

Herausforderungen und Chancen von stochastischen Sterblichkeitsmodellen in der PKV

Bernd Feldkamp und Dr. Nicolai Stammeier
LVM Versicherung



DAV

DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.



DGVFM

DEUTSCHE GESELLSCHAFT
FÜR VERSICHERUNGS-UND
FINANZMATHEMATIK e.V.

DAV/DGVFM e-Herbsttagung, 17. November 2020



Agenda

- 1. Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?**
- 2. Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?**
- 3. Wie verhalten sich diese Modelle zur PKV-Sterbetafel?**
- 4. Was wären die Effekte auf einen ambulanten Vollkostentarif?**
- 5. Welche Herausforderungen und Chancen ergeben sich?**



Agenda

- **Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?**

Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?

Generalized – Age – Period – Cohort – Modelle von Villegas, Millossovich und Kaishev [StMoMo 2018]

1. Zufallskomponente (Verteilung der Totenanzahl $Q_{x,t}$)
2. Systemische Komponente (Schätzerstruktur)

$$\eta_{x,t} = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} + \gamma_{t-x}$$

Age **Period** **Cohort**
(optional)

x: Alter
t: Jahr
N: Index

- Stochastisch: κ_t und γ_{t-x}
(ARIMA-Prozesse, z.B. (multivariate) zufällige Irrfahrten mit Drift)
3. Link-Funktion
 - $g(E[Q_{x,t}]) = \eta_{x,t}$ bisher nur kanonischer Link zu 1.
 4. Parametereinschränkungen (Eindeutigkeit von $\eta_{x,t}$)

Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?

2. Systemische Komponente (Schätzerstruktur)

$$\eta_{x,t} = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_t^{(i)} + \gamma_{t-x}$$

x: Alter
t: Jahr
N: Index

- Stochastisch: κ_t und γ_{t-x}
(ARIMA-Prozesse, z.B. zufällige Irrfahrt mit Drift)

➤ **Wie hätten Sie Ihr GAPC – Modell denn gerne?**

- Das Modell $\alpha_x + \beta_x \kappa_t$ mit zufälliger Irrfahrt κ_t ist genug.
- Eher einfach, bei akzeptabler Leistungsfähigkeit (≤ 6 Parameter).
- Eher komplexer, sofern die Leistungsfähigkeit signifikant besser ist.
- Mehr Komplexität bietet einen Mehrwert und ist heute kein Hindernis.

Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?

Eine Auswahl prominenter Vertreter der GAPC – Familie

1. Lee – Carter
(1992)

$$\log(q_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t$$



2. Renshaw – Haberman
(2006, Version von 2011)

$$\log(q_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \gamma_{t-x}$$

**Konvergenz-
probleme**

3. Cairns – Blake – Dowd
(2006, Version von 2009)

$$\log(q_{x,t}) = k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)}$$

**für hohe Alter
konzipiert**

4. Plat
(2009, reduzierte Version)

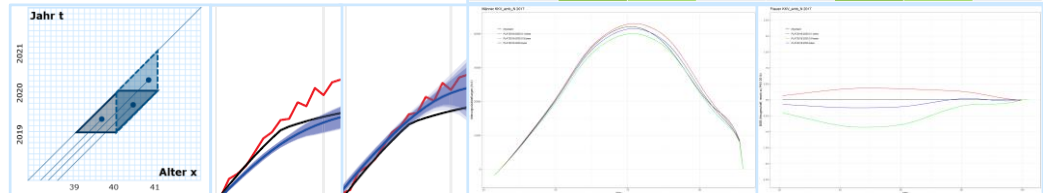
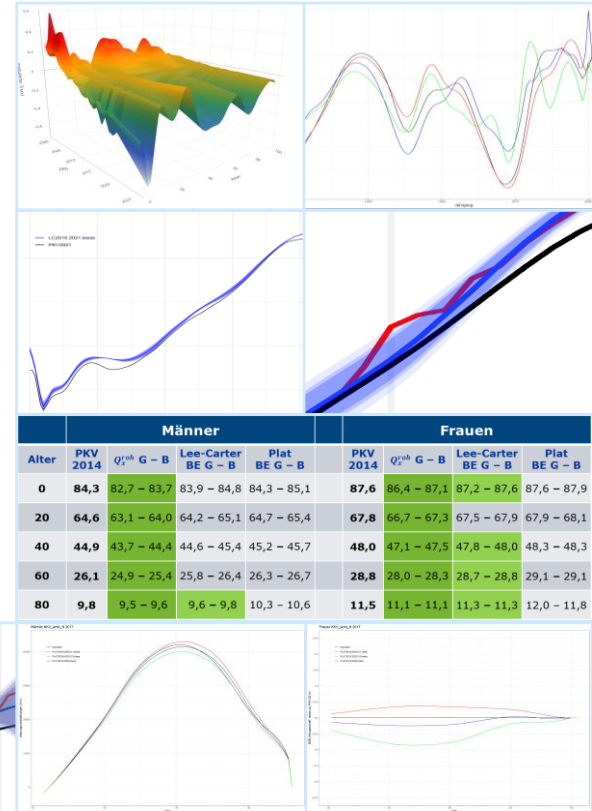
$$\log(q_{x,t}) = \alpha_x + k_t^{(1)} + (\bar{x} - x)k_t^{(2)} + \gamma_{t-x}$$



Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?

Ablauf des Modellierungsprozesses

- 1. Festlegung der Rahmendaten**
(Zeiträume, Modelle, Parameter)
- 2. Einlesen der PKV-Daten**
- 3. Generierung von StMoMo-Datensätzen**
- 4. Modellanpassung und -projektion**
- 5. Simulation zukünftiger Pfade** (und Bootstrapping)
- 6. Erzeugung von Analyseprodukten**
(Residuen, Parameter, Lebenserwartungen, Alterungsrückstellung)
- 7. Auswertung, ggf. Fehleranalyse und Modifikation**



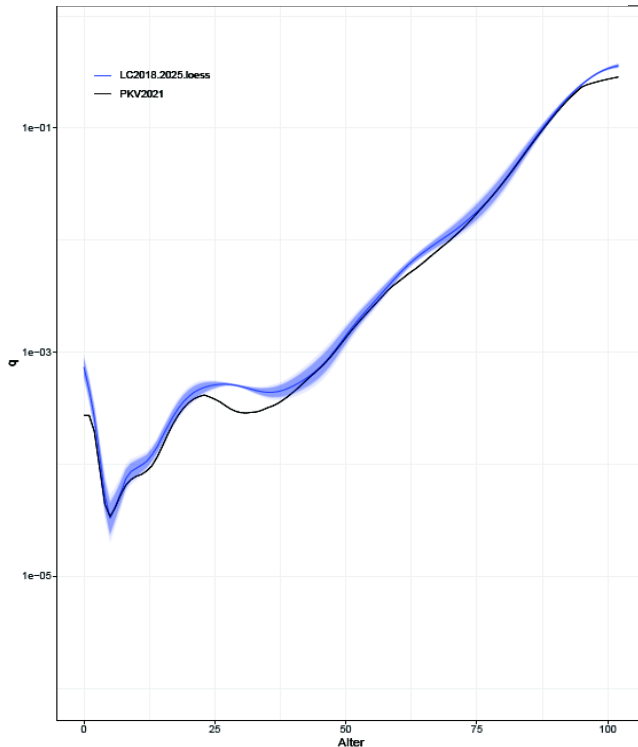


Agenda

- ✓ **Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?**
- **Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?**

Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?

