

Hochtemperatur-Supraleitung

Praktikum - Festkörperphysik

Julia Jacob	Mario Alex Hollberg
julia.jacob@udo.edu	mario-alex.hollberg@udo.edu

13. Oktober 2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
2.1 Geschichtlicher Einstieg	3
2.2 Physikalische Hintergründe	3
3 Durchführung	7
3.1 Aufbau	7
3.2 Experiment	7
4 Auswertung	9
4.1 Phänomenologische Beobachtungen des Supraleiters	9
4.2 Bestimmung der kritischen Temperatur T_c via Meißner-Ochsenfeld-Effekt .	10
4.3 Bestimmung der kritischen Temperatur T_c via 4-Punkt-Messung	11
4.3.1 Ohne Magnet	12
4.3.2 Mit Magnet	13
4.4 Abschätzung der kritischen Stromstärke I_c	15
4.4.1 Ohne Magnet	16
4.4.2 Mit Magnet	17
4.5 Abschätzung des induzierten Stroms I_{ind}	18
5 Diskussion	19
6 Anhang	21
6.1 Bestimmung der kritischen Stromstärke I_c	21

1 Ziel

In diesem Versuch sollen das Phänomen des Supraleiters unter die Lupe genommen werden. Hierfür werden mit vier unterschiedlichen Hochtemperatur-Supraleitern Messungen durchgeführt. Bei allen Versuchen werden die Supraleiter mit flüssigem Stickstoff gekühlt und finden somit bei 77 K statt. Im Verlauf des Versuches sollen einige wichtige elektrischen und magnetischen Eigenschaften der Supraleiter bestimmt werden. Diese werden im folgenden zuerst theoretisch beschrieben.

2 Theorie

2.1 Geschichtlicher Einstieg

In der Physik basieren die aller meisten Phänomene auf Wechselwirkungen. Wechselwirkungen zwischen einer ungeordneten Energie und einer geordneten Kraft. Phasenübergänge basieren in der Physik dann darauf, dass eine der wirkenden Kräfte im Vergleich zur anderen genügend Energie besitzt, sodass der geordnete Zustand zerbricht. So gehorchen auch Phasenübergänge vom gasförmigen zum flüssigen Zustand dieser Gesetzmäßigkeit. Um nun neue Eigenschaften zu entdecken müssen Materialien meist unter extremen Bedingungen betrachtet werden. So wurde auch die Supraleitung erst entdeckt, nachdem es möglich war Gase wie Stickstoff zu verflüssigen und damit Experimente zu kühlen.

Seit 1908 ist es möglich sogar mit flüssigem Helium zu kühlen. Hiermit wurde ein neuer Temperaturbereich und auch eine extreme Bedingung für Experimente geschaffen. Fünf Jahre später wurde dann für die Entdeckung des Supraleiters der Nobelpreis an Kamerlingh-Onnes verliehen. Bis heute werden immer mehr Metalle und Legierungen mit den neuartigen Eigenschaften gefunden und auch das Verständnis der physikalischen Hintergründe hat sich im Laufe der Jahre immer weiter verbessert. Im nächsten Abschnitt wird näher auf die physikalischen Beschreibungen eingegangen.

In dem letzten Jahrhundert Forschung wurden nicht nur neue Materialien entdeckt, sondern auch die kritische Temperatur, bei dem die Materialien in den Supraleiter-Zustand übergehen, konnte immer weiter erhöht werden. Mittlerweile bieten Supraleiter viele interessanter Anwendungsmöglichkeiten. Und Forscher hoffen einen Supraleiter bei Zimmertemperatur zu finden.

2.2 Physikalische Hintergründe

Elektrischer Widerstand Bei normal leitenden Metallen lässt sich der elektrische Widerstand wie folgt bestimmen:

$$R(T) = R_0 + aT^2 + bT^5$$

Hierbei bezeichnet R_0 die Störstellenkonzentration, der zweite Summand mit der T^2 Abhängigkeit beschreibt den Anteil der Elektron-Elektron-Wechselwirkung und der letzte Summand gibt den Beitrag der Elektron-Phonon-Streuung wieder.

Für Supraleiter wird der elektrische Widerstand $R(T)$ unterhalb einer materialabhängigen kritischen Temperatur T_C Null.

Meißner-Ochsenfeld-Effekt Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt beschreibt, das Verdrängen eines externen Magnetfeldes im Superleiterzustand. Wenn ein Superleiter auf $T < T_C$ gekühlt wird, werden die Magnetfeldlinien eines von außen angelegten Magnetfeldes im Inneren des Superleiters bis auf eine dünne Randschicht verdrängt. Die London'sche Eindringsteife λ_L gibts an, wie weit das Magnetfeld trotz allem in den Supraleiter eindringt. Sie ist demnach ein Maß für die Dicke der übrigbleibende Randschicht. In Abbildung (1b) Meißner-Ochsenfeld-Effekt schematisch dargestellt. Hierbei wird die London'sche Eindringsteife vernachlässigt. Die Abbildung (1) zeigt zudem den Unterschied zwischen einem perfektem Leiter (PL) und einem Supraleiter (SL) dargestellt. Bei einem Supraleiter ist es gleich, ob erst gekühlt oder erst das externe B-Feld angelegt wird. In beiden Fällen tritt der Meißner-Ochsenfeld-Effekt ein. Supraleiter verhalten sich demnach wie perfekte Diamagneten. Zu beachten ist, dass aus einem perfekter Diamagnetismus eine unendlich hohe Leitfähigkeit resultiert, jedoch gilt dieser Zusammenhang nicht andersherum. So werden Supraleiter auch oft als Supradiamagneten bezeichnet.

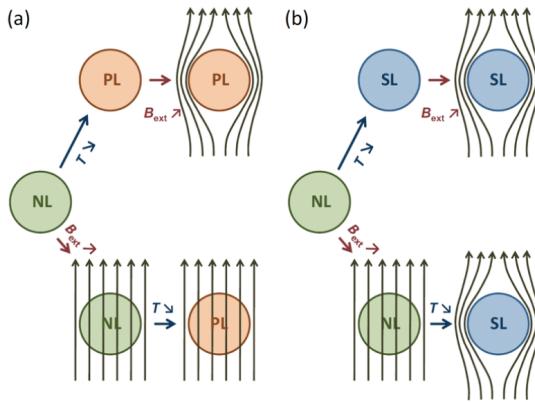


Abbildung 1: Dargestellt ist hier der Unterschied zwischen (a) einem Normalleiter (NL) und (b) einem Supraleiter (SL). Jeweils wird der Leiter unter die kritische Temperatur herunter gekühlt bevor ein externes Magnetfeld B_{ext} angelegt wird und nachdem B_{ext} eingeschaltet wird. [einleitung]

