

# Prueba de la existencia del fotón

Cote Chavarria Héctor Alonso

3 de septiembre de 2020

## Resumen

La función de segundo orden  $g^{(2)}(\tau)$  es usada como criterio para describir las propiedades de la luz en la interpretación clásica y cuántica. Por medio de una simulación se calculó  $g^{(2)}(\tau)$  usando el conteo de coincidencias para dos y tres detectores para una ventana de conteo  $w = 1/dt$  variable y fija. En el primer caso  $g_{2D}^{(2)}(0)$  muestra fluctuaciones al rededor de 1 para resoluciones temporales altas, a la vez que  $g_{3D}^{(2)}(0) < 1$  favoreciendo la interpretación cuántica de la luz y con ello la existencia de los fotones, mientras que para resoluciones bajas  $g_{2D}^{(2)}(0)$  y  $g_{3D}^{(2)}(0)$  tienden a 1 favoreciendo la interpretación clásica. En el segundo caso se obtuvieron los valores promedio  $g_{2D}^{(2)} = 0,999 \pm 0,0162$  y  $g_{3D}^{(2)} = 0,181 \pm 0,0092$  para  $dt = 1 \times 10^{-6}$ , con 5000 coincidencias y  $N = 5 \times 10^7$  fotones.

## 1. Introducción

La función de correlación de segundo orden es utilizada para conocer las propiedades estadísticas de ondas electromagnéticas. Está definida por:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau)\mathcal{E}(t) \rangle}{\langle \mathcal{E}^*(t)\mathcal{E}(t) \rangle \langle \mathcal{E}^*(t+\tau)\mathcal{E}(t+\tau) \rangle} \quad (1)$$

Ya que la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle} \quad (2)$$

De acuerdo con la interpretación clásica de la luz  $g^{(2)}(\tau) \geq 1$ , donde para un haz perfectamente coherente se cumple  $g^{(2)}(\tau) = 1$ . Este resultado sirve de criterio para clasificar distintas fuentes de luz. Por ello, para la interpretación cuántica se cumple  $g^{(2)}(\tau) \leq 1$ .

Por medio de  $g^{(2)}(0)$ , es posible realizar una clasificación de acuerdo a los intervalos de tiempo entre fotones, esta se muestra en la Figura 1.

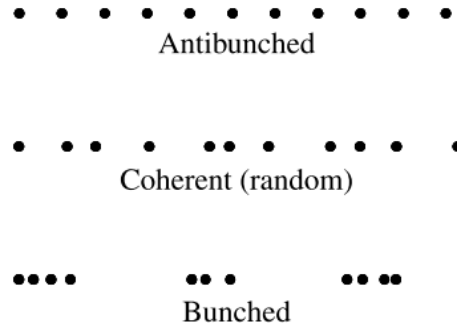


Figura 1: Comparación de flujos de fotones. Para flujos tipo bunched y coherente :  $g^{(2)}(0) \geq 1$ , para flujos antibunched  $g^{(2)}(0) < 1$

Los flujos tipo *bunched* y coherente, cumplen  $g^{(2)}(0) \geq 1$  siendo compatibles con la interpretación clásica, mientras que el flujo tipo *antibunched* satisface  $g^{(2)}(0) < 1$  coincidiendo con la interpretación cuántica. El análisis anterior se resume en la siguiente tabla.

Interpretación	Tipo de flujo	$g^{(2)}(\tau)$	Propiedades
Clásica	Bunched	$g^{(2)}(0) > 1$	$g^{(2)}(0) = 1$ cuando I=cte $\forall \tau$ , en particular para $\tau = 0$
	Coherente	$g^{(2)}(\tau) = 1$	
Cuántica	Antibunched	$g^{(2)}(\tau) < 1$	

## 2. Metodología

Por lo anterior, para probar la existencia del fotón es necesario generar una fuente con un flujo de tipo *antibunching*. En la interpretación cuántica  $g^{(2)}(\tau) < 1$  se define en términos de las coincidencias de fotones. Una coincidencia ocurre cuando en un mismo intervalo de tiempo dos o más fotones son

detectados. El proceso de medición de las coincidencias determina el estado de la luz que se obtendrá. Por esta razón se compararon los valores  $g^{(2)}(\tau)$  para dos y tres detectores.

