

Morfologia Matematica

La morfologia matematica si basa sull'interazione tra un'immagine e una piccola forma chiamata **Elemento Strutturante (SE)**. L'SE agisce come una "sonda" che scivola sull'immagine per modificarla

Regola IMPORTANTE: Per convenzione, le operazioni morfologiche lavorano su **oggetti chiari su sfondo scuro**. Se si ha il contrario, basta invertire l'immagine.

Creare un Elemento Strutturante (SE)

L'SE è una piccola matrice binaria che definisce la forma della nostra "sonda".

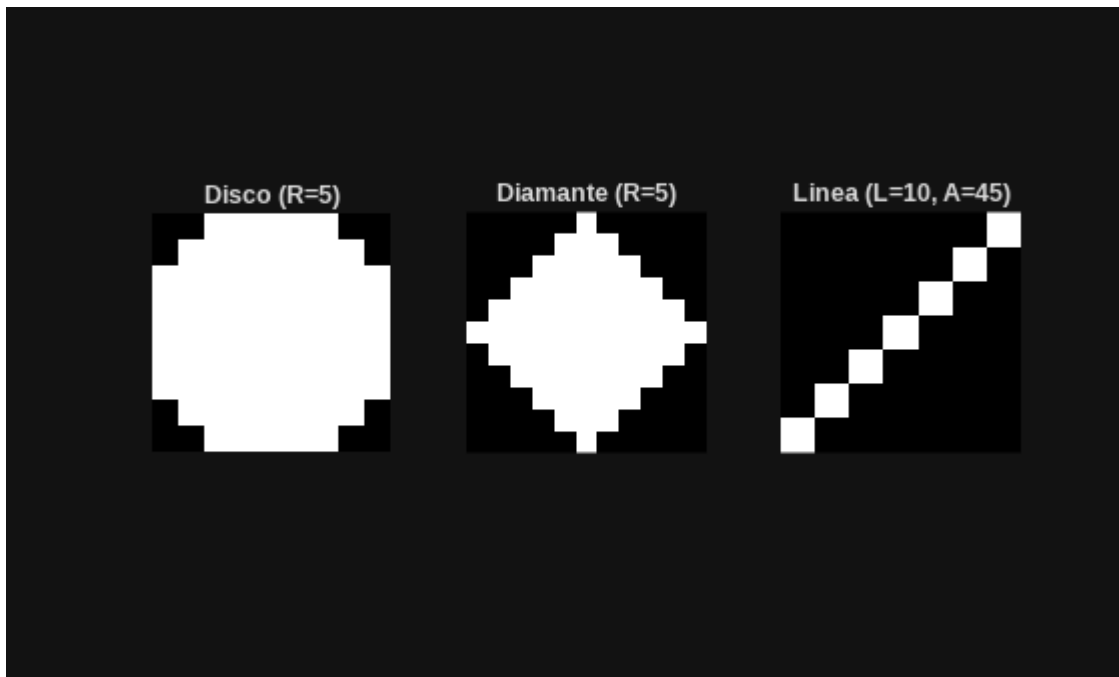
In matlab possiamo crearli facilmente con la funzione `strel`

```
% SE a forma di disco, raggio 5 pixel
se_disco = strel("disk",5);

% Se a forma di diamante
se_diamante = strel("diamond",5);

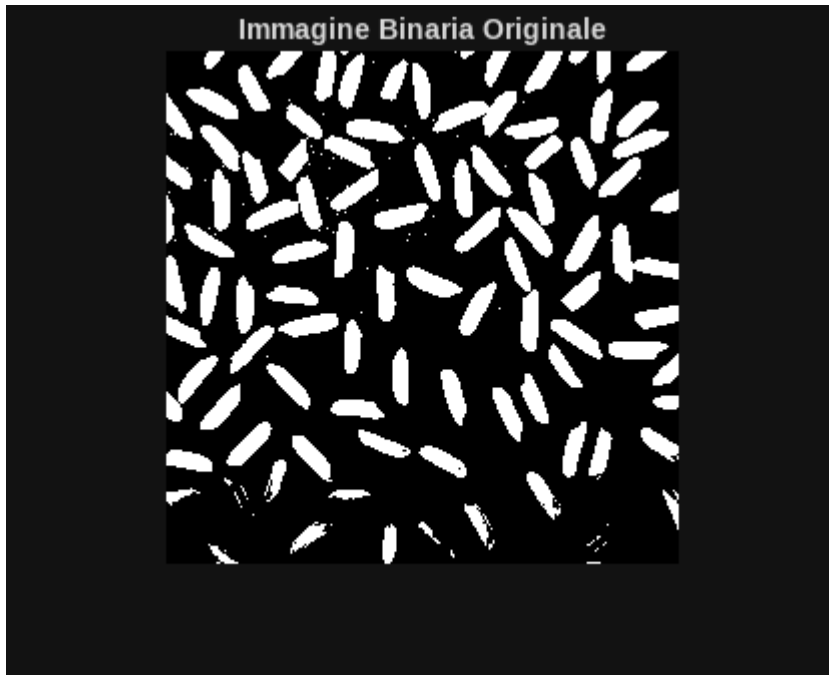
% Se a forma di linea, lunghezza 10 pixel, angolo 45°
se_linea = strel("line", 10, 45);

subplot(1, 3, 1); imshow(se_disco.Neighborhood); title('Disco (R=5)');
subplot(1, 3, 2); imshow(se_diamante.Neighborhood); title('Diamante (R=5)');
subplot(1, 3, 3); imshow(se_linea.Neighborhood); title('Linea (L=10, A=45)');
```