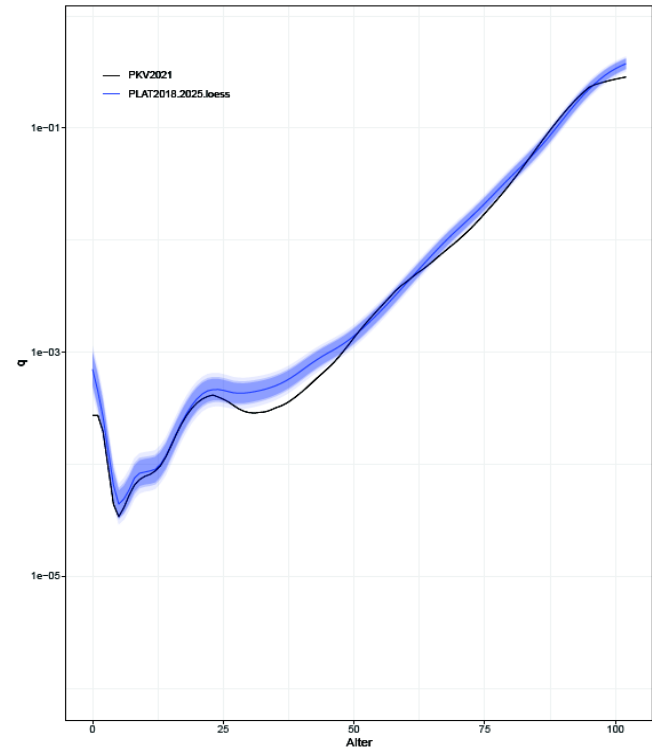
Lee – Carter



Männer Gesamt

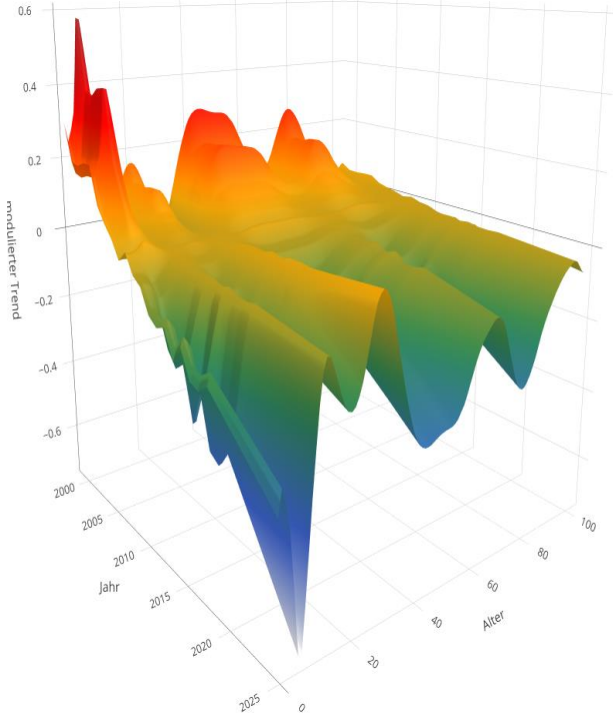
Projektion: 2025
Referenz: PKV-2021
Daten: 1999 – 2018

Plat



Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?

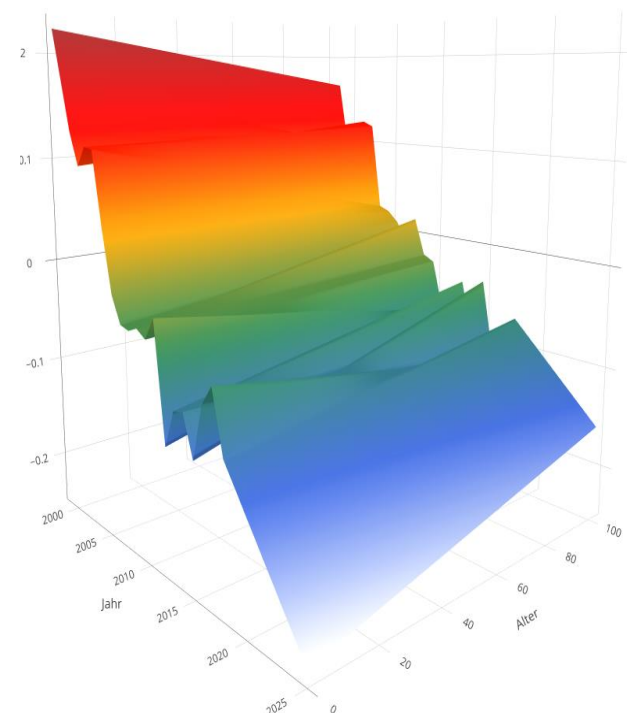
Lee – Carter: $\beta_x \kappa_t$



**Trends für
Frauen Gesamt
(Best Estimate)**

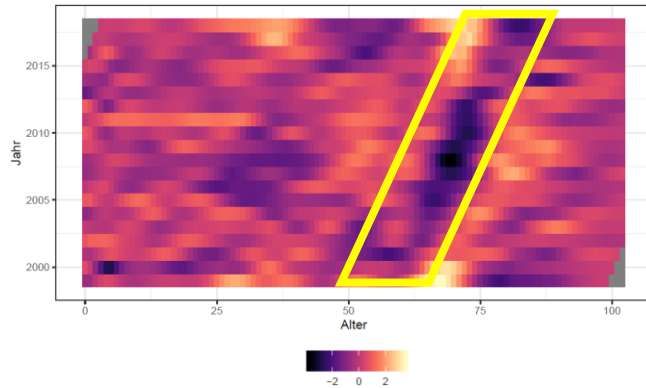
Alter: 0 – 102
Zeitraum: 1999 – 2025
Daten: 1999 – 2018

Plat: $\kappa_t^{(1)} + (51 - x)\kappa_t^{(2)}$



Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?