Como se vió, los intervalos de tiempo entre fotones determinan el tipo de flujo, por lo que en la simulación realizada también se utilizaron diversas ventanas de tiempo para el conteo de coincidencias, y así observar su relación con  $g^{(2)}(0)$ .

En la Figura 2, se muestra el dispositivo experimental con tres detectores. En  $D1$  y  $D2$  inciden los haces transmitido  $T$  y reflejado  $R$  que vienen de un divisor de haz 50:50, mientras que en  $D3$  incide el haz testigo  $G$  que es una copia del haz incidente producida por un cristal no lineal.

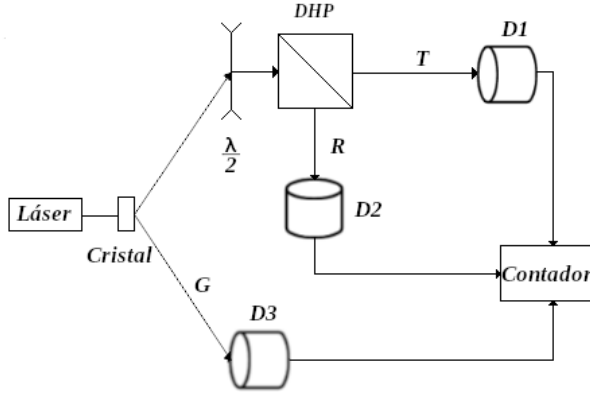


Figura 2: El haz de una fuente láser incide en un cristal no lineal que emite dos haces, uno de ellos ( $G$ ) incide directamente en el detector  $D_3$  y su señal se envía al contador de coincidencias, mientras que el otro haz atraviesa un retardador de fase de media onda para llegar a un divisor, a su salida, los haces  $T$  y  $R$  inciden en los detectores  $D_1$  y  $D_2$  respectivamente para luego llegar al contador de coincidencias

Los haces  $T$  y  $R$  tienen intensidades  $I_R(t)$  e  $I_T(t)$  respectivamente. Con ellas es posible escribir el factor de correlación de segundo orden como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_T(t+\tau)I_R(t) \rangle}{\langle I_T(t+\tau) \rangle \langle I_R(t) \rangle} \quad (3)$$

En términos del haz incidente  $I_I$  tenemos que  $I_T(t) = C_T I_I(t)$  y  $I_R(t) = C_R I_I(t)$ , donde  $C_T$  y  $C_R$  son los coeficientes de transmisión y reflexión respectivamente.

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_I(t+\tau)I_I(t) \rangle}{\langle I_I(t+\tau) \rangle \langle I_I(t) \rangle} \quad (4)$$

Si  $\tau = 0$ , se simplifica a

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I_I^2(t) \rangle}{\langle I_I(t) \rangle^2} \quad (5)$$

## 2.1. Dos detectores

Para poder medir  $g^{(2)}(0)$  experimentalmente, se escribe en términos de las probabilidades de detección de fotones.

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{P_{TR}}{P_T P_R} \quad (6)$$

hemos denotado  $g^{(2)}(0)$  para dos detectores como  $g_{2D}^{(2)}(0)$ , donde  $P_T$  y  $P_R$  son las probabilidades de detección de fotones para  $D_1$  y  $D_2$  en un intervalo de tiempo  $dt$ , mientras que  $P_{TR}$  es la probabilidad de detección simultánea en  $D_1$  y  $D_2$  en un mismo  $dt$ , es decir, la probabilidad de coincidencia en dichos detectores.

A su vez, (6) puede ser descrita en términos del conteo de fotones, mediante las siguientes relaciones:

$$P_T = R_T \Delta t = \left( \frac{N_T}{\Delta T} \right) \Delta t \quad (7)$$

$$P_R = R_R \Delta t = \left( \frac{N_R}{\Delta T} \right) \Delta t \quad (8)$$

$$P_{TR} = R_{TR} \Delta t = \left( \frac{N_{TR}}{\Delta T} \right) \Delta t \quad (9)$$

Donde  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo de detección,  $\Delta T$  es la unidad de tiempo que le toma a los fotones recorrer una cierta distancia,  $N_{TR}$  es el número de coincidencias del haz transmitido y reflejado,  $N_T$  el número de fotones transmitidos y  $N_R$  la cantidad de fotones reflejados. De este modo  $R_T$  es la razón de la cantidad de fotones transmitidos  $N_T$  por unidad de tiempo  $\Delta T$ , análogamente  $R_R$  y  $R_{TR}$ .