Gli Operatori di Base - Erosione e Dilatazione

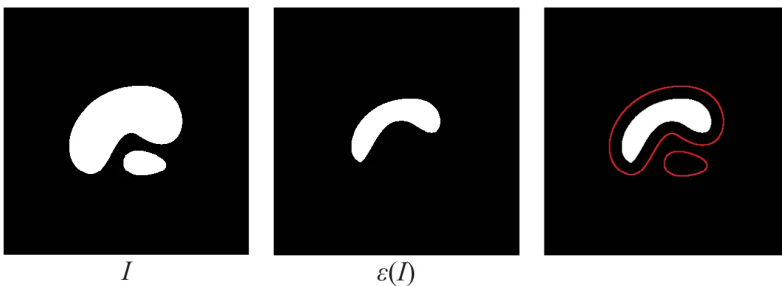
```
img_binaria = imread("rice.png");
img_binaria = imbinarize(img_binaria);
figure; imshow(img_binaria); title('Immagine Binaria Originale');
```



Erosione

L'erosione **restringe** o **assottiglia** gli oggetti chiari. Rimuove i pixel dai bordi degli oggetti. Un oggetto più piccolo dell'elemento strutturante verrà completamente eliminato.

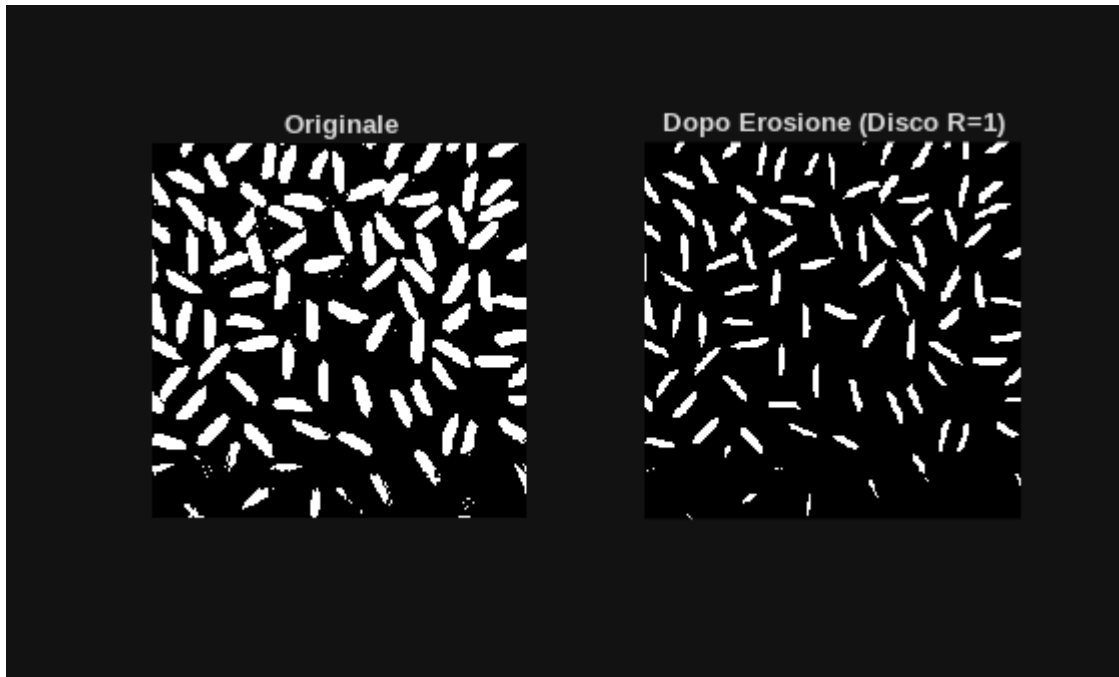
Concetto: Un pixel rimane bianco solo se l'intero elemento strutturante non entra in contatto con un valore 0 dell'immagine (min). Il valore del pixel nell'immagine elaborata è il **minimo** dei valori coperti dall'elemento strutturante.



```
% usiamo un SE piccolo per un effetto leggero
se = strel("disk",2);

% Applichiamo l'erosione
img_erosa = imerode(img_binaria,se);

figure('Name', 'Erosione');
subplot(1, 2, 1); imshow(img_binaria); title('Originale');
subplot(1, 2, 2); imshow(img_erosa); title('Dopo Erosione (Disco R=1)');
```