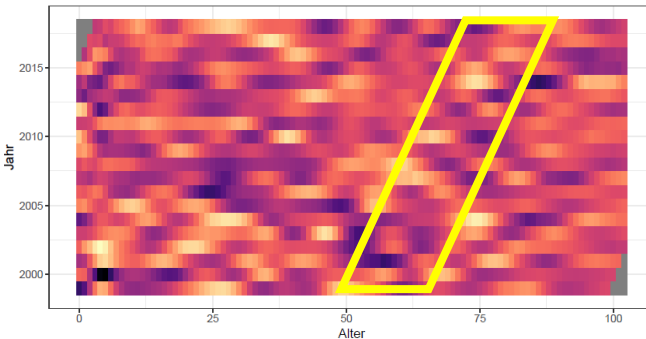
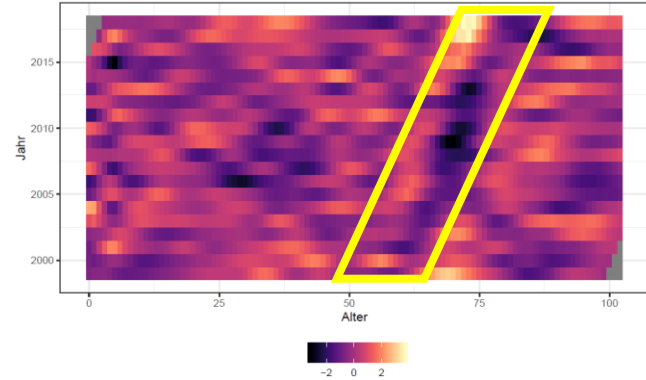
Männer Gesamt:



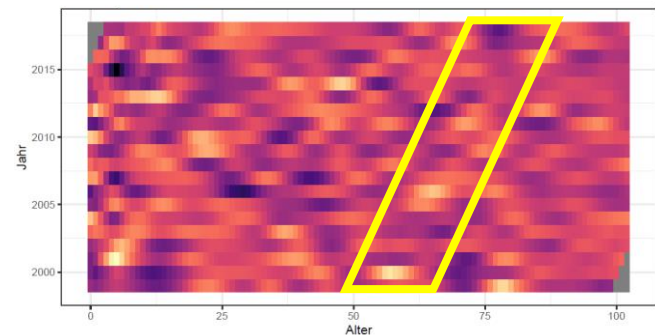
Residuenplots (1999 – 2018)

Lee – Carter

Frauen Gesamt:

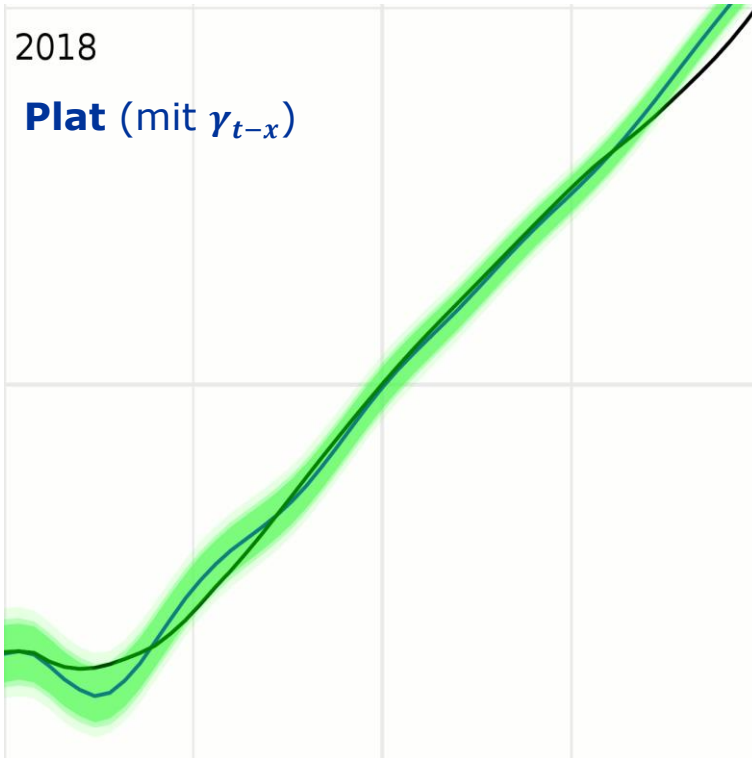


Plat
(mit γ_{t-x})



Der Jahrgangsparemeter in Aktion!

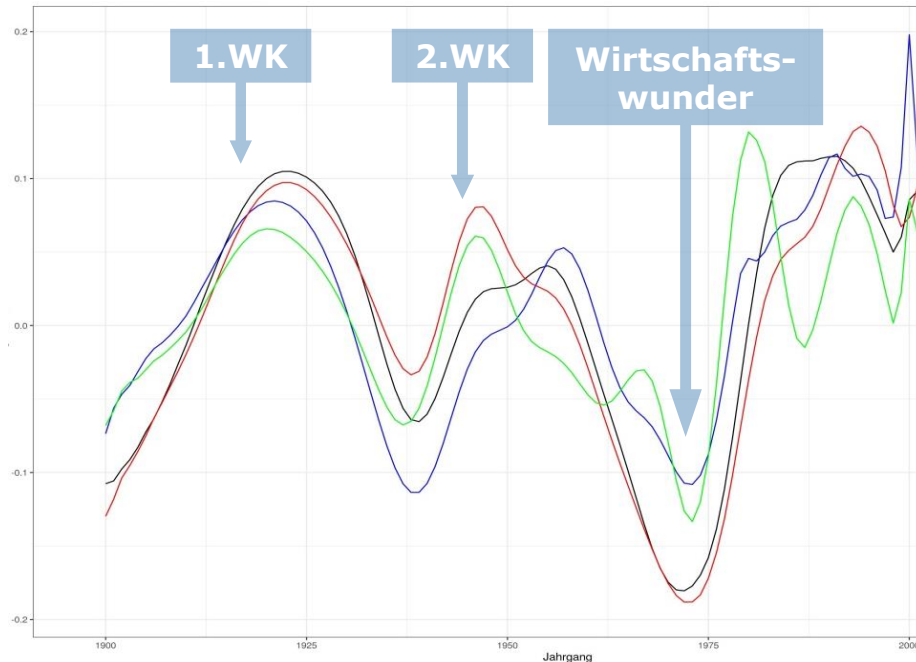
Beihilfeberechtigte Frauen im Alter 25 – 75



Referenz:
PKV-2021

Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?