Al sustituir se obtiene:

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{N_{TR}}{N_T N_R} \left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right) \quad (10)$$

## 2.2. Tres detectores

De forma similar, podemos escribir  $g_{3D}^{(2)}(0)$  ( $g^{(2)}(0)$  para tres detectores) en términos de las probabilidades de conteo:

$$g_{3D}^{(2)}(0) = \frac{P_{GTR}}{P_{GT} P_{GR}} \quad (11)$$

donde  $P_{GTR}$  es la probabilidad de detección simultánea (coincidencia) en  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  en un mismo  $dt$ ,  $P_{GT}$  es la probabilidad de que ocurran coincidencias en  $D_1$  y  $D_3$ , y  $P_{GR}$  es la probabilidad de que ocurran coincidencias en  $D_2$  y  $D_3$

Éstas probabilidades pueden escribirse en términos del conteo de fotones:

$$P_{GTR} = \frac{N_{GTR}}{N_G} \quad (12)$$

$$P_{GT} = \frac{N_{GT}}{N_G} \quad (13)$$

$$P_{GR} = \frac{N_{GR}}{N_G} \quad (14)$$

Así, la expresión (11) puede escribirse como:

$$g_{3D}^{(2)}(0) = \frac{N_{GTR}N_G}{N_{GT}N_{GR}} \quad (15)$$

donde  $N_{GTR}$  es el número de coincidencias en  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$ ,  $N_{GT}$  el número de coincidencias en  $D_1$  y  $D_3$ , y  $N_{GR}$  el número de coincidencias en  $D_2$  y  $D_3$ .

La cantidad de fotones detectados puede modificarse ya sea variando el valor de la ventana de tiempo  $w = 1/dt$  o bien, variando la cantidad  $N$  de fotones que vienen de la fuente. A continuación se muestra el resultado obtenido por Philippe Grangier y Gérard Roger en 1986 en el cual obtuvieron la gráfica de  $\alpha = g_{3D}^{(2)}(0)$  para diferentes valores de  $w$  y  $N$

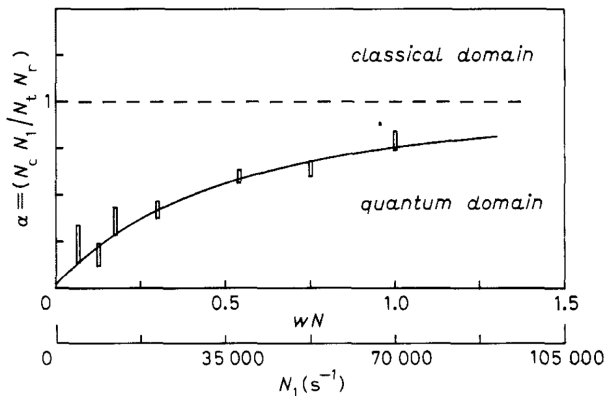


Figura 3: Resultado obtenido por P. Grangier y G. Roger, donde se muestra la variación de  $g_{3D}^{(2)}(0)$  respecto a  $w$  y  $N$ , para ciertos valores de estos se satisface  $g_{3D}^{(2)}(0) < 1$ , manteniéndose dentro del dominio cuántico.

### 2.3. Simulación

El código de la simulación fue compilado en el ambiente Jupyter notebook empleando el lenguaje de programación Python 3.6.9, con las bibliotecas: random, math, pandas 0.22.0, matplotlib 3.3.0, numpy 1.18.1 y collections. Este puede consultarse en el siguiente repositorio: [https://nbviewer.jupyter.org/github/H-Cote/LFC2/blob/a43fcfd948f82adeb522654c36b20af95769e56f/p2\\_existencia\\_foton.ipynb](https://nbviewer.jupyter.org/github/H-Cote/LFC2/blob/a43fcfd948f82adeb522654c36b20af95769e56f/p2_existencia_foton.ipynb)

Se simuló un haz que emite  $N = 50000$  fotones por segundo, con los cuales solo habría  $nc = 5000$  coincidencias. Para las ventanas de tiempo  $w$ , es decir, el número de partes en las que se dividió  $1s$ , se usaron doce valores en un rango de  $5 \times 10^7$  y  $38 \times 10^3$ , por lo que los tiempos de detección  $dt$  fueron de entre  $5 \times 10^{-7}s$  y  $38 \times 10^{-3}s$ .