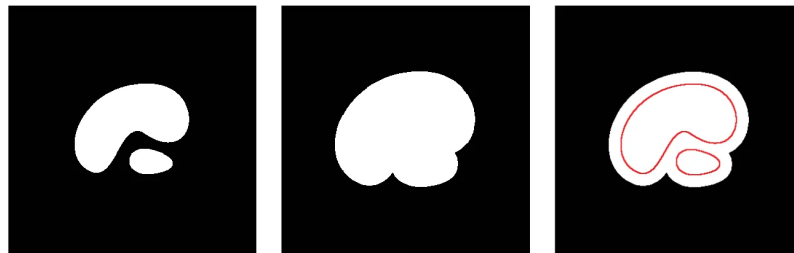


Dilatazione

La dilatazione **espande** o **ispessisce** gli oggetti chiari. Aggiunge pixel ai bordi degli oggetti, riempiendo piccoli buchi o collegando parti vicine.

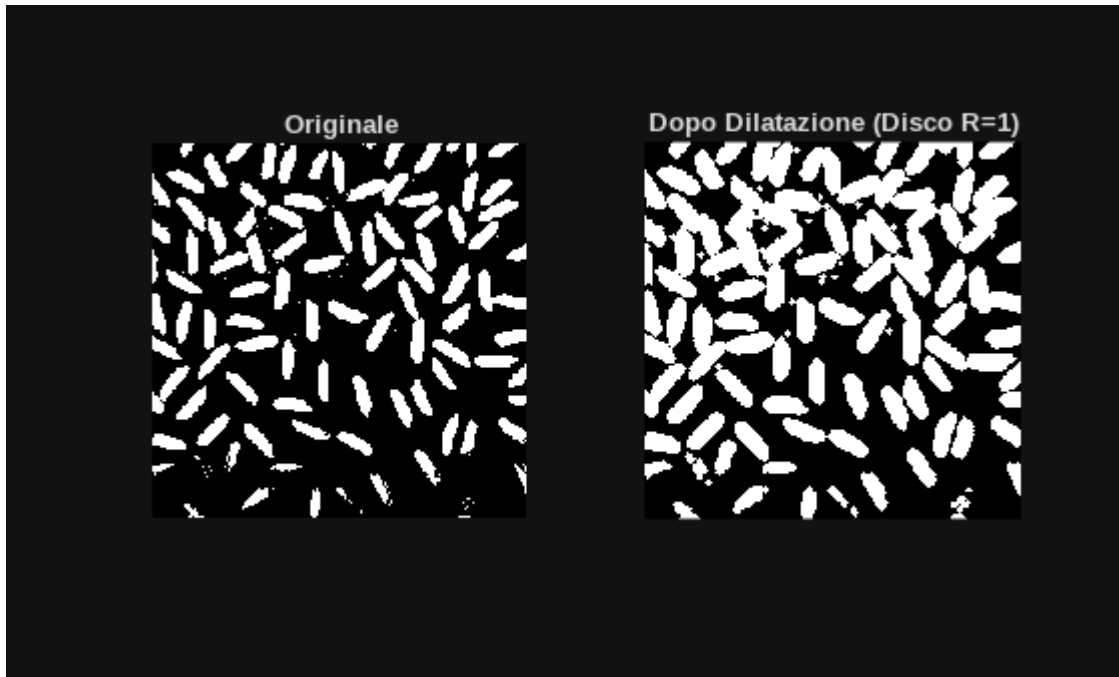
Concetto: Un pixel diventa bianco se anche solo una parte dell'elemento strutturante, centrato su quel pixel, tocca un pixel bianco dell'immagine (max). Il valore del pixel nell'immagine elaborata è il **massimo** dei valori