Der Jahrgangparameter im Modell PLAT der Jahrgänge 1900 – 2000 für Männer (**Gesamt/Beihilfe**) und Frauen (**Gesamt/Beihilfe**):



Wertebereiche bei PLAT

$$\log q_{x,t} = \alpha_x + k_t + (\bar{x} - x)\tilde{k}_t + \gamma_{t-x}$$

↑
└───┘
↑

[-11; -0,7]
[-0,2; 0,2]
[-0,2; 0,2]



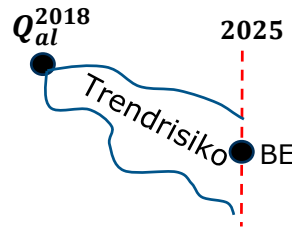
Agenda

- ✓ **Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?**
- ✓ **Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?**
- **Wie verhalten sich diese Modelle zur PKV-Sterbetafel?**

Strukturelle Unterschiede von Modellkurven und PKV-Sterbetafel

GAPC – Modellierung

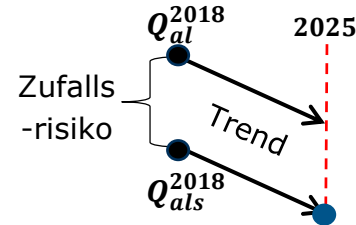
- Produziert eine BE-Kurve mit Verteilung für Trend
- Bietet ein breites Ansatzspektrum
- Berücksichtigt das Trendrisiko



- Erlaubt die Quantifizierung von Parameterunsicherheiten im Modell mittels Bootstrapping

PKV – Sterbetafel

- Produziert eine Tafel als Werkzeug für die Kalkulation
- Verwendet $\log(q_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x t$
- Berücksichtigt das Zufallsrisiko



- Gleich Trendfaktoren über die Alter aus
- Schränkt sich auf die Vorläufer-Tafel ein
- Daten: seit 1996 verfügbar; seit PKV-2019 rollierender 20-Jahreszeitraum
- Projektion um 7 Jahre ergibt eine 5-Jahresprognose ab Verwendungsjahr

Lebenserwartungen für 2014 – 2018 – 2025 (Best Estimate)

Projektion auf 2014 mit Daten von 1996 – 2007

Alter	Männer					Frauen			
	PKV 2010	Q_x^{roh} G – B	Lee-Carter BE G – B	Plat BE G – B		PKV 2010	Q_x^{roh} G – B	Lee-Carter BE G – B	Plat BE G – B
0	83,9	82,8 – 83,7	83,5 – 84,7	83,8 – 84,9		87,3	86,5 – 87,0	87,1 – 87,7	87,2 – 87,9
20	64,1	63,1 – 64,0	63,9 – 64,9	64,1 – 65,1		67,5	66,8 – 67,3	67,4 – 67,9	67,6 – 68,2
40	44,5	43,7 – 44,4	44,3 – 45,2	44,6 – 45,4		47,7	47,1 – 47,5	47,7 – 48,1	48,0 – 48,4
60	25,6	25,0 – 25,5	25,5 – 26,3	25,7 – 26,4		28,6	28,1 – 28,3	28,6 – 28,8	28,8 – 29,0
80	9,6	9,5 – 9,7	9,4 – 9,6	9,9 – 10,1		11,3	11,1 – 11,0	11,3 – 11,3	11,7 – 11,7

Projektion auf 2025 mit Daten von 1999 – 2018

Alter	Männer					Frauen			
	PKV 2021		Lee-Carter BE G – B	Plat BE G – B		PKV 2021		Lee-Carter BE G – B	Plat BE G – B
0	84,8		84,0 – 84,7	84,1 – 84,7		87,9		87,3 – 87,8	87,4 – 87,9
20	65,0		64,3 – 64,9	64,3 – 64,9		68,1		67,5 – 68,0	67,6 – 68,1
40	45,4		44,8 – 45,3	44,9 – 45,3		48,4		47,9 – 48,2	48,0 – 48,2
60	26,4		25,9 – 26,3	25,9 – 26,2		29,1		28,7 – 28,9	28,8 – 28,9
80	10,1		9,9 – 10,0	10,3 – 10,3		11,7		11,4 – 11,5	11,7 – 11,6

Rekursive Formel für die Restlebenserwartung: $e_{x,t} = (1 - q_{x,t})(e_{x+1,t} + 1) + 0,5q_{x,t}$ für Alter x im Jahr t bei Startwert $e_{103,t} := 0,5$.

Projektion auf 2018 mit Daten von 1996 – 2011

Alter	Männer					Frauen			
	PKV 2014	Q_x^{roh} G – B	Lee-Carter BE G – B	Plat BE G – B		PKV 2014	Q_x^{roh} G – B	Lee-Carter BE G – B	Plat BE G – B
0	84,3	82,7 – 83,7	83,9 – 84,8	84,3 – 85,1		87,6	86,4 – 87,1	87,2 – 87,6	87,6 – 87,9
20	64,6	63,1 – 64,0	64,2 – 65,1	64,7 – 65,4		67,8	66,7 – 67,3	67,5 – 67,9	67,9 – 68,1
40	44,9	43,7 – 44,4	44,6 – 45,4	45,2 – 45,7		48,0	47,1 – 47,5	47,8 – 48,0	48,3 – 48,3
60	26,1	24,9 – 25,4	25,8 – 26,4	26,3 – 26,7		28,8	28,0 – 28,3	28,7 – 28,8	29,1 – 29,1
80	9,8	9,5 – 9,6	9,6 – 9,8	10,3 – 10,6		11,5	11,1 – 11,1	11,3 – 11,3	12,0 – 11,8

Mögliche Ursachen der Entwicklung:

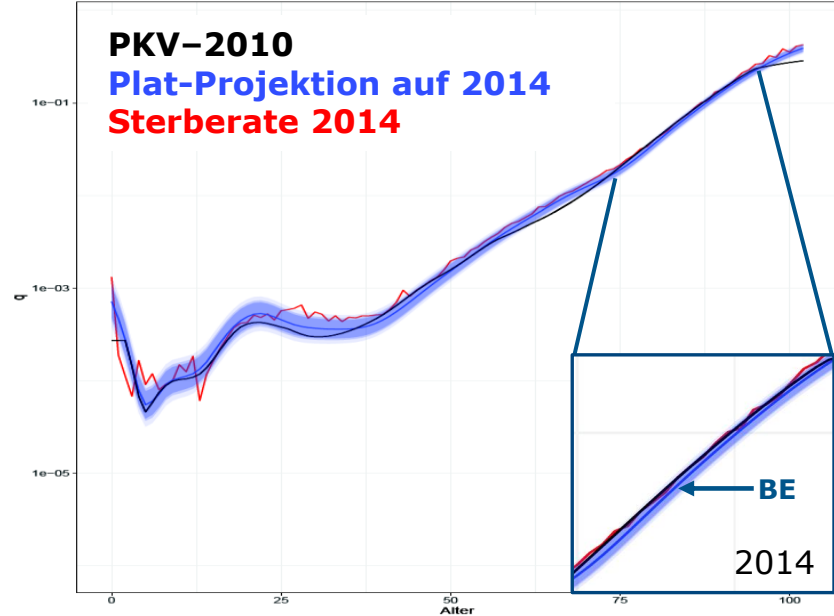
- Ausweitung des Beobachtungszeitraums
(Zeitraum in Jahren: $12 < 16 < 20$)
- Verschiebung des Beobachtungsbeginns von 1996 auf 1999