Kritisches Magnetfeld Wenn der, im letzten Abschnitt beschriebene, Meißner-Ochsenfeld-Effekt (M.O.-Effekt) irreversibel wäre, dann müsste der Supraleiter eine unendlich hohe Magnetfeldverdrängungsarbeit leisten können. Da dies nicht der Fall ist muss der M.O.-Effekt reversible sein. Das ist genau dann gegeben, wenn die Supraleitung durch ein externes B-Feld beziehungsweise durch ein kritisches B-Feld, B_C , zerstört wird. Bedeutet im Einzelnen, dass die magnetische Flussdichte im Inneren des Superleiters B_I so lange gleich Null ist, wie $\mu_0 H_{ext} \leq B_C(T)$ gilt. Wie in Abbildung (2a) zu sehen ist, nimmt B_I proportional zum extern angelegten B-Feld zu, sobald $\mu_0 H_{ext}$ den kritischen Wert von B_C überschritten hat. Der Verlauf der Magnetisierung des Superleiters ist in Abbildung (2b) schematisch dargestellt. Im ersten Bereich (schraffierte Fläche) steigt die Magnetisierung linear nach der Gesteztmäßigkeit $-\mu_0 M = \mu_0 H_{ext} - B$ mit $B = 0$. Überschreitet das angelegte Magnetfeld den kritischen Wert des Supraleiters, nimmt $B = \mu_0 H_{ext}$ an und die Magnetisierung bricht zusammen. Das hier beschriebene Verhalten bezieht sich auf einen Supraleiter des Typ I. Und das kritische Magnetfeld ist zudem noch temperaturabhängig:

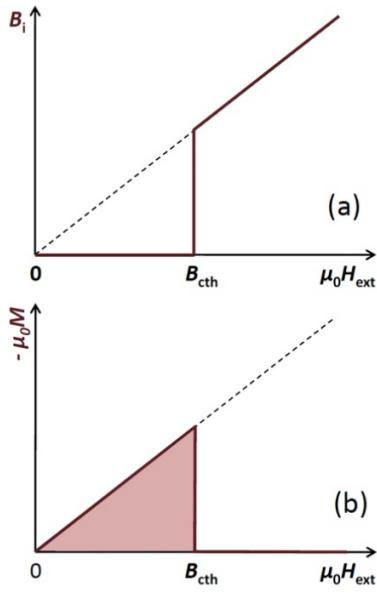


Abbildung 2: In (a) ist die magnetische Flussdichte im Inneren eines Supraleiters dargestellt und in (b) der Grafik darunter ist die Magnetisierung eines Supraleiters als Funktion des externen Magnetfelds zu sehen. Hier bei bezeichnet B_{cth} das kritische Magnetfeld. [einleitung]

$B_C = B_C(T)$. Diese Abhängigkeit lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$B_C(T) = B_C(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^2 \right]$$

$B_C(0)$ nimmt bei Supraleitern einige 10 mT an.

Typ 2-Supraleiter Bisher wurde nur der Supraleiter Typ I-Supraleiter vorgestellt. Bei einem Supraleiter des Typ II gibt es noch einen Übergangsbereich zwischen der normalleitende Phase und dem homogenen Supraleiter. Somit gibt es auch zwei kritische Magnetfelder mit $B_{c,1} < B_{c,2}$. Ist das angelegte Magnetfeld größer als $B_{c,2}$ befindet sich der Supraleiter in der normalleitende Phase. Und unterhalb $B_{c,1}$ herrscht auf Grund des Meissner-Ochsenfeld-Effekt eine vollständige Abschirmung des Magnetfeldes. Es liegt ein homogener Supraleiter vor. Für den Fall, dass das angelegte Magnetfeld sich genau zwischen den beiden kritischen Magnetfeldern befindet, heißt folgende Bedingung erfüllt: $B_{c,1} < B < B_{c,2}$, so liegt eine gemischte Phase vor. In diesem Bereich bilden sich zunächst zylinderförmige Flussschlüsse aus. Diese werden immer größer, bis sie das ganze Volumen des Leiters einnehmen.

Entropie und spezifische Wärme In Abbildung (3) ist der Temperaturverlauf der spezifischen Wärme grafisch dargestellt. In gelb der Verlauf eines normalleitendem Metall, dieser steigt linear mit der Temperatur. Im Gegensatz dazu verhält sich C_s , in Abbildung (3) in blau dargestellt, für tiefe Temperaturen exponentiell. Dieses Verhalten gibt einen eindeutiger Hinweis darauf, das im Anregungsspektrum eine Energielücke vorhanden sein muss. Im Bereich der kritischen Temperatur gilt vor allem $C_n(T_C) < C_s(T_C)$.

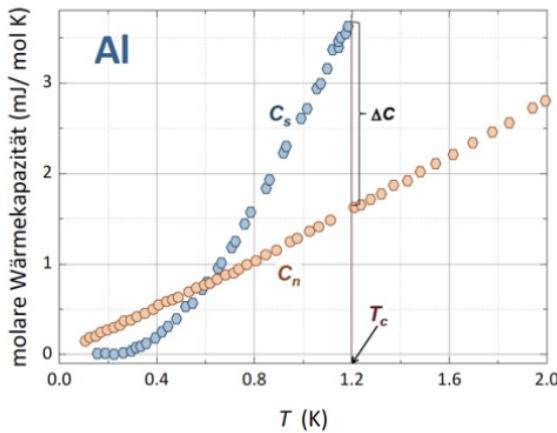


Abbildung 3: Vergleich der Temperaturverläufe der spezifischen Wärme von einem normalleitendem und supraleitendem Aluminium. [einleitung]

Die BCS-Theorie Ein Versuch die theoretischen Hintergründe eines Supraleiters zu verstehen bietet die BCS-Theorie. Zur heutigen Zeit ist es sicher, dass die Supraleitung durch die effektive Wechselwirkung der Elektronen untereinander verursacht wird. Durch die effektive Coulomb-Anziehung der Elektronen wird der Fermi-See irgendwann unstabil. So stellt sich ein neuer, energetisch günstigerer Grundzustand ein. Das ganze lässt sich anhand von zwei Elektronen beispielhaft vorstellen. Diese zwei Elektronen gehen auf Grund der anziehenden Wechselwirkung einen gebundenen Zustand ein, welcher als Cooper-Paare bezeichnet wird. Dabei ist der mikroskopischer Mechanismus hinter dieser chemischen Bindung bislang noch unklar. In der BSC-Theorie wird die effektive anziehende Wechselwirkung durch die Elektronen-Phonon-Wechselwirkung beschrieben. Wobei diese jedoch im Bereich von 30 – 40 K liegt. Weshalb damit zwar die Niedertemperatur-Supraleitung erklärt werden kann, jedoch nicht ganz die Hochtemperatur-Supraleitung. Damit nun die zwei gedachten Elektronen ein Cooper-Paar bilden können, müssen sich diese Elektronen an der Fermikante aufhalten. Zudem müssen die beiden Elektronen einen umgekehrten Spin und einen entgegengesetztem Puls besitzen. Somit ist der Spin und der Impuls eines Cooper-Paares gleich Null. Dies bedeutet, dass es sich bei Cooper-Paaren um Bosonen handelt, weshalb sie bei hinreichend tiefen Temperaturen kondensieren können. Außerdem besitzen Bosonen eine große räumliche Ausdehnung. Das Phonon in der Elektronen-Phonon-Wechselwirkung wird von dem einem Elektron erzeugt und innerhalb der Unschärfe direkt wieder von dem zweiten Elektron des Cooper-Paares absorbiert.

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Für die durchzuführenden Versuche stehen vier verschiedene Supraleiter-Proben und drei Seltene-Erden-Permanentmagnete zur Verfügung. In den aufgeführten Tabellen (1) und (2) sind einige wichtige Kenndaten der Supraleiter-Proben und Magnete aufgelistet.

Tabelle 1: Die Supraleiter-Proben.

SL	Material	Form	Bemerkung
#1	$Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$	Stab	mit Silberkontakteflächen
#2	$YBa_2Cu_3O_7$	dünne Scheibe	polykristallin; geringe kritische Stromstärken
#3	YBCO-Einkristall	dicke Scheibe	hohe kritische Stromstärken
#4	$Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$	Ring	

Tabelle 2: Die Seltene-Erden-Permanentmagnete.