$$\max_{S}$$



coperti dall'elemento strutturante.

```
% usiamo il SE precedente
% Applichiamo la dilatazione
img_dilatata = imdilate(img_binaria,se);
figure('Name', 'Dilatazione');
subplot(1, 2, 1); imshow(img_binaria); title('Originale');
subplot(1, 2, 2); imshow(img_dilatata); title('Dopo Dilatazione (Disco R=1)');
```



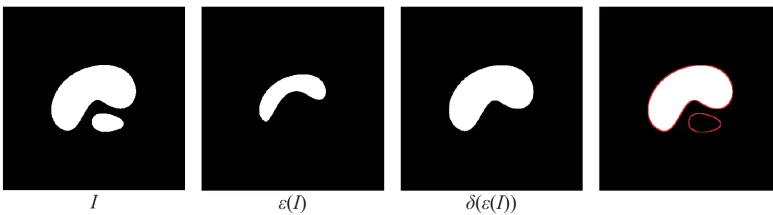
Operatori Composti

Apertura

L'apertura è un **EROSIONE** seguita da una **DILATAZIONE** con lo stesso elemento strutturante.

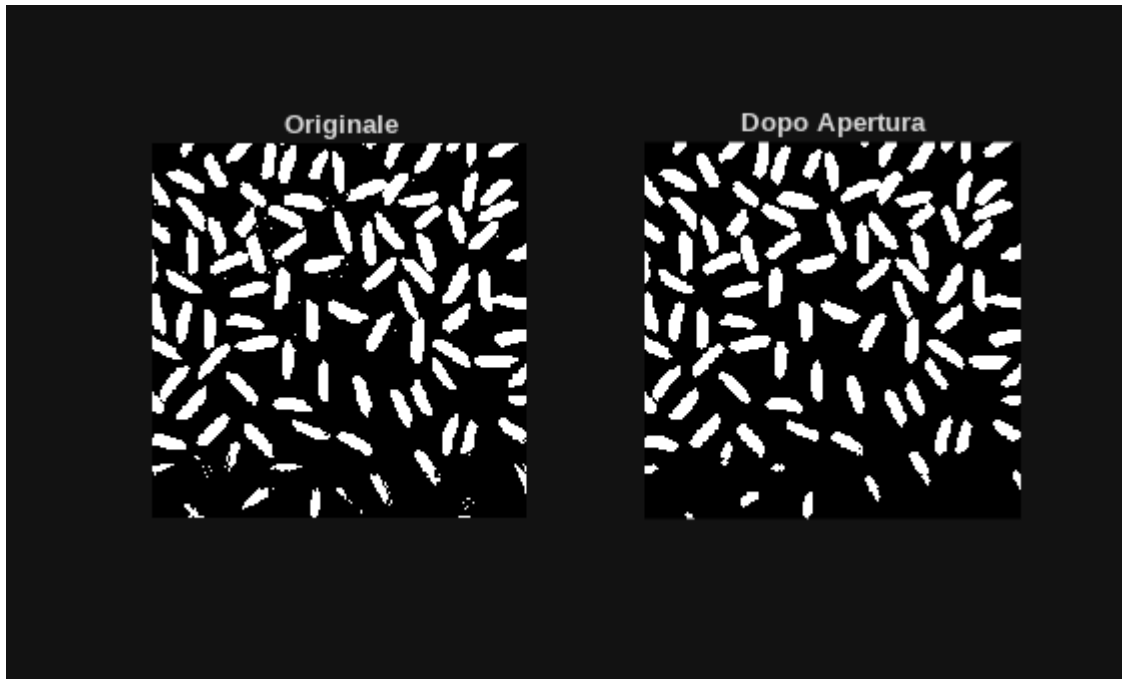
Rimuove piccoli oggetti e dettagli sottili, senza però alterare la dimensione generale degli oggetti più grandi. E come levigare i contorni dall'interno.