Lebenserwartungen für 2010 – 2014 (90%-Trendrisiko)

Plat (Männer Gesamt)

Alter	PKV 2010	Q 2014	2010	2011	2012	2013	2014
0	83,9	82,8	83,2	83,6	84,0	84,3	84,7
20	64,1	63,1	63,5	63,9	64,2	64,6	64,9
40	44,5	43,7	43,9	44,3	44,6	45,0	45,3
60	25,6	25,0	25,2	25,5	25,8	26,1	26,3
80	9,6	9,5	9,5	9,7	9,9	10,1	10,3

PLAT Männer G 2014



Maßgeblicher Altersbereich der Unterschreitung: 70 – 95

Die 90%-Trendrisiko-Kurve $q_{x,t}^{90\%}$ erfüllt $P[q_{x,t} \geq q_{x,t}^{90\%} \text{ für alle Alter } x] \geq 90\%$ für jedes t .

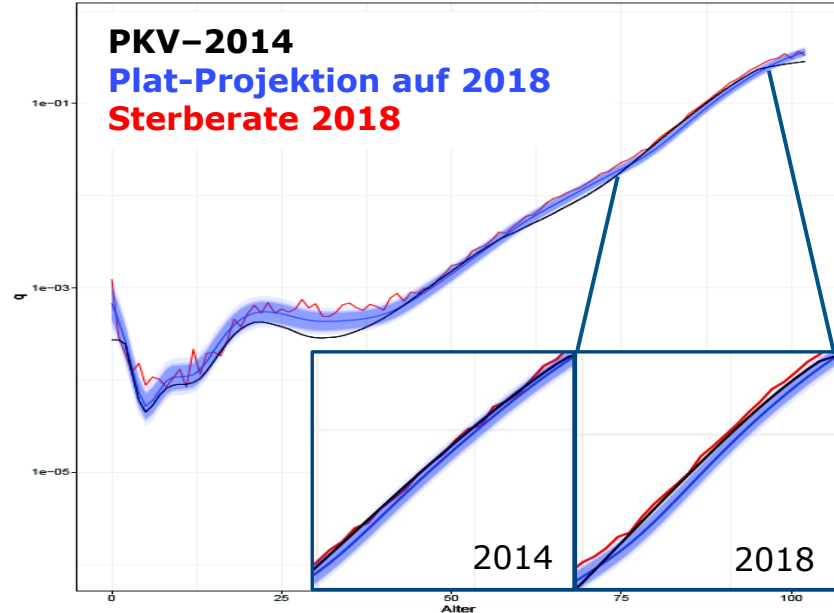
Daten: 1996 – 2007

Lebenserwartungen für 2014 – 2018 (90%-Trendrisiko)

Plat (Männer Gesamt)

Alter	PKV 2014	Q 2018	2014	2015	2016	2017	2018
0	84,3	82,7	83,7	84,0	84,4	84,8	85,1
20	64,6	63,1	64,0	64,4	64,8	65,1	65,4
40	44,9	43,7	44,5	44,9	45,2	45,6	45,8
60	26,1	24,9	25,7	26,0	26,3	26,6	26,8
80	9,8	9,5	10,0	10,2	10,4	10,7	10,9

PLAT Männer G 2018



Maßgeblicher Altersbereich der Unterschreitung: 75 – 95

Die 90%-Trendrisiko-Kurve $q_{x,t}^{90\%}$ erfüllt $P[q_{x,t} \geq q_{x,t}^{90\%} \text{ für alle Alter } x] \geq 90\%$ für jedes t .

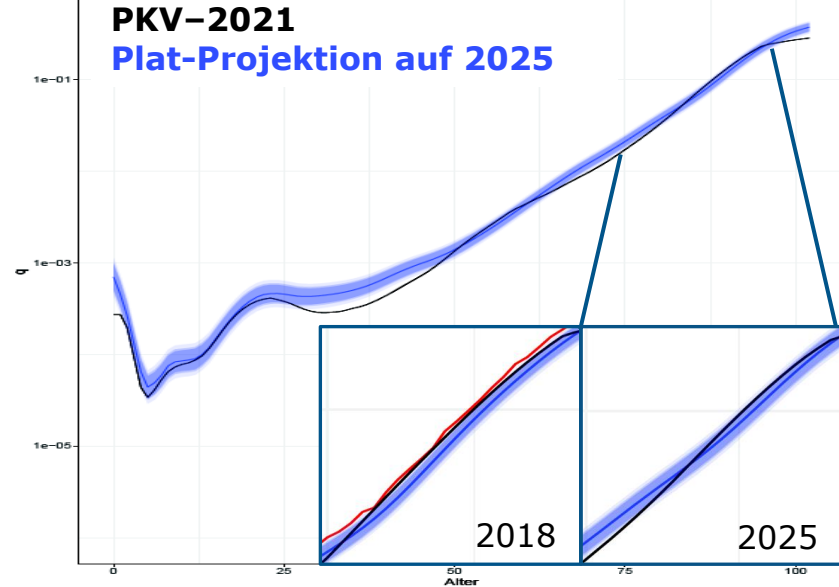
Daten: 1996 – 2011

Lebenserwartungen für 2021 – 2025 (90%-Trendrisiko)

Plat (Männer Gesamt)

Alter	PKV 2021	Q 2025	2021	2022	2023	2024	2025
0	84,8		84,0	84,3	84,5	84,8	85,0
20	65,0		64,3	64,5	64,8	65,0	65,2
40	45,4		44,8	45,0	45,2	45,5	45,7
60	26,4		25,8	26,1	26,3	26,5	26,7
80	10,1		10,2	10,4	10,5	10,6	10,8

PLAT Männer G 2025



Maßgeblicher Altersbereich der Unterschreitung: 85 – 95

Die 90%-Trendrisiko-Kurve $q_{x,t}^{90\%}$ erfüllt $P[q_{x,t} \geq q_{x,t}^{90\%} \text{ für alle Alter } x] \geq 90\%$ für jedes t .