M	Material	(Durchmesser \times Höhe) / mm
#M1	NdFeB-Magnet	4 \times 1,5
#M2	NdFeB-Magnet	15 \times 5
#M3	NdFeB-Magnet	12,6 \times 12,6

In Abbildung (4) ist beispielhaft der Versuchsaufbau für den dritten Versuchsteil zu sehen. Mittig befindet sich ein großes Styroporbehälter (weiß), in welchem sich das flüssige Stickstoff befindet, womit die Proben gekühlt werden. In dem kleineren Styroporbehälter (blau) wird der Supraleiter platziert. Zum Aufbau gehöören außerdem eine Stromquelle (Rigol DP821A), ein Nanovoltmeter (Hioki DM7275-01), verschiedene Temperatursensoren und eine transversale USB-Hall-Sonde. Die Stromquelle kann einen variablen Strom von einigen mA bis hin zu 1 A durch SL #1 fließen lassen. Die abfallende Spannung kann mittels dem Nanovoltmeter bestimmt werden. Mit Hilfe eines Multimeters werden die Temperatursensoren ausgelesen. Zusätzlich befindet sich auch ein Heißluftfön neben dem Versuchsaufbau. Dieser wird benötigt um die feuchtigkeitsempfindlichen Supraleiter-Proben nach jeder Messung wieder zu trocknen.

3.2 Experiment

Bevor es mit den eigentlichen Messungen losgeht, wird sich mit den Supraleiter vertraut gemacht. Hierbei liegt der Schwerpunkt auf der Beobachtung und Beschreibung des Meißner-Ochsenfeld-Effekts. Dafür wird #M1 auf den abgekühlten SL #2 platziert. Für Rotations- und Suspensionsexperimente wird die Konstruktion von SL #3, einem Abstandsplättchen und #M3 zusammen in einem Styroporbehältnis mit flüssigem Stickstoff gekühlt.

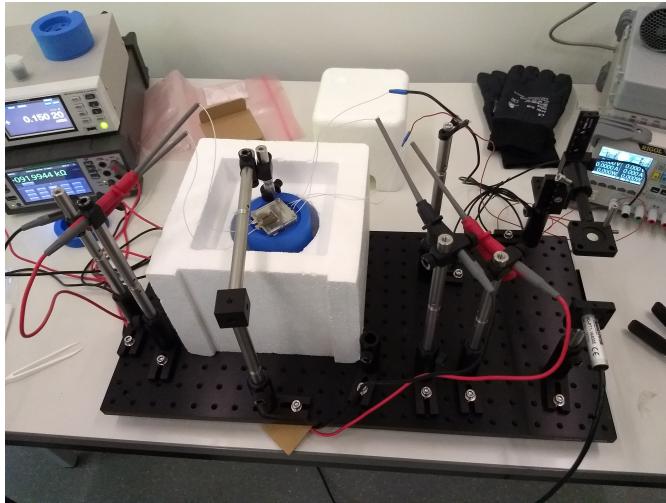


Abbildung 4: Zu sehen ist hier ein Versuchsaufbau für die dritte Messreihe. In dem blauen Styroporbehälter befindet sich der SL #1, welcher über mehrere Kabel mit der Stromquelle verbunden ist.

In den ersten zwei Messreihen wird die kritische Temperatur T_C einmal mit Hilfe des Meißner-Ochsenfeld-Effekt und ein zweites Mal mittels einer 4-Punkt-Messung bestimmt. Für erstere Messreihe wird die zeitliche Verlauf der Spannung $U(t)$ und der Temperatur $T(t)$ aufgenommen. Dieser Versuch wird mit SL #2 und #M1 durchgeführt. Die 4-Punkt-Messung wird an SL #1 vorgenommen. Der Aufbau für diese Messreihe ist in Abbildung (4) dargestellt. Die Stromstärke wird hinfür auf 0,6 A eingestellt. Gemessen wird der Widerstand R des Platin-Temperatursensors und die Spannung U_{SL} am SL #1. Sobald der Widerstand R einen Wert von ca. 50Ω annimmt, wird die Messung beendet. Untersucht wird das ganze mit und ohne Einfluss eines externen Magnetfeldes. Als externes Magnetfeld wird #M3 verwendet.

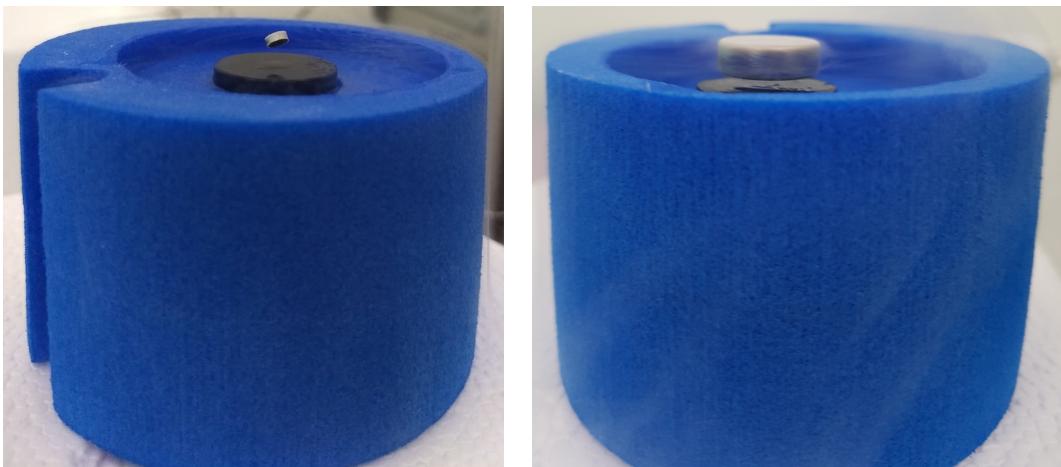
In einer weiteren Messreihe wird die kritischen Stromstärke I_C vom SL #1 abgeschätzt. Die $R_{SL}(T)$ Abhängigkeit wird für fünf verschiedene Stromstärken aufgenommen. Die fünf Messungen werden jeweils mit und ohne externem Magnetfeld durchgeführt.

Als letztes wird der induzierten Strom I_{ind} an dem Supraleitenden Ring SL #4 abgeschätzt. Der SL #4 wird in einem Styroporbehälter, welcher mit flüssigem Stickstoff gefüllt ist, abgekühlt. Mittels dem Permanentmagneten #M3 wird ein Strom in dem Ring induziert. Um ein möglichst genaues Messergebnis zu erhalten, wird der Ring schnell aus dem Behälter entfernt und da Magnetfeld wird gemessen.

4 Auswertung

4.1 Phänomenologische Beobachtungen des Supraleiters

Zu Beginn des Versuches werden die gemachten Beobachtungen der verschiedenen Magnet-Supraleiter-Anordnungen geschildert. In den drei folgenden Abbildungen 5a, 5b und 6a ist gut zu erkennen, wie der Magnet, bedingt durch den Meißner-Ochsenfeld-Effekt, eigenstabil über dem Supraleiter schwiebt. Dabei rotiert in Abbildung 5a ein kleiner Magnet #M1 in einer schrägen Position über dem SL #2 Supraleiter um seine Achse hin und zurück. Hingegen rotiert, relativ zu seiner Achse, der größere Magnet #M2 in Abbildung 5b parallel zum SL #3 Supraleiter hin und zurück.



