotacionar por um ângulo de $\frac{\pi}{3}$ o vetor (4,5,10) no sentido anti-horário em torno do eixo x.

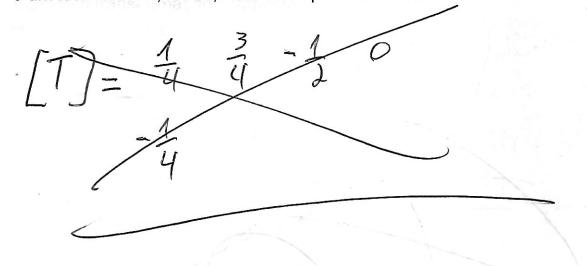
$$= (4, 5. \frac{1}{2} + 10. \frac{\sqrt{3}}{2}, 5. - \frac{\sqrt{3}}{2} + 10. \frac{1}{2})$$

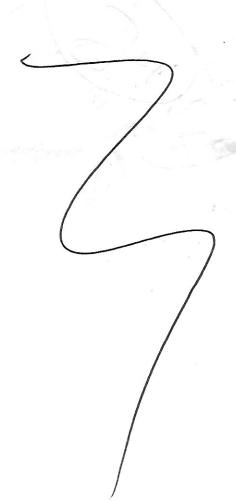
$$= (4, \frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{-5+\sqrt{3}}{2} + 10)$$

$$= (4, \frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{-5+\sqrt{3}}{2} + 5)$$

$$= (4, \frac{5+\sqrt{3}}{2}, \frac{-5+\sqrt{3}}{2} + 5)$$

6. Verifique se o operador linear $T(x,y,z,t) = \left(\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y - \frac{1}{2}z\right), \quad -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{6}z + \frac{1}{3}t\right), \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + \frac{2}{3}z - \frac{2}{3}t\right), \quad -\frac{1}{3}z + \frac{1}{3}t$ é um isomorfismo, se for, calcule o operador inverso T^{-1}





7. Determine os autovalores e autovetores associados a: T(x, y, z) = (3x + y + 8z, 2y + z, 3z), se existirem.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - \lambda & 1 & 8 \\ 0 & 2 - \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3-\lambda & 1 & 8 \\ 0 & 2-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{bmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda)(3-\lambda) = 0$$

portanto temos 3 e 2 como outovalores

Autovalores: 3 e 2 Autovalores: (1,0,0) e (-1,1,0) 8. Verifique se em T(x,y,z) = (x-y,x+2y+z,x-7y+4z) o vetor u=(1,2,8) é autovetor associado a transformação T. Em caso afirmativo, calcule o autovalor associado.

siado.
$$T(1,2,8) = (-1,13,19)$$

$$T(1,2,8) = \text{autovalor} \cdot (1,2,8)$$

$$\text{autovalor} \cdot (1,2,8) = (-1,13,19)$$

$$\text{nac existo autovalor que satisfaça}$$

$$\text{autovalor} = C$$

$$C \cdot (1,2,8) = (-1,13,19)$$

$$C = -1$$

$$2c = 13 \Rightarrow \text{substituindo} \quad C = -1 \Rightarrow -2 \neq 13$$

$$8c = 11$$

$$\text{ortanto o velor} \quad (1,2,8) \quad \text{noo e autovator}$$

$$\text{desta transformed noo tenn autovator}$$

$$\text{acsociato.}$$