[redacted]

IFC Blumenau – Cálculo I – prova 2 – 07/05/2024 - Prof. Cechetto

NOME: Giovani Zanella **nº** 9

Orientações:

- Permitido o uso de calculadora comum e/ou cientifica não programável e não gráfica.
- Há uma tabela de derivadas e várias fórmulas, anexa a esta avaliação, sendo o único material de consulta permitido.
- Proibido qualquer tipo de empréstimo durante a avaliação e qualquer aparelho eletrônico não previsto no item anterior.
- Cada item vale 0,625 ponto e devem ser feitos de forma completa, com seus respectivos raciocínios.
- Produtos notáveis simples devem ser feitos, procurar deixar os expoentes positivos nos resultados finais.

1. Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = x^2 - 2x - 8$ no ponto onde $x = 2$. (não é necessário usar a definição de derivada)

$f(x) = x^2 - 2x - 8$

$f'(x) = 2x - 2$

$f(2) = 2^2 - 2.2 - 8$

$f(2) = 4 - 4 - 8$

$f(2) = -8$

$P(2, -8)$

achar coeficiente ângular

1,25

$f'(2) = 2.2 - 2$

$f'(2) = 2$

$\boxed{a = 2}$

$\boxed{y = 2x - 12}$

$y = ax + b$

$-8 = 2.2 + b$

$-8 = 4 + b$

$b = -12$

2. Verifique se a função $f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x & \forall x \leq -1 \\ 5x - 4 & \forall x > -1 \end{cases}$ é derivável no ponto em que $x = -1$

• verificar se é contínua

$(-1)^3 + 3(-1) = -1 - 3 = -4$

$5.(-1) - 4 = -5 - 4 = -9$

∴ Como a função não é contínua no ponto $x = -1$, logo ela não é derivável

limites laterais feito no rascunho como uma segunda forma de comprovar

10

3. Mostre que se $f(x) = \sqrt[3]{x}$ então a sua derivada é $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$, usando a definição de derivada através do limite: $f'(x) = \lim_{h \to 0}\left(\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\right)$

$$\lim_{h \to 0}\left(\frac{\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x}}{h}\right) = \lim\left(\frac{\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x}}{h} \cdot \frac{\sqrt[3]{(x+h)^2} + \sqrt[3]{x+h} \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{(x+h)^2}}\right.$$

4. Mostre que se $f(x) = sen(x)$ então a sua derivada é $f'(x) = cos(x)$, usando a definição de derivada através do limite: $f'(x) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$

$$\lim_{h \to 0} \left(\frac{sen(x+h) - sen\, x}{h} \right) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{(sen\, x \cdot cos\, h) + (cos\, x \cdot sen\, h) - sen\, x}{h} \right)$$

$$\lim \left(\frac{sen\, x \cdot (cos\, h - 1) + cos\, x \cdot sen\, h}{h} \right)$$

$$\lim \left(\frac{sen\, x \cdot (cos\, h - 1)}{h} \right) + \lim \left(\frac{cos\, x \cdot sen\, h}{h} \right)$$

$$sen\, x \cdot \left(\lim_{h \to 0} \left(\frac{cos\, h - 1}{h} \right)^{\to 0} \right) + cos\, x \cdot \left(\lim_{h \to 0} \left(\frac{sen\, h}{h} \right)^{\to 1} \right)$$

limite fundamental do seno

$$sen\, x \cdot 0 + cos\, x \cdot 1$$

$$= cos\, x$$

5. Seja a função: $y = \frac{1}{7x^2} - \frac{3}{5x} + \frac{x^2}{5}$
Ache a taxa de variação instantânea no ponto $x = 2$

$\left(\frac{1}{7x^2}\right)' = \frac{-14}{49x^4}$

$\left(\frac{-3}{5x}\right)' = \frac{-15}{25x^2}$

$\left(\frac{x^2}{5}\right)' = \frac{10}{25}$

Derivei as frações separadas

$\frac{-14}{49x^4} + \frac{15}{25x^2} + \frac{10x}{25} = \frac{-350 + 735 + 490x}{1225x^6}$

