IFC-BLUMENAU-21/03/24-EEB0908 ÁLGEBRA LINEAR-24/1-PROF. CECHETTO-PROVA 1-P1

Nome Estevão Goerll Nascimento

- Cada questão vale 1 ponto.
- Proibido o uso de qualquer material de consulta.
- Liberado o uso de calculadora comum e/ou cientifica, desde que não sejam calculadoras gráficas, que calculem matrizes, determinantes, sistemas, tenha wifi, seja celular.
- Todas as questões devem ser feitas mostrando os raciocínios e cálculos envolvidos.
- Frações devem ser simplificadas e não podem ser escritas em forma de decimais aproximados.

1. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule o valor de x tal que:

$$x = det(A^{-1}) + det(BC) + det(CD + E)$$

$$B(=\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10+0 & 10+4 \\ -4+0 & 4-16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 14 \\ 4 & -12 \end{pmatrix}$$

$$CD + E = \begin{pmatrix} -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$
 $\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$

$$\frac{1}{3}c + \frac{1}{3}c = 1$$

$$\frac{1}{3}b + \frac{1}{3}d = 0$$

$$\frac{1}{2}c + \frac{1}{3}c = 0$$

$$\frac{1}{2}b + \frac{1}{3}d = 1$$

3.
$$(\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}c) - 2$$
, $(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}c) = 3 - 0$

$$9430-6-36=3$$

 $96-46=3$ $66=3$ $6=3$ $6=3$

$$\frac{1}{3}a = 1 - \frac{1}{2}c$$
 $\frac{1}{3}a = -\frac{1}{3}s$
 $a = \frac{1}{3}a$

3.
$$(\frac{1}{3}\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\frac{1}{3}) - 2 \cdot (\frac{1}{3}\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac$$

2. Uma matriz quadrada A se diz ortogonal se A é inversível e $A^{-1} = A^{t}$. Determine os números reais x, y e z tais que a matriz B seja ortogonal. Determine todas as soluções.

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x & y & z \end{bmatrix}$$

$$B^{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & \sqrt{2} & y \\ 0 & \sqrt{2} & z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 \\
0 & = = \\
X & Y & z
\end{pmatrix}$$

$$BT & 1 & 0 & X \\
0 & = & Y \\
0 & = & Z
\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

$$X = 0$$

OV

$$y^2 + (-y)^2 = 1$$

3. Resolva o sistema matricial para definir as matrizes X e Y.

$$\begin{cases} X + Y + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ \frac{3}{2} & 4 \end{bmatrix} \\ X - Y = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} X + Y + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{array}$$

$$x+y = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X-Y=\begin{bmatrix} y & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(x+y)-(x-y)$$

$$\begin{array}{c} X + \begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{4}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Escalone completamente a matriz:

$$D = D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

5. Calcule, caso exista, a matriz inversa da matriz abaixo.

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0 \end{bmatrix}$$

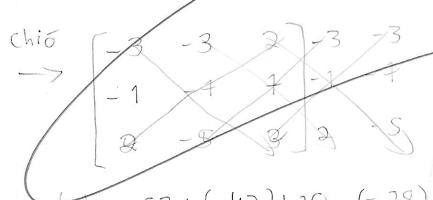
Se não existir a inversa, justifique.

$$\begin{bmatrix}
 A^{-1} & = 1 & 2 & 1 & 3 \\
 4 & 2 & 2 & 2 \\
 4 & 2 & +5 & +3
 \end{bmatrix}$$

6. Calcule o determinante da matriz abaixo:

$$C = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & -4 & 1 \\ -2 & 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

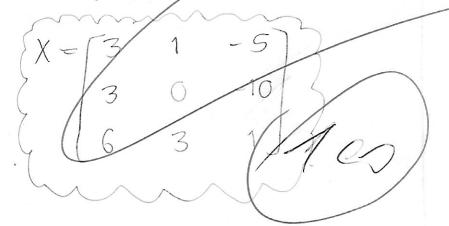
$$\begin{array}{c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -3 & -1 \\ -2 & 2 & -3 & -1 \end{array}$$



7. Calcule o valor de X em $3X + 2A = B^t + 2X$, se:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



8. Resolva a desigualdade no conjunto dos números reais:

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & -5 \\ x & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} \ge \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & x & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{vmatrix}$$

$$1 + 15x + 18 - 2x = 13x + 19$$

$$x = -1$$

9. Calcule o valor de x no conjunto dos números reais, sabendo que o valor do determinante abaixo é -79

$$\begin{vmatrix} 2^{x} & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{1 - 2^{x}} \xrightarrow{2 + 3 \cdot 2^{x}} \xrightarrow{2^{x} + 1} \xrightarrow{1 - 2^{x}} \xrightarrow{1$$

10. Calcule o valor do determinante:

det(A) = 0. C2, +1. C2+0. C23+0. C24+ 0.625