Daten: 1999 – 2018

Lebenserwartungen für 2021 – 2025 (90%-Trendrisiko)

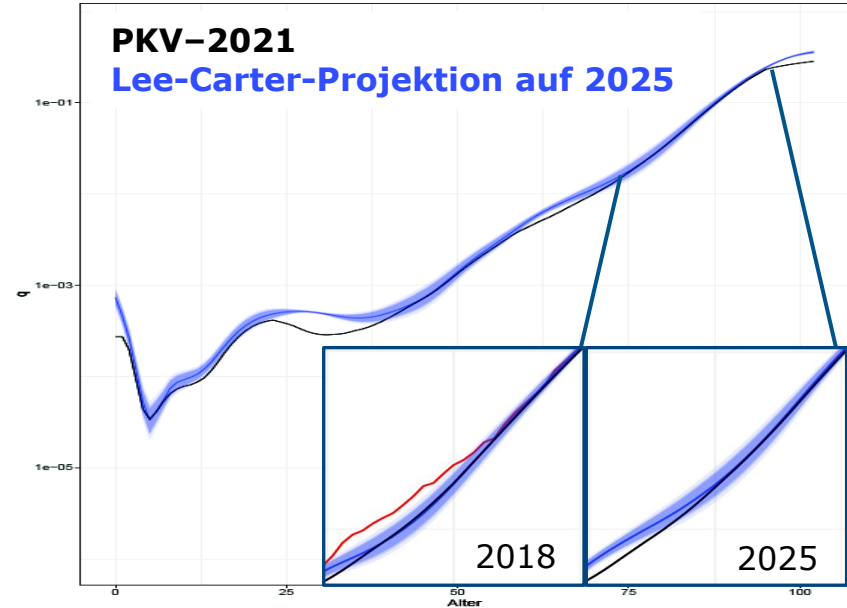
Lee – Carter (Männer Gesamt)

Alter	PKV 2021	Q 2025	2021	2022	2023	2024	2025
0	84,8		83,8	84,0	84,3	84,5	84,7
20	65,0		64,1	64,3	64,5	64,7	64,9
40	45,4		44,6	44,8	45,0	45,2	45,4
60	26,4		25,7	25,9	26,1	26,3	26,4
80	10,1		9,8	9,9	10,0	10,1	10,2

LC Männer G 2025

PKV-2021

Lee-Carter-Projektion auf 2025



Entwicklung von 2010 zu 2025: analog zu Plat mit niedrigeren LE-Schätzwerten

Die 90%-Trendrisiko-Kurve $q_{x,t}^{90\%}$ erfüllt $P[q_{x,t} \geq q_{x,t}^{90\%} \text{ für alle Alter } x] \geq 90\%$ für jedes t .

Daten: 1999 – 2018

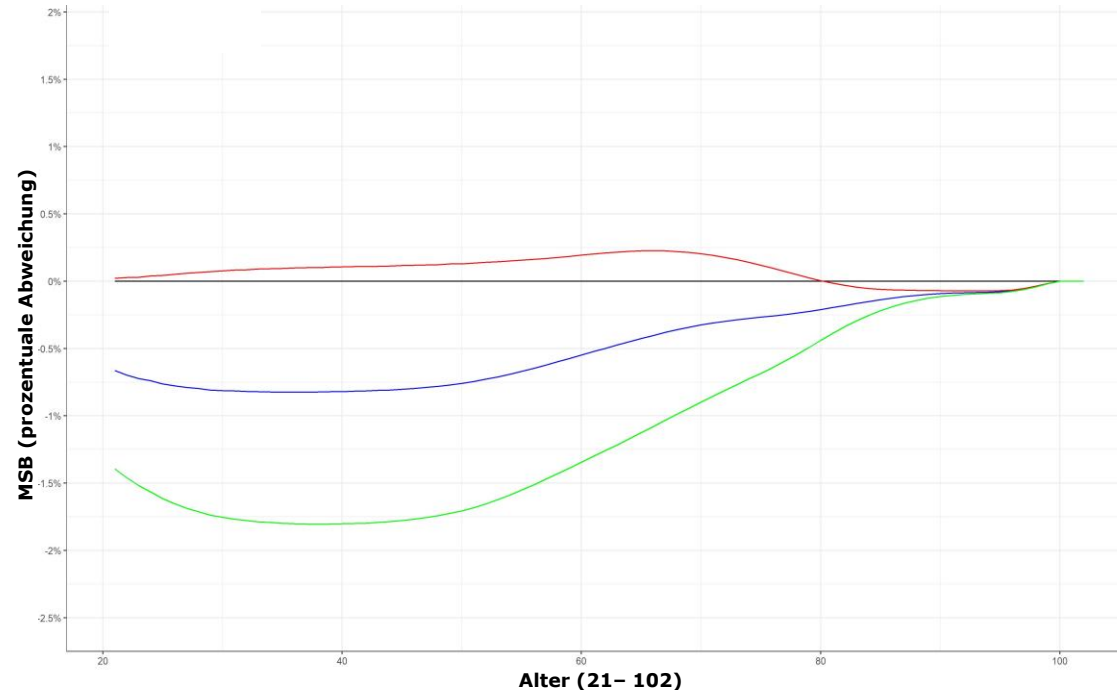


Agenda

- ✓ **Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?**
- ✓ **Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?**
- ✓ **Wie verhalten sich diese Modelle zur PKV-Sterbetafel?**
- **Was wären die Effekte auf einen ambulanten Vollkostentarif?**

Was wären die Effekte auf einen ambulanten Vollkostentarif?

Neugeschäftsbeiträge relativ zur PKV-2021 für Männer mit SB 551-700 €



Kalkulationsdaten:

Kopfschaden: BaFin Krawatte 2017:
KKV_amb_N_M_551-700

Storno: Normal (BaFin 2017)

Stückkosten: 335

Rechnungszins: 2,0%

Zillmerung: 0

Zuschläge(Δ): 6,3%

(ohne Umstufungen)

Modellkurven:

Lee - Carter (Best Estimate)

Lee - Carter (90%-Trendrisiko)