$$\frac{\square}{S}$$



```
% Applichiamo l'apertura
img_aperta = imopen(img_binaria,se);

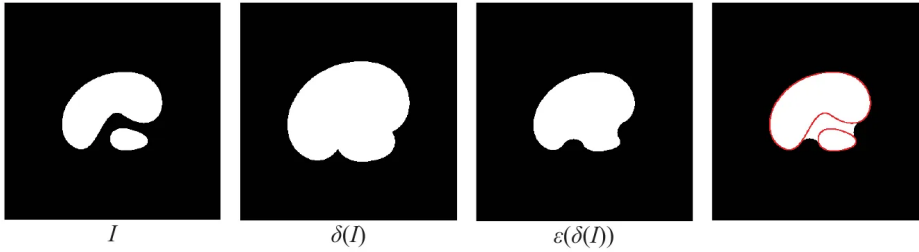
figure('Name', 'Apertura');
subplot(1, 2, 1); imshow(img_binaria); title('Originale');
subplot(1, 2, 2); imshow(img_aperta); title('Dopo Apertura');
```



Chiusura

La chiusura è una **DILATAZIONE** seguita da un'**EROSIONE** con lo stesso elemento strutturante.

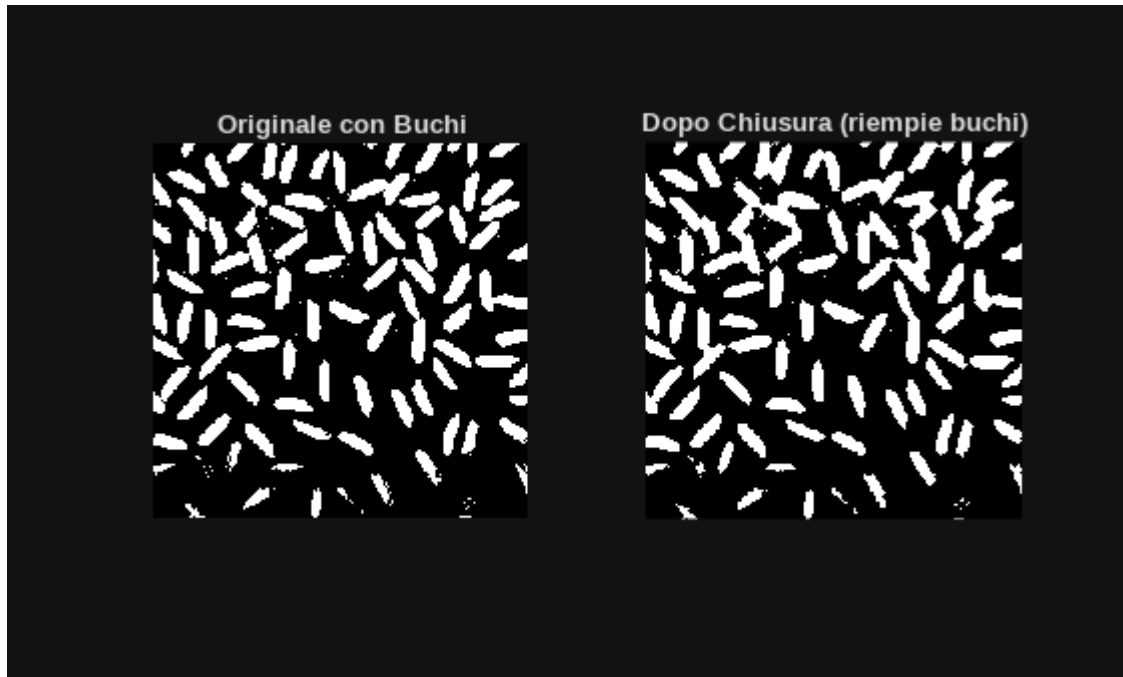
Riempie piccoli buchi all'interno degli oggetti e collega piccole interruzioni, senza alterare la dimensione



generale.

```
img_chiusa = imclose(img_binaria,se);

figure('Name', 'Chiusura');
subplot(1, 2, 1); imshow(img_binaria); title('Originale con Buchi');
subplot(1, 2, 2); imshow(img_chiusa); title('Dopo Chiusura (riempie buchi)');
```