$= \frac{-10 + 21x + 14x^4}{35x^3}$

//

6. Calcule a derivada de ordem 5 da função: $y = \frac{3}{e^{2x}}$

$$y = \left(\frac{3}{e^{2x}}\right)$$

$$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x$$

$$g(x) = 2x \quad g'(x) = 2$$

$$e^{2x} \cdot 2$$

$$y' = \frac{(3)' \cdot e^{2x} - 3 \cdot (e^{2x})'}{(e^{2x})^2} = \frac{0 - 3 \cdot (\cancel{e^{2x}} \cdot 2)}{(e^{2x})^{\cancel{2}}} = \frac{-6}{e^{2x}}$$

$$y'' = \frac{0 - 6 \cdot (\cancel{e^{2x}} \cdot 2)}{(e^{2x})^{\cancel{2}}} = \frac{-12}{e^{2x}}$$

$$y''' = \left(\frac{-12}{e^{2x}}\right)' = \frac{0 - (-12 \cdot \cancel{e^{2x}} \cdot 2}{(e^{2x})^{\cancel{2}}} = \frac{+24}{e^{2x}}$$

$$y'''' = \left(\frac{24}{e^{2x}}\right)' = \frac{-48}{e^{2x}}$$

$$y''''' = \left(\frac{-48}{e^{2x}}\right)' = -\frac{96}{e^{2x}}$$

10

Percebi que o denominador é sempre a dobro, apenas intercalando o sinal

7. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$y = [arcsenh(x)]^3$

$y = [\operatorname{sen} h^{-1}(x)]^3$

$$\boxed{y' = \frac{3 \cdot (\operatorname{sen} h^{-1} x)^2}{\sqrt{1 + x^2}}}$$

$f(x) = x^3$ $\quad g(x) = \operatorname{sen} h^{-1} x$

$f'(x) = 3x^2$ $\quad g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

$= 3 \cdot (\operatorname{sen} h^{-1} x)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$

$= \frac{3 \cdot (\operatorname{sen} h^{-1} x)^2}{\sqrt{1 + x^2}}$

10

8. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$y = \sqrt[4]{sec(4x)}$

$f(x) = \sqrt[4]{x}$

$f(x) = x^{\frac{1}{4}}$

$f'(x) = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}}$

$g(x) = sec(4x)$

$g'(x) = sec\ 4x \cdot tg\ 4x \cdot 4$

$y' = \frac{1}{4} \cdot (sec\ 4x)^{-\frac{3}{4}} \cdot sec\ 4x \cdot tg\ 4x \cdot 4$

$y' = \frac{(sec\ (4x))^{-\frac{3}{4}}}{\cancel{4}} \cdot sec\ 4x \cdot tg\ 4x \cdot \cancel{4}$

$y' = sec\ (4x)^{-\frac{3}{4}} \cdot sec\ 4x \cdot tg\ 4x$

$y' = \frac{1}{(sec\ 4x)^{3/4}} \cdot sec\ 4x \cdot tg\ 4x$

$y' = \frac{\cancel{sec\ 4x} \cdot tg\ 4x}{(sec\ 4x)^{\frac{3}{4}-1}}$

$$\boxed{y' = \frac{tg\ 4x}{(sec\ 4x)^{-\frac{1}{4}}}}$$

$g(x) = sec\ (4x)$

$h(x) = sec\ x$

$h'(x) = sec\ x \cdot tg\ x$

$i(x) = 4x$

$i'(x) = 4$

$sec\ 4x \cdot tg\ 4x \cdot 4$

$\frac{3}{4} - \frac{1}{1} = \frac{3-4}{4} = \frac{-1}{4}$

9. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$y = sen(4x) \cdot cos^2(x)$

10. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$$y = \frac{\overbrace{tg(2x+3)}^{f(x)}}{\underbrace{5x}_{g(x)}}$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{(tg(2x+3))' \cdot 5x - (tg(2x+3)) \cdot (5x)'}{25x^2}$$

$$= \frac{sec^2(2x+3) \cdot 2 \cdot 5x - tg(2x+3) \cdot 5}{25x^2}$$

$$= \frac{sec^2(2x+3) \cdot 10x - tg(2x+3) \cdot 5}{25x^2}$$

10

$f(x) = tg\ x$

$f'(x) = sec^2 x$

$g(x) = 2x + 3$

$g'(x) = 2$

$sec^2(2x+3) \cdot 2$

11. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$$y = [log(x)]^{(10x^2)}$$

$\ln y = \ln\left([\log(x)]^{10x^2}\right) \Leftarrow\!\!\Rightarrow (\ln y)' = \left(10x^2 \cdot \ln(\log x)\right)'$

$\frac{y'}{y} = (10x^2)' \cdot \ln(\log x) + 10x^2 \cdot (\ln(\log(x)))'$

$\frac{y'}{y} = 20x \cdot \ln(\log x) + 10x^2 \cdot \frac{1}{\log x \cdot x \cdot \ln a}$

$y' = 20x \cdot \ln(\log x) + 10x^2 \cdot (\log x \cdot x \cdot \ln a)^{-1} \cdot [\log(x)]^{(10x^2)}$

$y' =$

9,5

$f(x) = \ln x$ $\qquad g(x) = \log x$

$f'(x) = \frac{1}{x}$ $\qquad g'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

$\frac{1}{\log x} \cdot \frac{1}{x \cdot \ln a} = \frac{1}{\log x \cdot x \cdot \ln a}$

12. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$$y = \left(\frac{4}{5}x\right)^{\sqrt{x}}$$

13. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$$y = ln\left(\frac{x^3+x^2}{x+2}\right)$$

$f(x) = \ln x$

$f'(x) = \frac{1}{x}$

$$g(x) = \frac{\overbrace{x^3 + x^2}^{i(x)}}{\underbrace{x+2}_{j(x)}}$$

$$g'(x) = \frac{(x^3+x^2)' \cdot (x+2) - (x^3+x^2) \cdot (x+2)'}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{(3x^2+2x) \cdot (x+2) - (x^3+x^2) \cdot 1}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{3x^3 + 6x^2 + 2x^2 + 4x - x^3 - x^2}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 7x^2 + 4x}{(x+2)^2}$$

$$y' = \frac{1}{\left(\frac{x^3+x^2}{x+2}\right)} \cdot \frac{2x^3+7x^2+4x}{(x+2)^2} \Rightarrow \frac{x+2}{x^3+x^2} \cdot \frac{2x^3+7x^2+4x}{(x+2)^2}$$

10

$$y' = \frac{2x^3+7x^2+4x}{(x^3+x^2) \cdot (x+2)} = \frac{2x^3+7x^2+4x}{x^4 + 2x^3 + x^3 + 2x^2} = \frac{2x^3+7x^2+4x}{x^4+3x^3+2x^2}$$

$$\boxed{y = \frac{2x^2 + 7x + 4x}{x^3 + 3x^2 + 2x}}$$

14. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$y = arccos(ln(x))$

$f(x) = \arccos x$

$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$g(x) = \ln x$

$g'(x) = \frac{1}{x}$

$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-(\ln(x))^2}} \cdot \frac{1}{x}$

$$\boxed{y' = \frac{-1}{x\sqrt{1-(\ln(x))^2}}}$$

1,5

15. Calcule a derivada $y' = \frac{dy}{dx}$ da função $y = f(x)$ usando a tabela de derivadas e a regra da cadeia.

$$y = (e^{5x}) \cdot (3x + 2) \cdot (sen(2x))$$

16. Calcule a derivada y' da função implícita, sendo que $y = f(x)$ e $y' = \frac{dy}{dx}$

$$x^2y - 5x^3 + y^3 = cosx$$