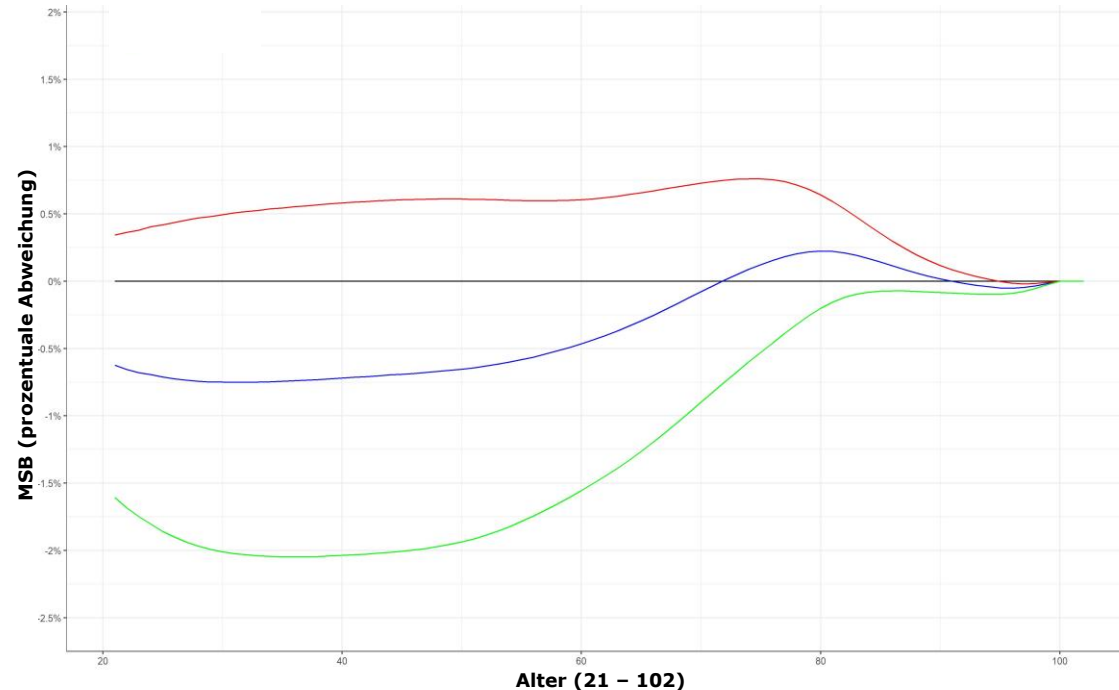
Lee - Carter (10%-Trendrisiko)

Projektionsjahr: 2025

Daten: 1999 - 2018

Was wären die Effekte auf einen ambulanten Vollkostentarif?

Neugeschäftsbeiträge relativ zur PKV-2021 für Männer mit SB 551-700 €



Kalkulationsdaten:

Kopfschaden: BaFin Krawatte 2017:
KKV_amb_N_M_551-700

Storno: Normal (BaFin 2017)

Stückkosten: 335

Rechnungszins: 2,0%

Zillmerung: 0

Zuschläge(Δ): 6,3%

(ohne Umstufungen)

Modellkurven:

Plat (Best Estimate)

Plat (90%-Trendrisiko)

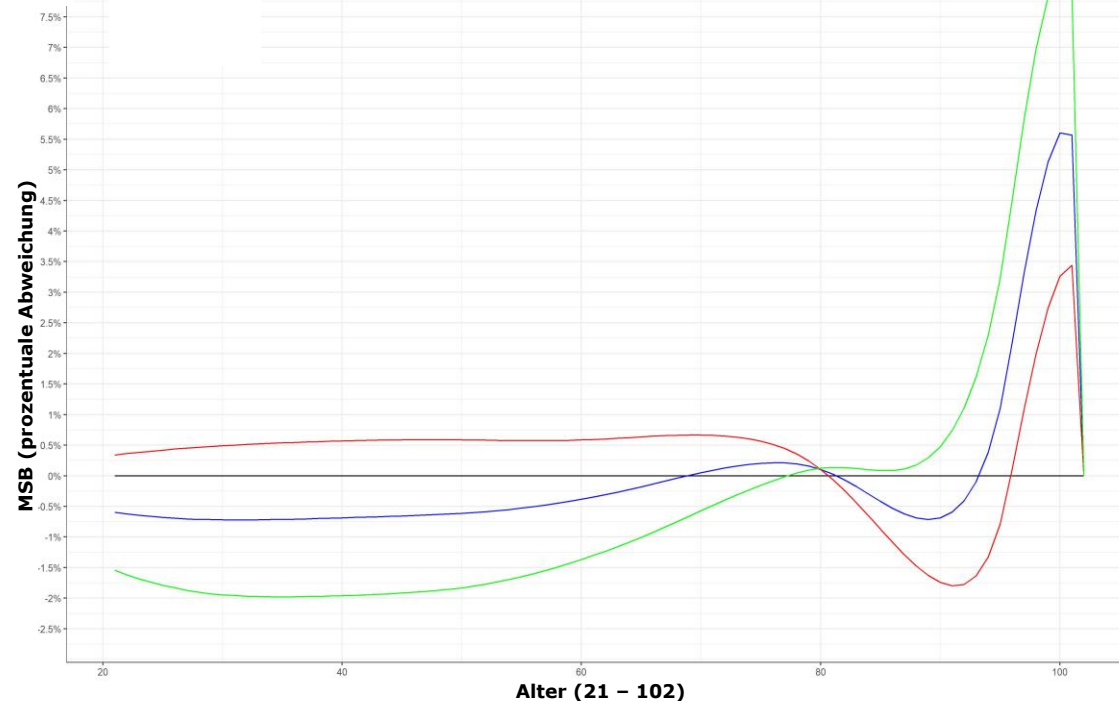
Plat (10%-Trendrisiko)

Projektionsjahr: 2025

Daten: 1999 – 2018

Was wären die Effekte auf einen ambulanten Vollkostentarif?

Neugeschäftsbeiträge relativ zur PKV-2021 für Männer mit SB 551-700 €



Kalkulationsdaten:

Kopfschaden: BaFin Krawatte 2017:
KKV_amb_N_M_551-700

Storno: Normal (BaFin 2017)

Stückkosten: 335

Rechnungszins: 2,0%

Zillmerung: 4

Zuschläge(Δ): 6,3%
(ohne Umstufungen)

Modellkurven:

Plat (Best Estimate)

Plat (90%-Trendrisiko)

Plat (10%-Trendrisiko)