Cabe mencionar que de acuerdo con (10),  $\Delta T = 1s$  y  $\Delta t = dt$

La probabilidad de detección de un fotón por ventana de tiempo es

$$P = \frac{N}{w} \quad (16)$$

Así mismo, la probabilidad de que detectar coincidencias es

$$pc = \frac{nc}{w} \quad (17)$$

A partir de números aleatorios se generan series de 0 y 1, para las listas T, R y G. Las dos primeras con la condición de que el número aleatorio (con rango entre 0 y 1) debe ser menor o igual a  $P$ , mientras que para la lista G, el valor aleatorio debe ser menor o igual a  $pc$ .

Cada valor de la lista G se suma aleatoriamente a los valores de T o R, respetando sus posiciones en la lista. Con ello, la información de la lista G es repartida de forma equivalente entre T y R, simulando de este modo las parejas de fotones que harán coincidencia, ya que la pareja de un fotón en G estará en T o en R, dentro de una misma ventana de tiempo  $dt$ . Cabe resaltar que este proceso modifica los valores de T y R, que ahora están conformados por los valores 0,1 y 2, cuyas proporciones dependen de  $P$  y  $pc$ . Figura 4.

2	0	1	2	0	1	0	1	0	0	T+G
1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	T
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	G
0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	R
0	1	0	0	1	2	1	1	0	2	R+G

Figura 4: Los valores de la lista G, se suman a la lista T ó R de forma aleatoria (cuadros sombreados), este proceso genera una nuevas listas transmitida ( $G+T$ ) y reflejada ( $G+R$ ). Si para un intervalo  $dt$  (posición en la lista) un valor de G se suma a uno de T, el valor de R se conserva, y viceversa.

A continuación se realiza el conteo de los fotones transmitidos  $N_T$  y reflejados  $N_R$ .

El en caso de dos detectores, el conteo de coincidencias  $N_{TR}$  se realiza cada vez que la condición  $T[i] \times R[i] \neq 0$  se cumple.

Para el caso de tres detectores el conteo de las coincidencias  $N_{GTR}$  se realiza cada vez que se satisface la condición  $G[i] \times T[i] \times R[i] \neq 0$  (donde  $i$  es un contador que ubica a G, T y R en una misma  $dt$ ), del mismo modo, se calculan  $N_{GT}$  y  $N_{GR}$ .

Con los valores anteriores es posible calcular  $g_{2D}^{(2)}(0)$  y  $g_{3D}^{(2)}(0)$  con las expresiones dadas en (10) y (15).

A continuación se realizaron experimentos con  $w$  variable y fija.

### 3. Resultados

#### 3.1. Ventana de tiempo variable

Se calcularon  $g_{2D}^{(2)}(0)$  y  $g_{3D}^{(2)}(0)$  usando doce valores para  $dt$ :  $5 \times 10^{-7}s$ ,  $4,2 \times 10^{-7}s$ ,  $2 \times 10^{-6}s$ ,  $8 \times 10^{-5}s$ ,  $3,6 \times 10^{-5}s$ ,  $2,7 \times 10^{-5}s$ ,  $1,8 \times 10^{-5}s$ ,  $1,3 \times 10^{-5}s$ ,  $9 \times 10^{-4}s$ ,  $6 \times 10^{-4}s$ ,  $5 \times 10^{-4}s$ ,  $4,5 \times 10^{-4}s$  y  $3,8 \times 10^{-4}s$ .