(a) Der SL #2 Supraleiter zusammen mit einem #M1 Permanentmagnet auf einem Styroporbehältnis mit flüssigem Stickstoff.

(b) Der SL #3 Supraleiter zusammen mit dem #M2 Permanentmagnet auf einem Styroporbehältnis mit flüssigem Stickstoff.

Besonders attraktiv sind diese Eigenschaft in der Technik, da so eine berührungslose Kraftübertragung realisiert werden kann. So lassen sich beispielsweise supraleitende Magnetlager wie in Abbildung 6a realisieren. In Abbildung 6a ist dazu ein Pinning-Stab zusammen mit dem #M2 Permanentmagneten zu sehen. Diese Konfiguration schwebt über dem SL # 3 Supraleiter. Wird dem Pinning-Stab samt #M2 Magnet ein Impuls übertragen, so rotiert die Konfiguration stabil über dem SL #3 Supraleiter. Wird die Anordnung aus Abbildung 6a nun am Pinning-Stab angehoben, so bleibt die Konstellation bestehen. Der SL # 3 Supraleiter schwebt nun unter dem Magneten, dieser Effekt wird der Suspension zugeschrieben. Sind die Pinning-Kräfte stark genug, so lassen sich Rotationsbewegungen in sämtliche Raumrichtungen ermöglichen (siehe Abbildung 6b).



(a) Magnetlager aus dem SL #3 Supraleiter zusammen mit einem #M2 Permanentmagnet und einem Pinning-Stab auf einem Styroporbehältnis mit flüssigem Stickstoff.

(b) Magnetlager aus dem SL #3 Supraleiter zusammen mit einem #M2 Permanentmagnet und einem Pinning-Stab in einer Schräglage angehoben.

4.2 Bestimmung der kritischen Temperatur T_c via Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Um die Spannung $U_{TS,Si}$ am Silizium-Temperatursensor in Temperatur T umzurechnen, wird ein Polynom vierten Grades genutzt:

$$T(U_{TS,Si}) = a_0 + a_1 \cdot U_{TS,Si} + a_2 \cdot U_{TS,Si}^2 + a_3 \cdot U_{TS,Si}^3 + a_4 \cdot U_{TS,Si}^4$$

dabei sind die Kalibrierungsdaten a_i mit $i \in 0,..,4$ dem Datenblatt zu entnehmen. Das dabei resultierende Verhältnis zwischen Temperatur T und der Messzeit t ist in Abbildung 7 dargestellt. Dabei wird die anfängliche Messzeit abgeschnitten, bei der keine Temperaturänderung statt findet und ein neuer zeitlicher Nullpunkt gesetzt. So lässt sich das Verhalten bei der Temperaturerhöhung besser untersuchen. Der Zeitpunkt an dem der #M1 Magnet wieder auf dem Supraleiter aufliegt, ist jeweils mit einem gelben Kreis gekennzeichnet. Alle drei Messungen zeigen anfangs einen starken Temperaturanstieg. Etwa 4 second nachdem die jeweilige kritische Temperatur T_c^{MCE} erreicht ist, zeigen Messung 1 und 2 ein schwächer werdenden Temperaturanstieg, bis dieser sich nach weiteren 5 s annähernd linear verhält. Messung 3 hingegen, zeigt sofort nachdem die kritische Temperatur T_c^{MCE} erreicht ist, ein linearen Zuwachs der Temperatur.

Die sich dabei ergebende kritische Temperatur T_c^{MCE} der einzelnen Messungen ist in Tabelle 3 aufgelistet. Die Abschätzung des systematischen Fehlers von 5 K ergibt sich teils daraus, dass das Absenken des #M1 Magnets nicht abrupt passiert, sondern in einem gewissen Messbereich. Auch spielt die Position des Temperatursensors eine Rolle. Denn dieser liegt möglicherweise nicht optimal auf dem SL #2 Supraleiter auf. Ein Temperaturgradient am SL #2 Supraleiter, welcher die Messung verfälschen würde, ist ebenfalls nicht auszuschließen. Da der Temperatursensor im Werk kalibriert wurde, wird der Fehler beim

Messen eher als gering eingeschätzt. Durch Mittelung der kritischen Temperaturen T_c^{MCE} der einzelnen Messungen ergibt sich \bar{T}_c^{MCE} , mit dem Fehler $\Delta\bar{T}_c^{\text{MCE}} = \Delta T_c^{\text{MCE}}/\sqrt{3}$.

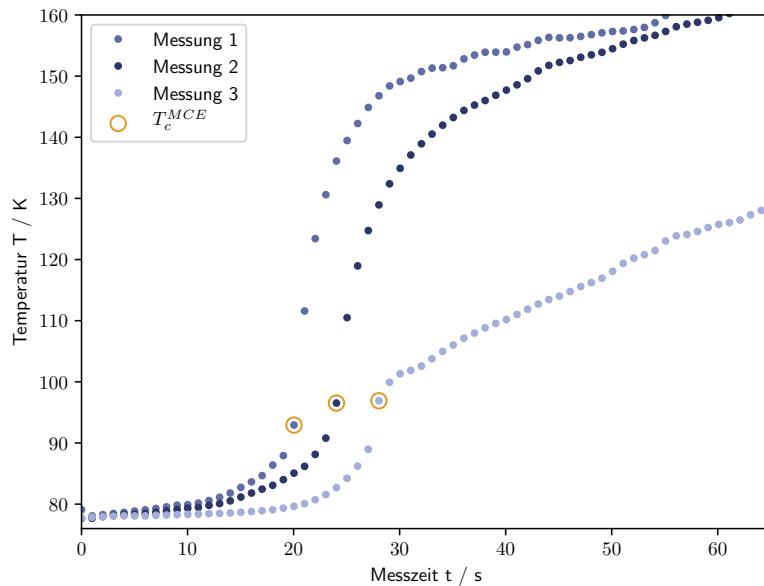


Abbildung 7: Bestimmung der kritischen Temperatur anhand von drei Messungen mittels des Meißner-Ochsenfeld-Effekts. Die gelben Kreise kennzeichnen den Zeitpunkt, an dem der #M1 Magnet wieder auf dem SL #2 Supraleiter aufliegt. Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von $\pm 5 \text{ K}$ zugeschrieben.

Tabelle 3: Kritische Temperatur T_c^{MCE} für drei Messungen.

Messung 1	$T_c^{\text{MCE}} / \text{K}$	Messung 2	$T_c^{\text{MCE}} / \text{K}$	$\bar{T}_c^{\text{MCE}} / \text{K}$	Mittel
	$92,93 \pm 5$	$96,53 \pm 5$	$96,90 \pm 5$	$95,45 \pm 2,89$	

4.3 Bestimmung der kritischen Temperatur T_c via 4-Punkt-Messung

Im folgendem wird im Unterkapitel 4.3.1 der SL #1 Supraleiter ohne Störung eines Magnetfeldes untersucht und damit die kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ bestimmt. Dann wird im Unterkapitel 4.3.2 die Messung mit dem #M3 Magneten für zwei verschiedenen Abstände wiederholt.

