INSTITUTO FEDERAL
Catarinense
Campus Blumenau

Assunto: Aplicações das integrais e Coordenadas Polares
Professor: Fabricio Alves Oliveira

Essa lista deverá ser resolvida de forma manuscrita e entregue no dia da segunda prova.

(**1**) Encontre o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada pelas curvas dadas em torno das retas especificadas. Esboce a região e o sólido.

(a) $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$; em torno do eixo x

(b) $y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 2, y = 0$; em torno do eixo x

(c) $y = \sqrt{x-1}, x = 2, x = 5, y = 0$; em torno do eixo x

(d) $x = \sqrt{y}, x = 0, y = 4$; em torno do eixo y

(e) $x = y - y^2, x = 0$; em torno do eixo y

(f) $y = x^2, y = \sqrt{x}$; em torno do eixo x

(g) $y^2 = x, x = 2y$; em torno do eixo y

(h) $y = x^{2/3}, x = 1, y = 0$; em torno do eixo y

(i) $y = x, y = \sqrt{x}$; em torno de $y = 1$

(j) $y = x^4, y = 1$; em torno de $y = 2$

(l) $y = \frac{1}{x}, y = 0, x = 1, x = 3$; em torno de $y = -1$

(m) $x = y^2, x = 1$; em torno de $x = 1$

(n) $y = x, y = \sqrt{x}$; em torno de $x = 2$

(**2**) A base de um sólido S é um disco circular de raio r. Secções transversais paralelas, perpendiculares à base são quadrados. Encontre o volume de S.

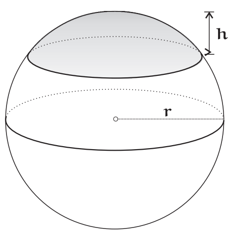
(**3**) A base de um sólido S é uma região elíptica limitada pela curva $9x^2 + 4y^2 = 36$. As secções transversais perpendiculares ao eixo x são triângulos isósceles retos com hipotenusa na base. Determine o volume do sólido S.

(**4**) Determine o volume do sólido S, cuja base é a região limitada por $y = x^2$ e $y = 1$. As secções transversais perpendiculares ao eixo y são triângulos equiláteros.

(**5**) Determine o volume do sólido S, cuja base é a região limitada por $y = x^2$ e $y = 1$. As secções perpendiculares ao eixo y são quadrados.

(**6**) Calcule o volume do sólido cuja base é o semicírculo $x^2 + y^2 \leq r^2, y \geq 0$, e cujas secções perpendiculares ao eixo x são quadrados.

(**7**) Calcule o volume da calota de uma esfera de raio r e altura h.



(**8**) Use o Método das Cascas Cilíndricas para calcular o volume do sólido gerado pela rotação da região limitada pelas curvas abaixo ao redor dos eixos especificados.

(a) $y = \frac{1}{x}, y = 0, x = 1, x = 2$; ao redor do eixo y

(b) $y = x^2, y = 0, x = 1$; ao redor do eixo y

(c) $y = e^{-x^2}, y = 0, x = 0, x = 1$; ao redor do eixo y

(d) $x = 1 + y^2, x = 0, y = 1, y = 2$; ao redor do eixo x

(e) $x = \sqrt{y}, x = 0, y = 1$; ao redor do eixo x

(**9**) Calcule os comprimentos das curvas abaixo. Utilize o *GeoGebra* para visualizar as curvas.

(a) $y = 1 + 6x^{3/2}, 0 \leq x \leq 1$

(b) $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}, 2 \leq x \leq 4$

(**10**) Calcule as áreas das seguintes superfícies de revolução.

(a) superfície de revolução obtida pelo giro de $y = x^3, 0 \leq x \leq 2$, em torno do eixo x.

(b) superfície de revolução obtida pelo giro de $y = \frac{x}{2}, 0 \leq x \leq 4$, em torno do eixo x.

(**11**) Demarcar os seguintes pontos no sistema de coordenadas polares e encontrar suas coordenadas cartesianas.

(a) $\left(-2, \frac{2\pi}{3}\right)$ (b) $\left(3, \frac{13\pi}{4}\right)$ (c) $\left(-10, \frac{\pi}{2}\right)$ (d) $\left(-10, \frac{3\pi}{2}\right)$

(**12**) Encontrar um par de coordenadas polares dos seguintes pontos:

(a) $(1, 1)$ (b) $(-1, 1)$ (c) $(-1, -1)$ (d) $(1, -1)$

(**13**) Transformar as seguintes equações para coordenadas polares:

(a) $x^2 + y^2 = 4$ (b) $x = 4$ (c) $y = 2$

(d) $y + x = 0$ (e) $x^2 + y^2 - 2x = 0$ (f) $x^2 + y^2 - 6y = 0$

(**14**) Esboce a região R no plano polar e calcule sua área:

(a) R é a região delimitada pela espiral $r = \theta$ para $0 \leq \theta \leq \pi$.

(b) R é a região delimitada pelo círculo $r = 2\text{sen}\,(\theta)$ para $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

(c) R é a região interna ao limaçon $r = 4 + 2\cos(\theta)$.

(d) R é a região interna ao cardioide $r = a(1 + \cos(\theta))$, sendo $a > 0$.

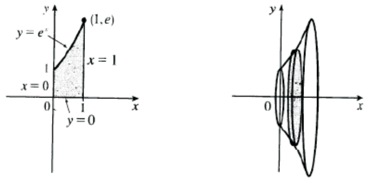
(e) R é a região de uma "pétala"da rosácea de quatro "pétalas"$r = \cos(2\theta)$.

