



INSTITUTO FEDERAL
Catarinense
Campus Blumenau

Assunto: Função Quadrática
Professor: Fabricio Alves Oliveira

Essa lista deverá ser entregue resolvida no dia da primeira prova.

(1) Dada a função quadrática $f(x) = 2x^2 - x - 3$, determine:

- (a) se a concavidade da parábola definida pela função está voltada para cima ou para baixo;
- (b) os zeros da função;
- (c) o vértice da parábola definida pela função;
- (d) o ponto de intersecção com o eixo y ;
- (e) o gráfico da função;
- (f) o conjunto imagem de f ;
- (g) os intervalos em que f é crescente ou decrescente;
- (h) os intervalos em que f é positiva ou negativa.

(2) Faça o gráfico das seguintes funções, com domínio em \mathbb{R} , e forneça também o conjunto imagem (use o *GeoGebra* para conferir o esboço dos gráficos).

- | | | | |
|------------------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| (a) $y = x^2 - 6x + 8$ | (b) $y = -2x^2 + 4x$ | (c) $y = x^2 - 4x + 4$ | (d) $y = (x - 3)(x + 2)$ |
| (e) $y = -x^2 + \frac{1}{4}$ | (f) $y = -3x^2$ | (g) $y = -2x^2 + 4x - 5$ | (h) $y = 4x^2 - 2x$ |

(3) Resolva, em \mathbb{R} , as equações a seguir.

- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|
| (a) $x^2 - 3\sqrt{3}x + 6 = 0$ | (b) $2(x + 3)^2 - 5(x + 3) + 2 = 0$ | (c) $x + \frac{1}{x} = 3$ |
| (d) $(-x^2 + 1)(x^2 - 3x + 2) = 0$ | (e) $x^3 + 10x^2 + 21x = 0$ | (f) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ |

(4) Encontre, em função de m , $m \in \mathbb{R}$, a quantidade de raízes da função f , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^2 - 4x + (m + 3)$.

(5) Em cada caso, obtenha a forma fatorada de f , sendo:

- (a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$
- (b) $f(x) = x^2 - x - 2$
- (c) $f(x) = x^2 - 6x + 9$
- (d) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$
- (e) $f(x) = 3x^2 + x - 2$

(6) Uma das raízes da equação $x^2 - 25x + 2p = 0$ (com $p \in \mathbb{R}$) excede a outra em 3 unidades. Encontre as raízes da equação e o valor de p .

(7) Determine o valor de m na função $f(x) = -3x^2 + 2(m - 1)x + (m + 1)$ para que seu valor máximo seja 2.

- (8) Dentre todos os números x e z de soma 6, determine aqueles cuja soma dos quadrados é mínima.
- (9) Dentre todos os retângulos de perímetro 20 cm, determine o de área máxima.
- (10) Num triângulo isósceles de base 6 cm e altura 4 cm está inscrito um retângulo. Determine o retângulo de área máxima, sabendo que a base do retângulo está sobre a base do triângulo.
- (11) Determine o conjunto D para que a função $f : D \rightarrow [3, 7]$, definida por $f(x) = x^2 - 4x + 7$ seja bijetora e crescente.
- (12) A lei que expressa o número (y) de milhares de *downloads* de um aplicativo baixado em *smartphones*, em função do número (x) de semanas transcorridas desde o instante em que esse aplicativo ficou disponível para ser baixado, é $y = -\frac{1}{50}x^2 + cx$, em que c é uma constante real. Sabendo que, ao completar uma semana do início da contagem, já haviam sido registrados 700 *downloads*, determine:
- (a) após quantas semanas do lançamento do aplicativo o número de *downloads* foi máximo e qual esse número;
 - (b) após quantas semanas, no mínimo não foram registrados mais *downloads* desse aplicativo.
- (13) Resolva, em \mathbb{R} , as inequações:
- | | | |
|--|--|---|
| (a) $x^2 - 3x + 2 > 0$ | (b) $-3x^2 - 8x + 3 \leq 0$ | (c) $(x^2 - x - 2)(-x^2 + 4x - 3) > 0$ |
| (d) $(x^2 + x - 6)(-x^2 - 2x + 3) \geq 0$ | (e) $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$ | (f) $\frac{2x^2 + x - 1}{2x - x^2} \leq 0$ |
| (g) $\frac{4x^2 + x - 5}{2x^2 - 3x - 2} > 0$ | (h) $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$ | (i) $\frac{x^2 + 3x - 16}{-x^2 + 7x - 10} \geq 1$ |
| (j) $\frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2} \geq 0$ | (k) $\frac{x - 3}{x - 2} \leq x - 1$ | (l) $\frac{x}{x + 1} - \frac{x}{x - 1} \geq 0$ |

Respostas

(1)

- (a) concavidade voltada para cima
- (b) $x = -1$ e $x = \frac{3}{2}$
- (c) $V = (\frac{1}{4}, -\frac{25}{8})$
- (d) $(0, -3)$
- (f) $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} : y \geq -\frac{25}{8}\}$
- (g) crescente: $(\frac{1}{4}, +\infty)$; decrescente: $(-\infty, \frac{1}{4})$
- (h) positiva: $(-\infty, -1)$, $(\frac{3}{2}, +\infty)$; negativa: $(-1, \frac{3}{2})$

(3)

- (a) $S = \{\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\}$
- (b) $S = \{-\frac{5}{2}, -1\}$
- (c) $S = \{\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\}$
- (d) $S = \{-1, 1, 2\}$
- (e) $S = \{-7, -3, 0\}$
- (f) $S = \{-2, -1, 1, 2\}$

(4) $m < 1 \Rightarrow 2$ raízes; $m = 1 \Rightarrow 1$ raiz; $m > 1 \Rightarrow$ não tem raiz real

(5)

- (a) $f(x) = (x-2)(x-1)$
- (b) $f(x) = (x-2)(x+1)$
- (c) $f(x) = (x-3)^2$
- (d) $f(x) = 2(x - \frac{1}{2})(x-1)$
- (e) $f(x) = 3(x - \frac{2}{3})(x+1)$

(6) As raízes são $x = 11$ e $x = 14$; $p = 77$.

(7) $m = -2$ ou $m = 1$.

(8) $x = 3$ e $z = 3$.

(9) quadrado de lado 5 cm.

(10) retângulo de lados 2 cm e 3 cm.

(11) $D = [2, 4]$

(12)

- (a) 18 semanas; 6480 *downloads*
- (b) 36 semanas

(13)

- (a) $S = \{x \in \mathbb{R} : x < 1 \text{ ou } x > 2\}$
- (b) $S = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -3 \text{ ou } x \geq \frac{1}{3}\}$
- (c) $S = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1 \text{ ou } 2 < x < 3\}$
- (d) $S = \{x \in \mathbb{R} : x = -3 \text{ ou } 1 \leq x \leq 2\}$
- (e) $S = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1 \text{ ou } x > 2\}$
- (f) $S = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -1 \text{ ou } 0 < x \leq \frac{1}{2} \text{ ou } x > 2\}$
- (g) $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -\frac{5}{4} \text{ ou } -\frac{1}{2} < x \leq 1 \text{ ou } x > 2\}$

- (h) $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -3 \text{ ou } x \geq 0\}$
- (i) $S = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 2 \text{ ou } 3 \leq x < 5\}$
- (j) $S = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 1 \text{ ou } x > 2\}$
- (k) $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$
- (l) $S = \{x \in \mathbb{R} : x < -1 \text{ ou } 0 \leq x < 1\}$