Der Platin-Sensor erlaubt es die Temperatur am SL #1 Supraleiter zu bestimmen. Dazu wird der gemessene Widerstand $R_{\text{TS},\text{Pt}}$ durch ein Polynom dritten Grades:

$$T(R_{\text{TS,Pt}}) = a_0 + a_1 \cdot R_{\text{TS,Pt}} + a_2 \cdot R_{\text{TS,Pt}}^2 + a_3 \cdot R_{\text{TS,Pt}}^3$$

in Temperatur T umgerechnet, wobei a_i mit $i \in 0,..,3$ dem Datenblatt des Platin-Sensors entnommen wird. Der SL #1 Supraleiter, sowie der Platin-Sensor befinden sich in einem geschlossenem Plexiglasgehäuse, was die Messung vor äußeren Einflüssen schützt. Allerdings kann sich beim auftauen so besser Flüssigkeit ansammeln, welche das Messergebnis verfälschen können. Der Platin-Sensor ist vom Werk aus kalibriert und arbeitet damit sehr genau. Ein Temperaturgradient am Supraleiter zum Platin-Sensor ist auch hier nicht auszuschließen. Der systematische Fehler wird damit auf $\pm 2\text{ K}$ geschätzt. Zusätzlich wird ein Ablesefehler bei der Bestimmung der kritischen Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ dazugeschätzt. Dieser bildet sich durch die Mittelung von vier Temperaturänderungen $\Delta T_{i,i-1}^{4\text{PM}} = |T_i^{4\text{PM}} - T_{i-1}^{4\text{PM}}|$ um die kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$:

$$\Delta \bar{T}_c^{4\text{PM}} = \frac{\Delta T_{c-1,c-2}^{4\text{PM}} + \Delta T_{c,c-1}^{4\text{PM}} + \Delta T_{c+1,c}^{4\text{PM}} + \Delta T_{c+2,c+1}^{4\text{PM}}}{4}$$

4.3.1 Ohne Magnet

Das temperaturabhängige Verhalten des SL #1 Supraleiter-Widerstandes R_{SL} , ohne Störung durch einen Magnetfeld, bei einem Durchlaufstrom I von $0,6\text{ A}$ ist in Abbildung 8 dargestellt. Der SL #1 ist zwischen $(76 \pm 2)\text{ K}$ und etwa $(117 \pm 2)\text{ K}$ supraleitend, denn hier zeigt sich ein Widerstandswerte von Null. Fehlerhaft gemessene negative Widerstandswerte sind größtenteils aus dem Ausschnitt skaliert, weshalb Lücken, wie z.B. zwischen $(80 \pm 2)\text{ K}$ und $(90 \pm 2)\text{ K}$, entstehen. Diese und weitere Sprungwerte (beispielsweise zwischen $(115 \pm 2)\text{ K}$ und etwa $(116 \pm 2)\text{ K}$) sind Messfehler, welche sich größtenteils nicht im interessante Bereich aufhalten. Der interessante Bereich ist der, an dem der Widerstand R_{SL} eine stetige Zunahme erfährt. Bei einer Temperatur von etwa $(117,36 \pm 2,60)\text{ K}$ zeigt sich der erste Widerstandsanstieg von $0,1\text{ m}\Omega$. Danach ist der Widerstandszuwachs sehr stark, bis dieser sich bei etwa $(125 \pm 2)\text{ K}$ annähernd linear verhält.

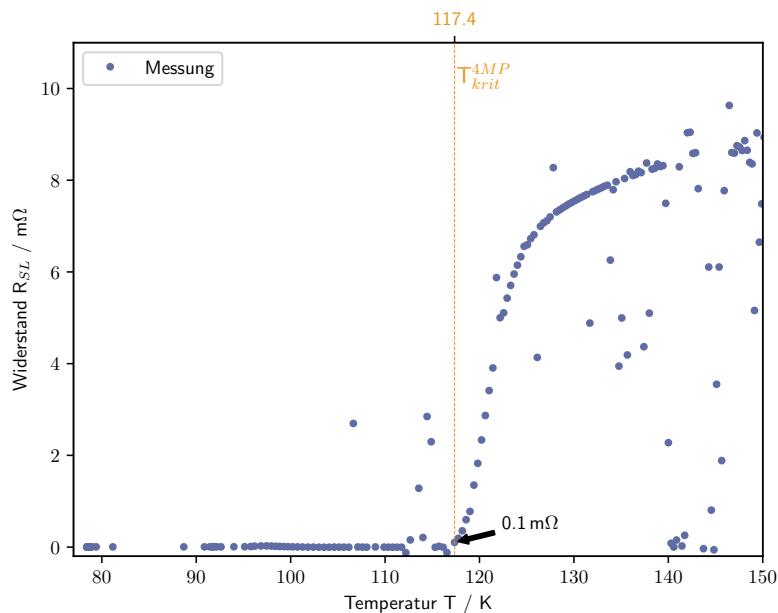


Abbildung 8: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter ohne Magneten anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,6 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von ± 2 K zugeschrieben.

4.3.2 Mit Magnet

Die Messung für einen Magnetabstand von 10 mm ist in Abbildung 9, und die in einem Abstand von 16 mm ist in Abbildung 10 dargestellt. Beide sind ab (78 ± 2) K bis zu kritischen Temperatur T_c^{4PM} zunächst supraleitend. Zuerst werden die beiden Abbildungen 9 und 10 miteinander verglichen. Es fällt auf, dass die Messung aus Abbildung 9 deutlich mehr Sprungwerte gemessen hat, als die Messung aus Abbildung 10. Damit ist in Abbildung 10 ein stetigerer Widerstandsanstieg zu erkennen. Einige Sprungwerte sind in Abbildung 9 leider genau dort, wo der Widerstandsanstieg anfängt. Dadurch lässt sich der anfängliche Widerstandszuwachs erst bei 0,31 mΩ bestimmen. Beide Messungen zeigen nach der kritischen Temperatur T_c^{4PM} einen ähnlich starken Widerstandsanstieg. Werden beide Messungen (mit Magnet) mit der Messung aus Abbildung 8 (ohne Magnet) verglichen, fällt auf, dass der Widerstandsanstieg weniger stark ist. In Tabelle 4 sind die jeweiligen kritischen Temperaturen T_c^{4PM} und die gemessene Magnetfeldstärke B_{ex} aufgelistet. Gegen aller Erwartung, nimmt die T_c^{4PM} bei einer größeren Magnetfeldstärke zu.

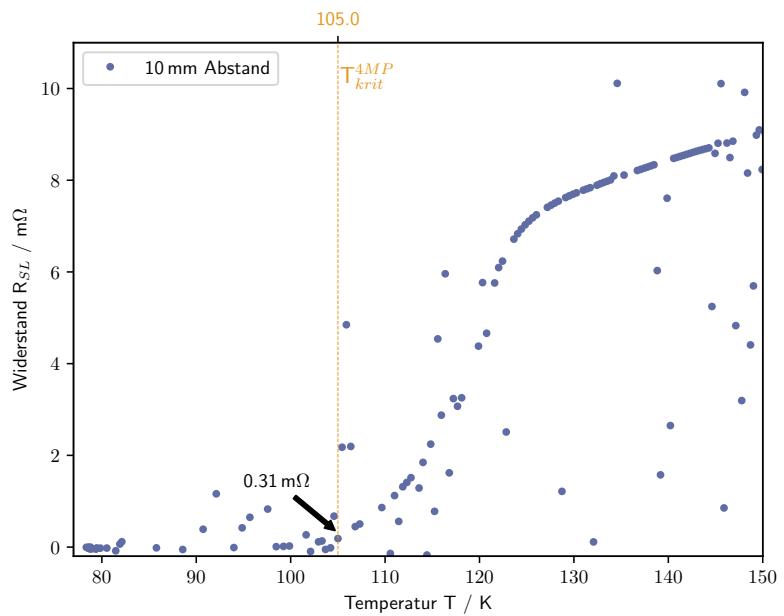


Abbildung 9: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter mit dem #M3 Magneten im Abstand von 10 mm anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,6 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von ± 2 K zugeschrieben.