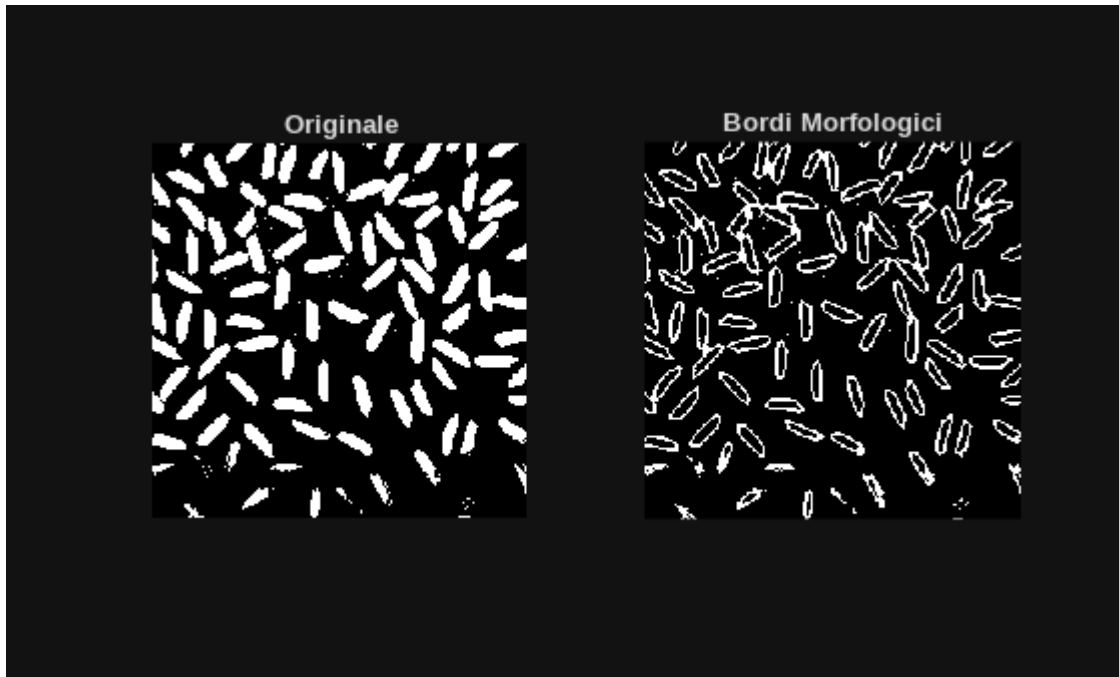
Altre Applicazioni

Gradiente Morfologico (rho)

Il gradiente morfologico è la **differenza tra l'immagine dilatata e l'immagine erosa. Produce un contorno degli oggetti.**

```
img_gradiente = img_chiusa - img_erosa;

figure('Name', 'Gradiente Morfologico');
subplot(1, 2, 1); imshow(img_binaria); title('Originale');
subplot(1, 2, 2); imshow(img_gradiente); title('Bordi Morfologici');
```



Top-Hat e Bottom-Hat

- **Top-Hat** : È la differenza tra l'immagine originale e la sua apertura. Evidenzia i piccoli dettagli chiari che l'apertura ha rimosso.
- **Bottom-Hat**: È la differenza tra la chiusura dell'immagine e l'originale. Evidenzia i piccoli dettagli scuri.