(f) R é a região interna ao círculo $r = 2\cos(\theta)$ e externa ao círculo $r = 1$.

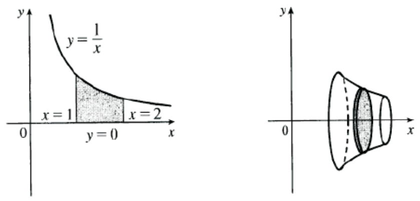
RESPOSTAS

1)

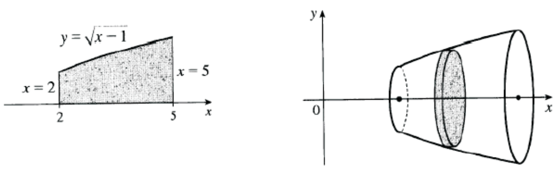
a) $V = \frac{\pi}{2}(e^2 - 1)$



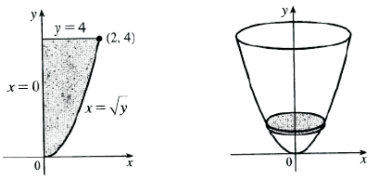
b) $V = \frac{\pi}{2}$



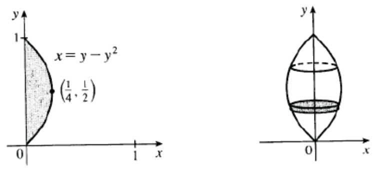
c) $V = \frac{15}{2}\pi$



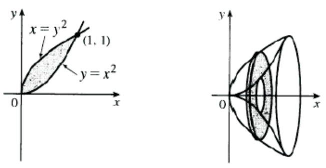
d) $V = 8\pi$



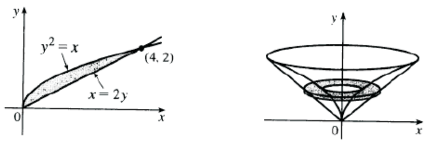
e) $V = \frac{\pi}{30}$



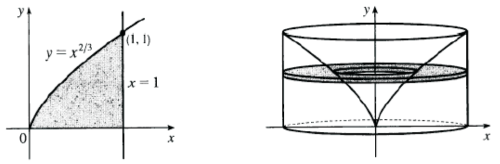
f) $V = \frac{3\pi}{10}$



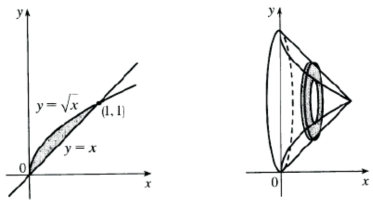
g) $V = \frac{64}{15}\pi$



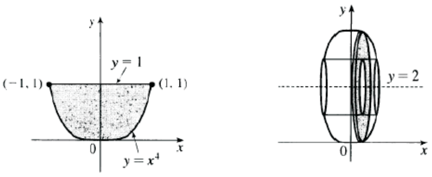
h) $V = \frac{3}{4}\pi$



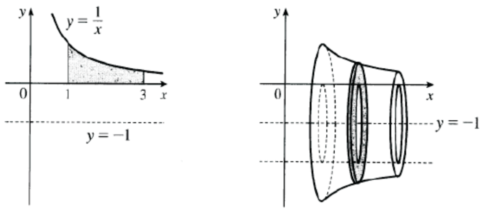
i) $V = \frac{\pi}{6}$



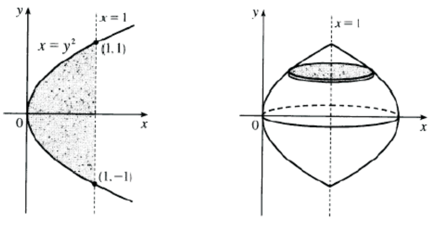
j) $V = \frac{208}{45}\pi$



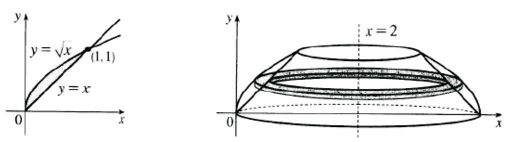
l) $V = 2\pi\left(ln\ 3 + \frac{1}{3}\right)$



m) $V = \frac{16}{15}\pi$



n) $V = \frac{8\pi}{15}$



2) $V = \frac{16}{3}r^3$

3) $V = 24$

4) $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$

5) $V = 2$

6) $V = \frac{4}{3}r^3$

7) $V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3}\right)$

8) a) $V = 2\pi$
b) $V = \frac{\pi}{2}$
c) $V = \pi\left(1 - \frac{1}{e}\right)$
d) $V = \frac{21\pi}{2}$
e) $V = \frac{4\pi}{5}$

9) a) $L = \frac{2}{243}\left(82\sqrt{82} - 1\right)$

b) $L = 6 + \frac{1}{4}\ln 2$

10) a) $\frac{\pi}{27}\left(145\sqrt{145} - 1\right)$

b) $4\sqrt{5}\pi$

11) a) $\left(1, -\sqrt{3}\right)$ b) $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ c) $(0, -10)$ d) $(0, 10)$

12) a) $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ b) $\left(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ c) $\left(\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4}\right)$ d) $\left(\sqrt{2}, \frac{7\pi}{4}\right)$

13) a) $r = \pm 2$ b) $rcos\ \theta = 4$ c) $rsen\ \theta = 2$

d) $\theta = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k$ inteiro e) $r = 2\cos\theta$ f) $r = 6sen\ \theta$