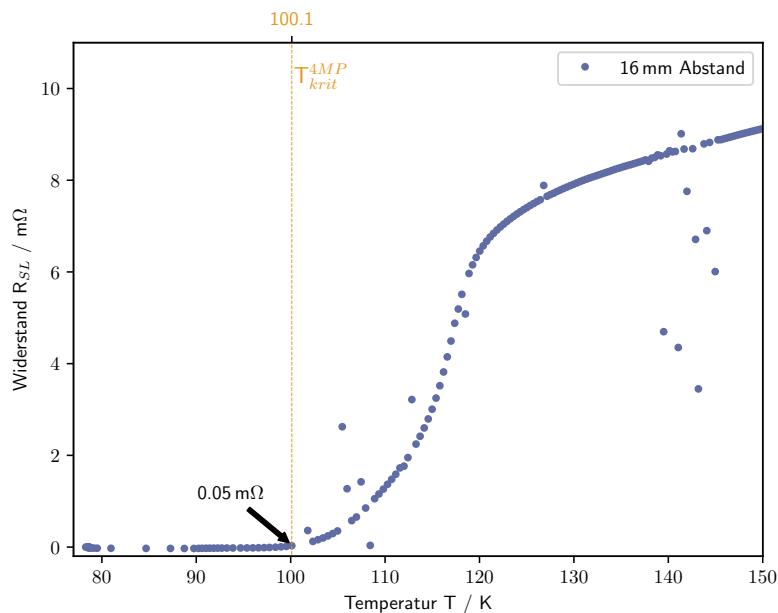


Abbildung 10: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter mit dem #M3 Magneten im Abstand von 16 mm anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,6 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von $\pm 2 \text{ K}$ zugeschrieben.

Tabelle 4: Kritische Temperatur T_c^{MCE} für zwei unterschiedliche Magnetabstände.

Magnetabstand d / mm	kritische Temperatur $T_c^{\text{MCE}} / \text{K}$	Magnetfeldstärke $B_{\text{ex}} / \text{mT}$
10	$105,01 \pm 2,63$	142,7
16	$100,12 \pm 2,86$	23,5

4.4 Abschätzung der kritischen Stromstärke I_c

Im folgendem Unterkapitel 4.4.1 wird die kritische Temperatur T_c^{MCE} bei einer 4-Punkt-Messung in Abhängigkeit von der Durchlaufstromstärken I untersucht. Die dabei entstehenden Fehler werden analog zum Unterkapitel 4.3 abgeschätzt. Im zweiten Unterkapitel 4.4.2 wird die Messung mit Magnetfeld durchgeführt.

4.4.1 Ohne Magnet

Eine 4-Punkt-Messung ohne Magnetfeld wird für jeweils fünf unterschiedlichen Stromstärken ($I = 0,2 \text{ A}; 0,4 \text{ A}; 0,6 \text{ A}; 0,8 \text{ A}; 1,0 \text{ A}$) durchgeführt. Die kritische Temperatur T_c^{MCE} wird möglichst bei einem Widerstandsanstieg auf $0,5 \text{ A}$ abgelesen (siehe Anhang 6.1) und in Tabelle 5 aufgelistet. Mit Ausnahme der kritischen Temperatur T_c^{MCE} bei einer Stromstärke von $0,6 \text{ A}$, ist die Tendenz, dass die kritische Temperatur T_c^{MCE} mit der Stromstärke I abnimmt. Ein Blick in die Messung bei einer Stromstärke von $0,6 \text{ A}$ (Anhang 15) zeigt eine Lücke genau im interessanten Bereich des Widerstandsanstiegs und damit, im Vergleich zu den anderen Messungen, einen doppelt so großen Widerstand R_{SL} von $0,1 \text{ m}\Omega$. Aus diesem Grund, wird dieser Wert in der folgenden Auswertung nicht mehr berücksichtigt.

Tabelle 5: Kritische Temperatur T_c^{MCE} für fünf unterschiedliche Durchlaufstromstärken.

Stromstärke I / A	kritische Temperatur $T_c^{\text{MCE}} / \text{K}$
0,2	$116,83 \pm 2,54$
0,4	$116,61 \pm 2,55$
0,6	$117,36 \pm 2,60$
0,8	$114,83 \pm 2,61$
1,0	$114,17 \pm 2,55$

Um nun die kritische Stromstärke I_c bestimmen zu können, wird mittels *Python 3.7.6* eine lineare Extrapolation bis 77 K gemacht, welche in Abbildung 11 zu sehen ist. Für die Ausgleichsgerade: $I(T) = m \cdot T + b$ ergeben sich folgende Parameter:

$$m = (-0,27 \pm 0,03) \frac{\text{A}}{\text{K}} \quad b = (32,34 \pm 3,53) \text{ A}$$

und damit eine Abschätzung für den kritischer Strom I_c von $(11,20 \pm 4,24) \text{ A}$. Der Fehler ergibt sich hierbei nach der gaußsche Fehlerfortpflanzung: $\Delta I(T) = \sqrt{(T \cdot \Delta m)^2 + (\Delta b)^2}$

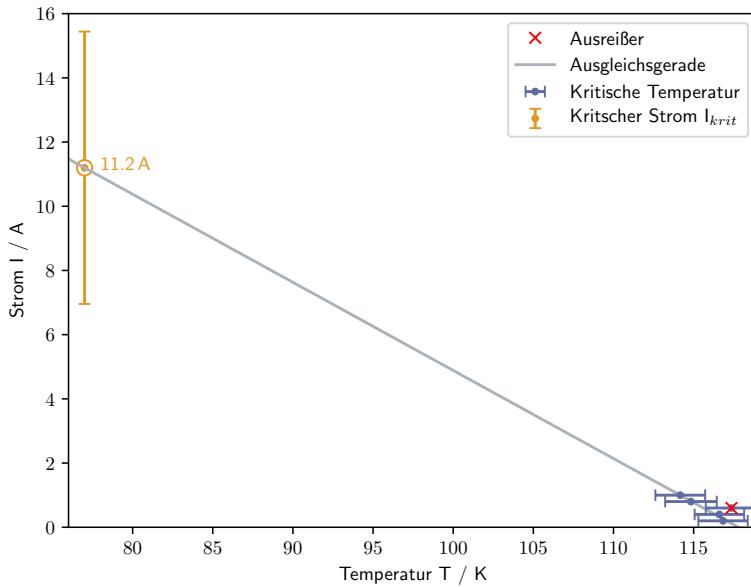


Abbildung 11: Bestimmung der kritischen Stromstärke I_c des SL #1 Supraleiter ohne Magnet anhand einer 4-Punkt-Messung. Die kritischen Temperaturen T_c^{MCE} bei der dazugehörigen Stromstärke I sind der Tabelle 5 zu entnehmen. Die gelbe Markierung kennzeichnet die Abschätzung des kritischen Stroms I_c und die rote Markierung kennzeichnet den aus der Auswertung unberücksichtigten Wert.

4.4.2 Mit Magnet

Nun erfährt der SL #1 Supraleiter eine Störung durch das starke Magnetfeld des #M3 Magnets. Wegen Messproblemen wird der kritische Strom I_c nur für zwei Durchlaufstromstärken von 0,6 A und 0,8 A untersucht. Dazu wird von jeder Messung die kritische Temperatur T_c^{MCE} bei einem Widerstand von etwa 0,5-0,6 A abgelesen (siehe Anhang 6.1) und der jeweilige Wert in Tabelle 6 eingetragen.

