在 GPD 计算中,按照何方成师兄的那篇文章,可以看到振幅里面会忽略一些电磁相关的系数,例如 C_B^{mag} ,这是因为,首先,GPD 计算中的电磁系数和形状因子的电磁系数有所区别,电磁系数是来自电磁流的,可以参见阳明杨师兄的 pdf 笔记,而 gpd 计算中,流是夸克的流而非核子的流,在形状因子中则是强子电磁流,所以此时采用的电磁系数不一样,这也是为什么 gpd 计算中存在 pi0。实际上对于磁系数,和之前算 s 夸克的奇异形状因子是一样的,u 夸克的磁系数就相当于把电荷矩阵变为 (1,0,0),这样由于有一点区别从而在写文章的时候选择了把电磁系数放到另外的地方让振幅和之前的文章几乎一致,第二在输入 GPD 做卷积的时候,输入 GPD 实际上是有一个归一化要求的,例如对于质子中间态的彩虹图,需要满足

$$\int_{-\xi}^{1} H(x,\xi,0)dx = 2$$
$$\int_{-\xi}^{1} E(x,\xi,0)dx = 2c_2$$

其中具体积分之后的值来自夸克电磁流

具体而言,对于 u 夸克,电磁流是

其中每一项都和一个图对应,例如 $2\bar{p}\gamma^{\mu}p$ 对应质子中间态的彩虹图,也就是上面 H=2 的来源,

可以看到质子彩虹图中,电顶点要求 2,磁顶点要求 $2c_2$,转移磁矩中,首先转移磁矩应该是磁,不该有电,而 H 的 su3 对称性要求给出的 H 是 $H^u-2H^d=0$,刚好满足,磁则对应 $(-c4/\sqrt{3})$ 。而对于介子彩虹图,KR 图,tadpole 和 bubble 图,在文章中可以看到,所有系数都被放到振幅里面去了,对于输入则不需要有进一步的额外系数,只要求输入的 GPD 能够归一化,即

$$\int_{-\xi}^{1} H(x,\xi,0)dx = 1$$
$$\int_{-\xi}^{1} E(x,\xi,0)dx = 1$$

对于何方成师兄文章中,KR 图的系数是 1/(F-D),这个是从 su3 对称性得到的,实际计算中不用,只看输入的拟合 GPD 的归一系数。

$$\begin{split} J_u^\mu &= 2\bar{p}\gamma^\mu p + \bar{n}\gamma^\mu n + \bar{\Lambda}\gamma^\mu \Lambda + 2\bar{\Sigma}^+\gamma^\mu \Sigma^+ + \bar{\Sigma}^0\gamma^\mu \Sigma^0 - \frac{1}{2f^2}\,\bar{p}\gamma^\mu p\, \big(\pi^+\pi^- + 2K^+K^-\big) \\ &+ 3\bar{\Delta}_\alpha^{++}\gamma^{\alpha\beta\mu}\Delta_\beta^{++} + 2\bar{\Delta}_\alpha^+\gamma^{\alpha\beta\mu}\Delta_\beta^+ + \bar{\Delta}_\alpha^0\gamma^{\alpha\beta\mu}\Delta_\beta^0 + 2\bar{\Sigma}_\alpha^{*+}\gamma^{\alpha\beta\mu}\Sigma_\beta^{*+} + \bar{\Sigma}_\alpha^{*0}\gamma^{\alpha\beta\mu}\Sigma_\beta^{*0} \\ &+ i\left(\pi^-\partial^\mu\pi^+ - \pi^+\partial^\mu\pi^-\right) + i\left(K^-\partial^\mu K^+ - K^+\partial^\mu K^-\right) \\ &- \frac{i(D+F)}{\sqrt{2}f}\bar{p}\gamma^\mu\gamma_5 n\,\pi^+ + \frac{i(D+3F)}{\sqrt{12}f}\bar{p}\gamma^\mu\gamma_5 \Lambda\,K^+ - \frac{i(D-F)}{2f}\bar{p}\gamma^\mu\gamma_5 \Sigma^0\,K^+ \\ &+ \frac{i\,\mathcal{C}}{\sqrt{12}f}\left(\sqrt{6}\,\bar{p}\,\Theta^{\mu\nu}\Delta_\nu^{++}\,\pi^- + \sqrt{2}\,\bar{p}\,\Theta^{\mu\nu}\Delta_\nu^0\,\pi^+ + \bar{p}\,\Theta^{\mu\nu}\Sigma_\nu^{*0}\,K^+ + \text{H.c.}\right) \\ &+ \frac{1}{4M_B}\partial_\nu(\bar{p}\sigma^{\mu\nu}p)\left[4c_2\Big(1 - \frac{1}{2f^2}K^+K^-\Big) - \frac{(c_1+c_2)}{f^2}\pi^+\pi^-\right] + \frac{c_2-c_1}{2M_B}\partial_\nu(\bar{n}\sigma^{\mu\nu}n) \\ &+ \frac{3c_2-2c_1}{6M_B}\partial_\nu(\bar{\Lambda}\sigma^{\mu\nu}\Lambda) + \frac{c_1}{2\sqrt{3}M_B}\partial_\nu(\bar{\Lambda}\sigma^{\mu\nu}\Sigma^0) + \frac{c_2}{M_B}\partial_\nu(\bar{\Sigma}^+\sigma^{\mu\nu}\Sigma^+) + \frac{c_2}{2M_B}\partial_\nu(\bar{\Sigma}^0\sigma^{\mu\nu}\Sigma^0) \\ &+ \frac{ic_4}{4\sqrt{3}M_B}\partial^\nu\left[\bar{p}(\gamma_\nu\gamma_5\Delta^{+\mu} - \gamma^\mu\gamma_5\Delta_\nu^+) + \bar{n}(\gamma_\nu\gamma_5\Delta^{0\mu} - \gamma^\mu\gamma_5\Delta_\nu^0) - \bar{\Sigma}^+(\gamma_\nu\gamma_5\Sigma^{*+\mu} - \gamma^\mu\gamma_5\Sigma_\nu^{*+}) \right] \end{split}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}\bar{\Lambda}(\gamma_{\nu}\gamma_{5}\Sigma^{*0\mu} - \gamma^{\mu}\gamma_{5}\Sigma_{\nu}^{*0}) + \frac{1}{2}\overline{\Sigma}^{0}(\gamma_{\nu}\gamma_{5}\Sigma^{*0\mu} - \gamma^{\mu}\gamma_{5}\Sigma_{\nu}^{*0}) \bigg] \\ - \frac{F_{2}^{T}}{6M_{T}}\partial_{\nu}\bigg[3\overline{\Delta}_{\alpha}^{++}\sigma^{\mu\nu}\Delta^{++\alpha} + 2\overline{\Delta}_{\alpha}^{+}\sigma^{\mu\nu}\Delta^{+\alpha} + \overline{\Delta}_{\alpha}^{0}\sigma^{\mu\nu}\Delta^{0\alpha} + 2\overline{\Sigma}_{\alpha}^{*+}\sigma^{\mu\nu}\Sigma^{*+\alpha} + \overline{\Sigma}_{\alpha}^{*0}\sigma^{\mu\nu}\Sigma^{*0\alpha}\bigg],$$

图 1: 电磁流