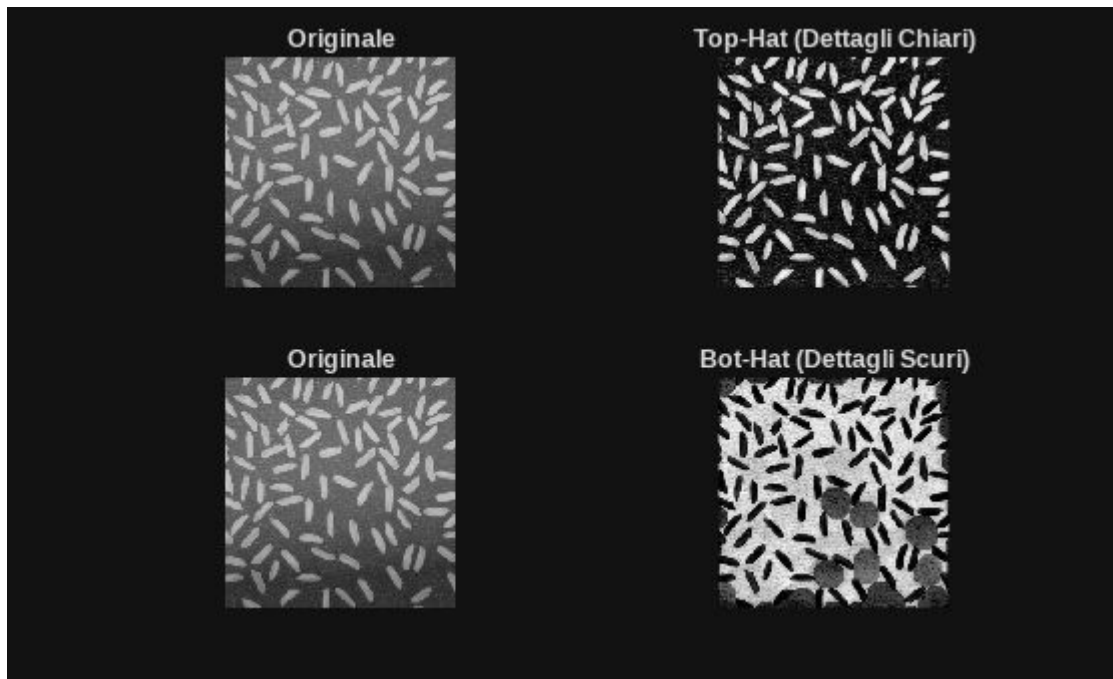
```
% Usiamo un'immagine in scala di grigi con dettagli
img_grigi = imread('rice.png');

% Usiamo un SE grande per trovare lo sfondo (illuminazione non uniforme)
se_grande = strel('disk', 15);

% Top-hat trova gli oggetti (riso) più chiari dello sfondo
img_tophat = imtophat(img_grigi, se_grande);

% Bottom-hat troverebbe dettagli scuri (qui non ce ne sono)
img_bothat = imbothat(img_grigi, se_grande);

figure;
subplot(2, 2, 1); imshow(img_grigi); title('Originale');
subplot(2, 2, 2); imshow(img_tophat, []); title('Top-Hat (Dettagli Chiari)');
subplot(2, 2, 3); imshow(img_grigi); title('Originale');
subplot(2, 2, 4); imshow(img_bothat, []); title('Bot-Hat (Dettagli Scuri)');
```



Granulometria

La granulometria è una tecnica per analizzare la **distribuzione delle dimensioni degli oggetti** in un'immagine. L'idea è simile a setacciare della sabbia con una serie di setacci a maglie via via più grandi: prima si eliminano i granelli più piccoli, poi quelli medi, e così via, misurando quanti granelli vengono rimossi ad ogni passaggio.

Nell'elaborazione delle immagini, il "setaccio" è l'operatore di **Apertura Morfologica**.

Come Funziona?

Il processo si svolge in due fasi:

- **Aperture Iterative:** Si applica ripetutamente l'operatore di apertura all'immagine originale, utilizzando un **elemento strutturante di raggio crescente**.
- Apertura con raggio 1: Rimuove gli oggetti più piccoli.
- Apertura con raggio 2: Rimuove anche gli oggetti un po' più grandi.
- ...e così via. Ad ogni passo, l'immagine viene "pulita" sempre di più, e gli oggetti scompaiono progressivamente in base alla loro dimensione.
- **Analisi dell'Area:** Ad ogni iterazione (per ogni raggio r), si calcola l'**area totale** degli oggetti che sono "sopravvissuti" al setaccio (cioè il numero di pixel bianchi rimasti).
- Plotando quest'area in funzione del raggio, si ottiene una **curva di granulometria**. Questa curva mostra come diminuisce la quantità di "materia" nell'immagine all'aumentare della dimensione del setaccio.
- La **derivata** di questa curva è ancora più interessante: mostra la "perdita di area" ad ogni passo. I picchi in questa derivata indicano che a quel raggio specifico sono stati rimossi molti oggetti, suggerendo una presenza significativa di oggetti di quella particolare dimensione.

```
% 1. Setup: Creiamo un'immagine di test
img = imread("imgs/dots.png");
```



```

% Definiamo i raggi dell'elemento strutturante che testeremo
raggi_da_testare = 0:20; % Da raggio 0 a 20
num_raggi = length(raggi_da_testare);

% Vettori per memorizzare i risultati
aree_rimaste = zeros(1, num_raggi);

figure('Name', 'Processo di Granulometria');
tiledlayout('flow');

%% 2. Ciclo di Aperture Iterative
for i = 1:num_raggi
    r = raggi_da_testare(i);

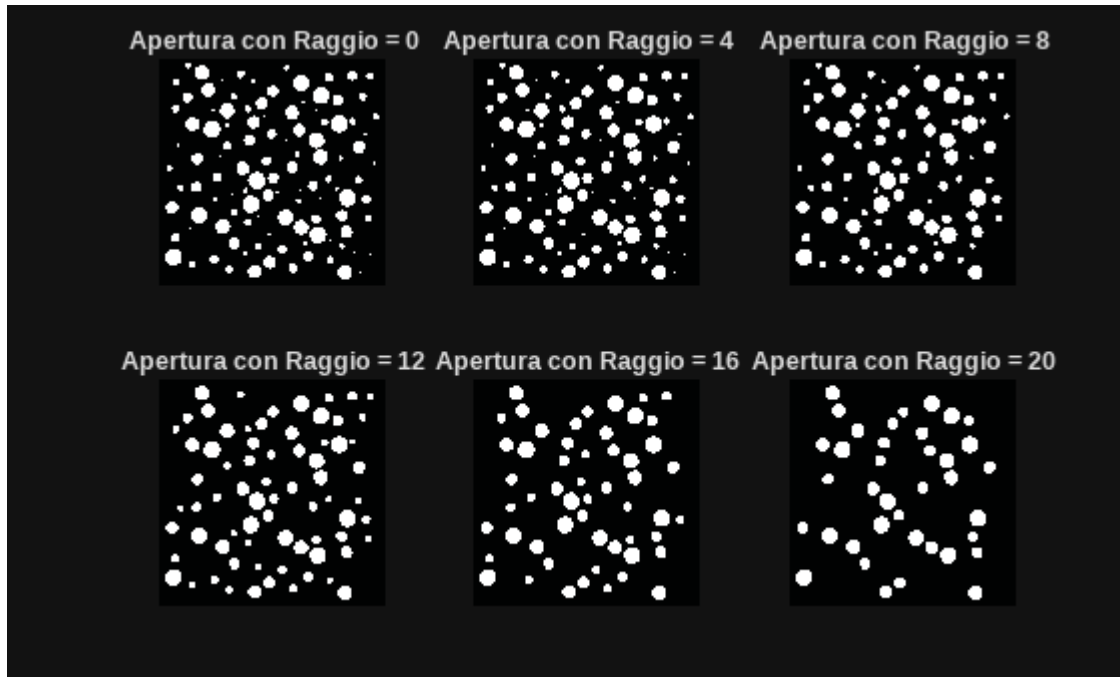
    % Creiamo l'elemento strutturante per il raggio corrente
    se = strel('disk', r);

    % Applichiamo l'apertura
    img_aperta = imopen(img, se);

    % Calcoliamo e salviamo l'area rimanente (somma dei pixel bianchi)
    aree_rimaste(i) = sum(img_aperta, 'all');

    % Mostriamo qualche immagine intermedia per capire l'effetto
    if mod(r, 4) == 0
        nexttile;
        imshow(img_aperta);
        title(['Apertura con Raggio = ' num2str(r)]);
    end
end
end

```



```
%% 3. Analisi e Plot dei Risultati
% Abbiamo ora il vettore 'aree_rimaste' che contiene la curva di
granulometria.

% Calcoliamo la derivata (la "perdita di pixel" ad ogni step)
% diff(X) calcola la differenza tra elementi adiacenti: [X(2)-X(1), X(3)-
X(2), ...]
perdita_area = -diff(aree_rimaste); % Il segno meno perché l'area diminuisce

% --- Plot dei grafici come negli appunti ---
figure('Name', 'Risultati Granulometria');

% Grafico 1: Area rimanente vs. Raggio dell'apertura
subplot(1, 2, 1);
plot(raggi_da_testare, aree_rimaste, '-o');
title('Curva di Granulometria');
xlabel('Raggio dell\'Elemento Strutturante');
ylabel('Area Totale Rimanente');
grid on;

% Grafico 2: Perdita di area vs. Raggio
% Poiché 'diff' restituisce un vettore più corto di 1, plottiamo contro
% i raggi da 1 in poi.
subplot(1, 2, 2);
bar(raggi_da_testare(2:end), perdita_area);
title('Distribuzione Dimensioni (Derivata)');
xlabel('Raggio dell\'Elemento Strutturante');
ylabel('Area Persa');
grid on;
```