Tabelle 6: Kritische Temperatur T_c^{MCE} für fünf unterschiedliche Durchlaufstromstärken mit Magnetfeld des #M3 Magnets.

Stromstärke I / A	kritische Temperatur $T_c^{\text{MCE}} / \text{K}$
0,6	$107,33 \pm 3,51$
0,8	$104,00 \pm 2,85$

Die kritische Strom I_c ergibt sich erneut durch eine Extrapolation bis 77 K mittels *Python 3.7.6*, welche in Abbildung 12 dargestellt ist. Die Parameter der Ausgleichsgeraden $I(T) = m \cdot T + b$ haben dabei folgende Werte:

$$m = -0,06 \frac{\text{A}}{\text{K}} \quad b = 7,05 \text{ A}$$

und der kritische Strom I_c damit einen Schätzwert von 2,42 A.

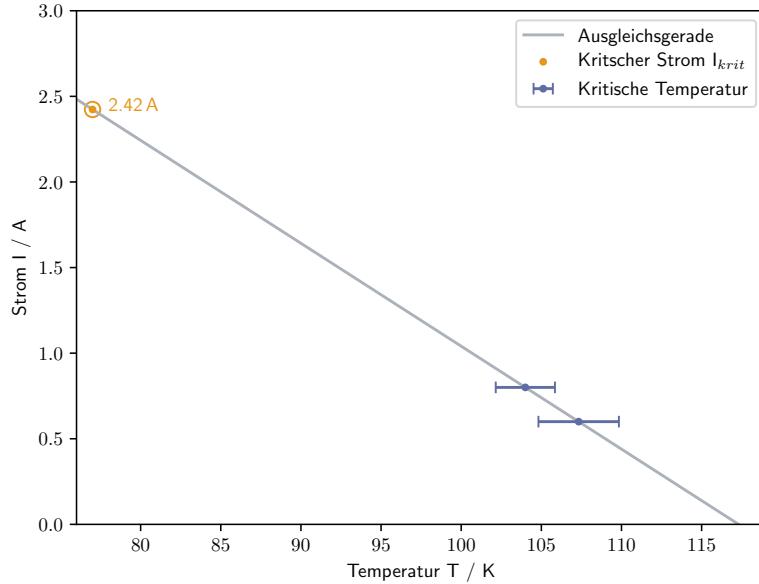


Abbildung 12: Bestimmung der kritischen Stromstärke I_c des SL #1 Supraleiter mit Störung durch den #M3 Magnet anhand einer 4-Punkt-Messung. Die kritischen Temperaturen T_c^{MCE} bei der dazugehörigen Stromstärke I sind der Tabelle 5 zu entnehmen. Die gelbe Markierung kennzeichnet die Abschätzung des kritischen Stroms I_c .

4.5 Abschätzung des induzierten Stroms I_{ind}

Zuletzt wird der mit dem #M3 Magneten induzierte Strom I_{ind} am SL #4 Supraleiter-Ring abgeschätzt. Dazu misst die Hall-Sonde, in einem Abstand von $z = 0$ zum Mittelpunkt des Rings, ein induziertes Magnetfeld B_{ind} von 1,59 mT. Das Biot-Savart-Gesetz für kreisförmige Stromschleifen:

$$I_{\text{ind}}(z, R, B_{\text{ind}}) = \frac{2B_{\text{ind}}(z^2 + R^2)^{3/2}}{\mu_0 R^2}$$

erlaubt es nun, den induzierten Strom I_{ind} abschätzen, wobei der Radius R des SL #4 Supraleiter-Ring 7,5 mm beträgt. Der induzierte Strom lässt sich damit auf einen Wert von $(18,98 \pm 0,51)$ A abschätzen. Wegen einer möglichen nicht idealen Messposition in z -Richtung, wird dem I_{ind} -Wert ein Fehler, welcher sich aus dem absoluten Fehler: $|I_{\text{ind}}(z = 0, R, B_{\text{ind}}) - I_{\text{ind}}(z = \pm 0,1 \text{ mm}, R, B_{\text{ind}})|$ ergibt, zugeschrieben.

5 Diskussion

Im ersten Unterkapitel 4.1 sind phänomenologische Beobachtungen des Supraleiters beschrieben. Dabei wird klar, dass der supraleitende Zustand schnell wieder vergeht, wenn keine Arbeit, im Form von Kühlung, an ihm verrichtet wird. So arbeitet beispielsweise ein supraleitendes Magnetlager reibungsfrei, braucht dagegen aber viel Energie zur Kühlung, um den Zustand beizubehalten. Die Rotationsbewegungen des Magneten in Abbildung 5a und 5b resultiert aus dem Temperaturgradienten der umgebenden Luft und aus der Inhomogenität des Permanentmagneten.

Im folgendem wird der temperaturabhängige supraleitende Zustand durch zwei unterschiedlichen Messverfahren genauer untersucht. Als erstes wird im Unterkapitel 4.2 mit dem bloßem Auge beobachtet, bei welcher Temperatur der supraleitende Zustand des YBCO-Supraleiters vergeht. In Abbildung 7 zeigen die ersten beiden Messungen 1 und 2 einen ähnlichen Verlauf, allerdings eine um etwa 4 K unterschiedliche kritische Temperatur T_c^{MCE} . Das liegt vermutlich an der Messauflösung (eine Temperaturmessung pro Sekunde), die dem großen Temperaturausschlag nach der kritischen Temperatur nicht mehr genügt. Messung 3 zeigt besonders nach Erreichen der kritischen Temperatur T_c^{MCE} ein anderes Verhalten als die beiden anderen Messungen. Der Temperaturanstieg ist dort wesentlich geringer. Möglicherweise ist der Magnet, welcher noch eine geringe Temperatur haben könnte, als der Supraleiter selbst, in die Nähe des Temperatursensor gefallen und hemmt damit den raschen Temperaturanstieg. Aber auch ein Eingriff nach dem Magnetabsenken in das Messsystem, könnte den Verlauf dort verfälscht haben. Hier wäre es hilfreich, einen weiteren Temperatursensor mit einzubinden. So ließe sich der systematische Fehler bei fehlerhafter Position des Sensors und der Verfälschung durch einen Temperaturgradient am Supraleiter minimieren. Schließlich ergibt sich, nach Mittelung über drei Messungen, eine kritische Temperatur von $\bar{T}_c^{\text{MCE}} = (95,45 \pm 2,89)$ K. Dieser Wert liegt dem theoretischen Wert von maximal 93 K [1, S. 62] sehr nah.

Beim zweiten Messverfahren im Unterkapitel 4.3 wird ein Bi2223-Supraleiter in einem möglichst geschlossenem Messsystem mittels einer 4-Punkt-Messung auf seine kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ untersucht. Dabei wird geschaut, bei welcher Temperatur der Widerstand von Null verschieden wird. In Abbildung 8 zeigt sich, dass die Messauflösung bei diesem Verfahren gut genug ist. Die kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ von $(117,4 \pm 2,0)$ K wird bei einem Widerstandsanstieg von Null auf $0,1 \text{ m}\Omega$ abgelesen. Die theoretische kritische Temperatur liegt bei 110 K [1, S. 64] und damit um $(7,4 \pm 2,0)$ K daneben. Eine Mittelung über mehrere Messungen würde vermutlich ein genaueres Ergebnis liefern.