Projektionsjahr: 2025

Daten: 1999 – 2018



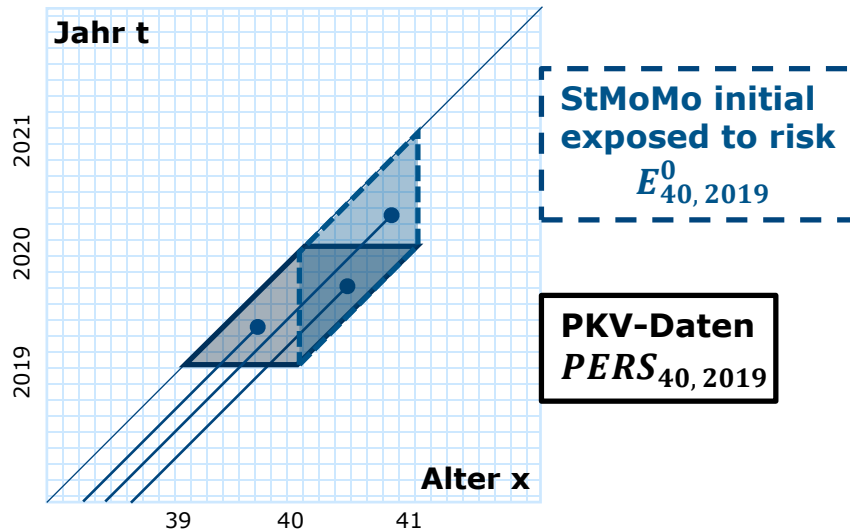
Agenda

- ✓ **Welche stochastischen Sterblichkeitsmodelle werden eingesetzt?**
- ✓ **Was lässt sich aus den ersten Modellierungen schlussfolgern?**
- ✓ **Wie verhalten sich diese Modelle zur PKV-Sterbetafel?**
- ✓ **Was wären die Effekte auf einen ambulanten Vollkostentarif?**
- **Welche Herausforderungen und Chancen ergeben sich?**

Welche Herausforderungen (und Chancen) ergeben sich?

Unterschiedlicher Kohortenansatz

(Darstellung im Lexis-Diagramm)



Unerheblich bei adäquater Homogenität der Daten

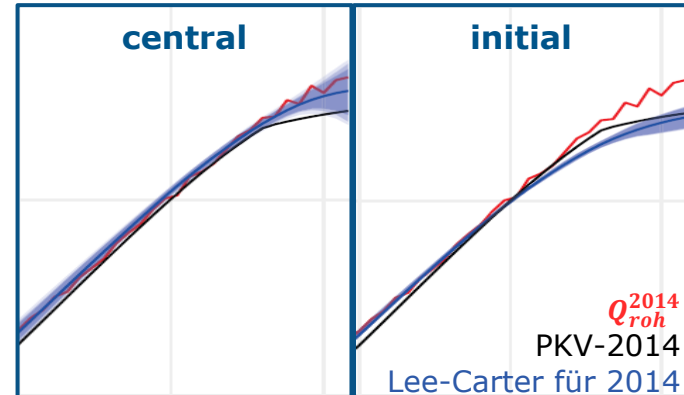
Lebensjahre der x-Jährigen im Jahr t

(Verwendung von $PERS_{x,t}$ (PKV-Daten))

Theoretisch: **initial** exposed to risk

Empirisch: **central** exposed to risk

[signifikant bessere Resultate in hohen Altern]



Männer Gesamt (Daten: 1997 – 2011)

Welche Herausforderungen und Chancen ergeben sich?

Herausforderungen

Datenkompatibilität – Homogenitätsannahme / Theorie – Empirie Konflikt

Modellwahl – Leistungsfähigkeit / Komplexität / Robustheit, siehe Salfeld (2019)

Vertrauenswürdigkeit – die Tragweite der Rechnungsgrundlage Sterblichkeit erfordert ein hohes Maß an Zuverlässigkeit von etwaigen Anwendungen auf StMoMo-Basis

Chancen (für die PKV-Sterbetafel)

Überprüfung und Quantifizierung der Sicherheit der PKV-Sterbetafel auf Basis eines repräsentativen GAPC-Modellportfolios

Früherkennung von Sterblichkeitstrends durch Parameteranalyse

Sicherheitskriterien auf Basis von tariflichen Kennzahlen für repräsentative Tarife



Welche (Herausforderungen und) Chancen ergeben sich?

Chancen (für PKV-Unternehmen)

Stochastische Quantifizierung der Angemessenheit der Verwendung der PKV-Sterbetafel für den eigenen Bestand (mit/ohne eigener stochastischer Modellierung)

Analyse abweichender Sterblichkeitstrends im eigenen Bestand (vgl. SAINT-Modell)

Solvenzquoten: Berechnung der Sterblichkeitsschocks mit internen Modellen

Stochastische Bilanzprojektionen (ALM)

➤ **Sagen Sie uns Ihre Meinung!**

Welche dieser Anwendungen wäre für Sie reizvoll?

Referenzen I

Stochastische Sterblichkeitsmodelle und ihre Modellierung in R

- Villegas, Millossovich, & Kaishev (2018). „*StMoMo: An R Package for Stochastic Mortality Modeling*”. *Journal of Statistical Software* **84**.
- Cairns, Blake, & Dowd (2006). „A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration”. *Journal of Risk and Insurance*, **73**(4), 687–718.
- Cairns, Blake, Dowd, Coughlan, Epstein, Ong, & Balevich (2009). „A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data from England and Wales and the United States”. *North American Actuarial Journal*, **13**(1), 1–35.
- Haberman & Renshaw (2011). „A Comparative Study of Parametric Mortality Projection Models”. *Insurance: Mathematics and Economics*, **48**(1), 35–55.
- Lee & Carter (1992). „Modeling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality”. *Journal of the American Statistical Association*, **87**(419): 659–671.
- Plat (2009). „On Stochastic Mortality Modeling”. *Insurance: Mathematics and Economics*, **45**(3), 393–404.
- Renshaw & Haberman (2006). „A Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Reduction Factors”. *Insurance: Mathematics and Economics*, **38**(3), 556–570.
- Saalfeld (2019). „Stochastic Mortality Modelling with Cointegrated Vector Autoregressive Processes and Characterizations of Logistic-type Hazard Rate Distributions”. Dissertation. Universität Hannover.

Referenzen II

Lexis Diagramm

- Vandeschrick (2001). „The Lexis diagram, a misnomer“. *Demographic Research*, **4**, 97-124.

Weiteres Themenumfeld

Spread-Adjusted International Trend Modell

- Jarner & Kryger (2011). „Modelling Adult Mortality in Small Populations: The Saint Model“. *ASTIN Bulletin*, **41**(2), 377-418.

Actuarial Data Science

Anwendungsfall „Neuronale Netze treffen auf Mortalitätsprognose“ der DAV-AG „Statistische Methoden“ (15.09.2020), siehe [DAV-Seite](#) bzw. [Kaggle-Projektseite](#) basierend auf

- Richman & Wüthrich (2019), „A Neural Network Extension of the Lee-Carter Model to Multiple Populations“, *Annals of Actuarial Science*, [First View](#), 1-21.

mit Verweis auf potentiell bessere Netzwerkarchitekturen (LCLSTM bzw. LCCONV) in

- Perla, Richman, Scognamiglio, & Wuthrich, „Time-Series Forecasting of Mortality Rates using Deep Learning“ (06.05.2020), SSRN, [DOI:10.2139/ssrn.3595426](https://doi.org/10.2139/ssrn.3595426).