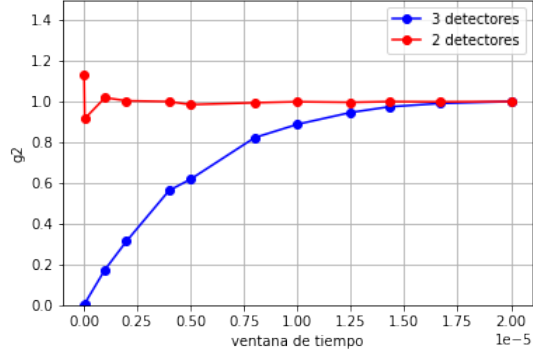


Figura 5: Gráficas de  $g_{2D}^{(2)}(0)$  y  $g_{3D}^{(2)}(0)$ , para doce valores distintos de  $dt$ , al aumentar el valor de  $dt$  ambas tienden a 1 donde el comportamiento es clásico

Se observa que al disminuir la resolución temporal tanto  $g_{2D}^{(2)}(0)$  como  $g_{3D}^{(2)}(0)$  tienden 1, mientras que con una alta resolución temporal  $g_{2D}^{(2)}(0)$  presenta fluctuaciones entre el dominio clásico y cuántico.

#### 3.2. Ventana de tiempo fija

Después de los experimentos a ventana de tiempo variable, se realizaron 200 experimentos con una ventana de tiempo fija con  $dt = 1 \times 10^{-6}$ .

Para cada uno de los experimentos se calcularon el promedio, la desviación estándar (DS) y la varianza para cada valor obtenido de  $g_{2D}^{(2)}(0)$  y  $g_{3D}^{(2)}(0)$ , y posteriormente se obtuvo un promedio general para cada variable, estos resultados generales se muestran en la siguiente tabla.

	$g_{2D}^{(2)}(0)$	$g_{3D}^{(2)}(0)$
Promedio	0.99900013436169	0.1814852678305238
DS	0.016299163434219	0.009233522904485
Varianza	0.00028149804183	9.08926487802184E-05

Por lo anterior, obtuvieron los siguientes valores promedio  $g_{2D}^{(2)} = 0,999 \pm 0,0162$  y  $g_{3D}^{(2)} = 0,181 \pm 0,0092$ .

### 4. Conclusiones

Al mantener el valor de la ventana de tiempo fija  $dt = 1 \times 10^{-6}$ , se obtuvo en terminos de la desviación estándar  $g_{2D}^{(2)} = 0,999 \pm 0,0162$  y  $g_{3D}^{(2)} = 0,181 \pm 0,0092$

Para valores de tiempo bajos  $g_{2D}^{(2)}$  se presenta valores fluctuantes que varían entre el dominio clásico y cuántico, por lo que no es recomendable la reali-

zación de experimentos con tales tiempos de detección. Estas fluctuaciones son debidas a la naturaleza discreta de los fotones ya que al utilizar intervalos de tiempo cortos para las detecciones, aumenta el número de estos en los que no se detectarán fotones.

Al variar  $w$  se replican los valores obtenidos por P. Gragier y G. Roger para  $g_{3D}^{(2)}(0)$ .

La disminución la resolución temporal hace tender a  $g_{2D}^{(2)}(0)$  y  $g_{3D}^{(2)}(0)$  a 1, y en consecuencia el comportamiento de los haces se vuelve clásico.

Conforme aumenta la resolución temporal se obtienen valores tales que  $g_{3D}^{(2)} < 1$ , lo cual es característica de un flujo antibunching, a la vez que se mantiene dentro del dominio cuántico y por lo tanto favoreciendo la interpretación cuántica de la luz. Por lo anterior,  $g_{3D}^{(2)}$  permite comprobar la existencia de los fotones.

## Referencias

- [1] Grangier, P., Roger, G., & Aspect, A. (1986). Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences. *Europhysics Letters (EPL)*, 1(4), 173-179.
- [2] Beck, M. (2007). Comparing measurements of  $g^{(2)}(0)$  performed with different coincidence detection techniques. *Journal of the Optical Society of America*.
- [3] Fox, M. (2006). *Quantum optics : an introduction*. Oxford New York: Oxford University Press.
- [4] Gerry, C. & Knight, P. (2005). *Introductory quantum optics*. Cambridge, UK New York: Cambridge University Press.
- [5] Loudon, R. "Non-Classical Effects in the Statistical Properties of Light." *Reports on Progress in Physics*, vol. 43, no. 7, 1980, pp. 913–949.