Des Weiteren wird im Unterkapitel 4.3.2 der Einfluss eines extern angelegtem Magnetfeld auf die kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ untersucht. Wie eben gezeigt, liegt die kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ ohne Magnetfeld bei $(117,4 \pm 2,0)$ K. Deshalb wird erwartet, dass sich die kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ mit größer werdenden Magnetabstand d diesem Wert annähert. Gegen aller Erwartung zeigt sich dennoch in Tabelle 4 eine temperaturabnahme mit größer werdenden Magnetabstand. Selbst wenn probier wird, dem Verlauf des Widerstandsanstiegs zu folgen, um die Lücke in Abbildung 9 zu umgehen, ergibt sich in etwa eine kritische Temperatur $T_c^{4\text{PM}}$ von 104 K. Dies würde an der Tatsache nichts ändern. Dieses merkwürdige Verhalten lässt sich mit dieser Arbeit nicht erklären und es

müssten weiteren Messreihe zur Überprüfung gemacht werden.

Im weiteren konnte gezeigt werden, dass nicht nur die Temperatur eine entscheidende Rolle für den supraleitenden Zustand spielt. Wird ein Supraleiter als Leiter verwendet, stellt sich fest, dass keine beliebig große Stromstärke durchfließen kann. Ab einer kritischen Stromstärke I_c , welche im Unterkapitel 4.4 für den Bi2223-Supraleiter abgeschätzt wird, verliert der Supraleiter seine supraleitende Eigenschaften. Dafür werden fünf Messungen, ohne die Störung durch ein externes Magnetfeld, bei unterschiedlichen Durchstromstärken I gemacht und mittels einer linearen Extrapolation bis 77 K der kritische Strom I_c abgeschätzt (siehe Abbildung 11), wobei eine der fünf Messungen aus der Auswertung entnommen wurde. Der Grund dafür ist im Unterkapitel 4.4.1 zu finden. Der Schätzwert für die kritische Temperatur I_c liegt bei $(11,20 \pm 4,24)$ A. Für Bi2223-Supraleiter können kritische Stromdichte j_c von etwa $1,2 \cdot 10^7$ A/m² bei 5 K [2, S. 345] beobachtet werden. Leider sind die Maße des Bi2223-Supraleiterstabs nicht bekannt. Aber angenommen dieser hätte einen kreisförmigen Querschnitt, so ergebe sich mit

$$\pi R_{\text{Bi2223-Stab}}^2 = \frac{I}{A} \Leftrightarrow R_{\text{Bi2223-Stab}} = \sqrt{\frac{\pi}{j_c \pi}}$$

einen minimalen Radius $R_{\text{Bi2223-Stab}}$ von 0,55 mm. Der Stabradius wird größer gewesen sein, weshalb ein kritischer Stromwert I_c von etwa $(11,20 \pm 4,24)$ A bei 77 K durchaus realistisch ist.

Als letzte 4-Punkt-Messung wird im Unterkapitel 4.4.2 das Verhalten des kritischen Stroms in Abhängigkeit eines externen Magnetfeld untersucht. Aufgrund von Schwierigkeiten beim Messen, auf die im folgendem noch eingegangen wird, werden hier nur Messungen für zwei unterschiedlich starke Durchlaufstromstärken I untersucht. Unter diesen Umständen ergibt sich durch Extrapolation bis 77 K (siehe Abbildung 12) ein kritischen Strom I_c von 2,42 A. Wie im Unterkapitel (2.2) beschrieben, befinden sich im Supraleiter zweiter Art normalleitende Bereiche. Durch das von Außen angelegte Magnetfeld B_{ex} wird der normalleitende Bereich vergrößert, sodass die kritische Stromstärke I_c circa 78 % kleiner als ohne Magnetfeld.

Besonders bei den letzten Messungen kam es, wegen Feuchtigkeitsbildung durch das auf und abtauen des geschlossenen Messsystems, zu Schwierigkeiten. Mit einem Heißluftfön wurde probiert dem entgegenzuwirken. Allerdings hat sich zum Ende hin so viel Feuchtigkeit gesammelt, dass nur noch langes warten bzw. fön genügt hätte. Dies wird dem geschlossenen System zum Nachteil und erzeugt Sprungwerte wie z.B. in Abbildung 8. Um diese vermeiden zu können, sollte zwischen den Messungen genug Zeit abgewartet bzw. genügend gefönt werden.

Im letzten Unterkapitel 4.5 wird der induzierte Strom am Bi2223-Supraleiter-Ring untersucht. Mit dem Biot-Savart-Gesetz für kreisförmige Leiterschleifen ergibt sich dabei ein Induktionsstrom von $(18,98 \pm 0,51)$ A. Der Bi2223-Supraleiter-Ring hat eine Wanddicke d von 1,5 mm und damit schätzungsweise einen Querschnitt von $A \approx \pi \frac{d^2}{4} = 1,77 \cdot 10^{-6}$ m². Wie oben erwähnt, ist die kritische Stromdichte j_c für einen Bi2223-Supraleiter bei etwa $1,2 \cdot 10^7$ A/m² bei 5 K. Demnach ergibt sich ein kritischer Strom I_c für den Bi2223-Supraleiter-Ring von 21,24 A. Ein Induktionsstrom von $(18,98 \pm 0,51)$ A wäre damit durchaus realistisch.

Literatur

- [1] Prof. Dr. Ulrich Hohenester. *Die Entdeckung der Supraleitung*. URL: <https://physik.uni-graz.at/~uxh/teaching/supraleitung/SL.pdf> (besucht am 28.08.2020).
- [2] M.S.Shalaby u.a. „Higher critical current density achieved in Bi-2223 High-Tc superconductors“. In: *Journal of Radiation Research and Applied Sciences* 9 (3 2016), S. 345–351.
- [3] TU Dortmund. *Hochtemperatur-Supraleitung*. 2020.

6 Anhang

6.1 Bestimmung der kritischen Stromstärke I_c

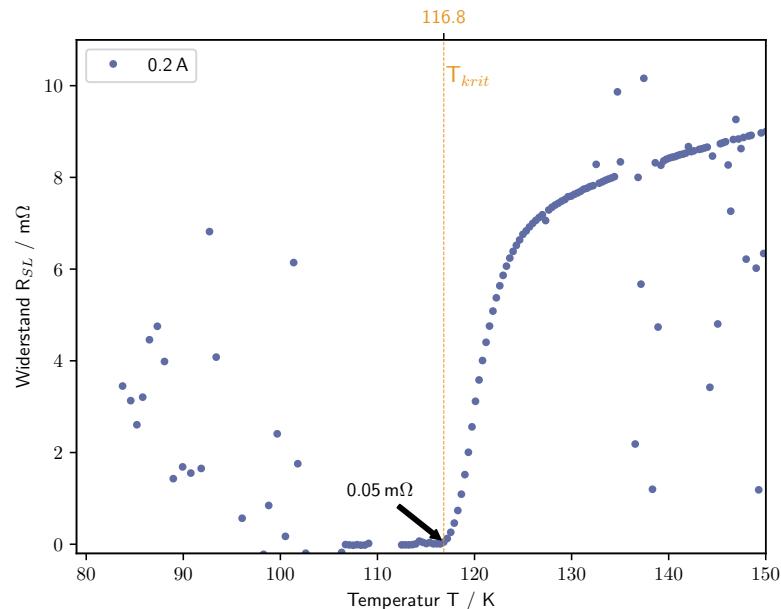


Abbildung 13: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter ohne Magnet anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,2 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von $\pm 2 \text{ K}$ zugeschrieben.

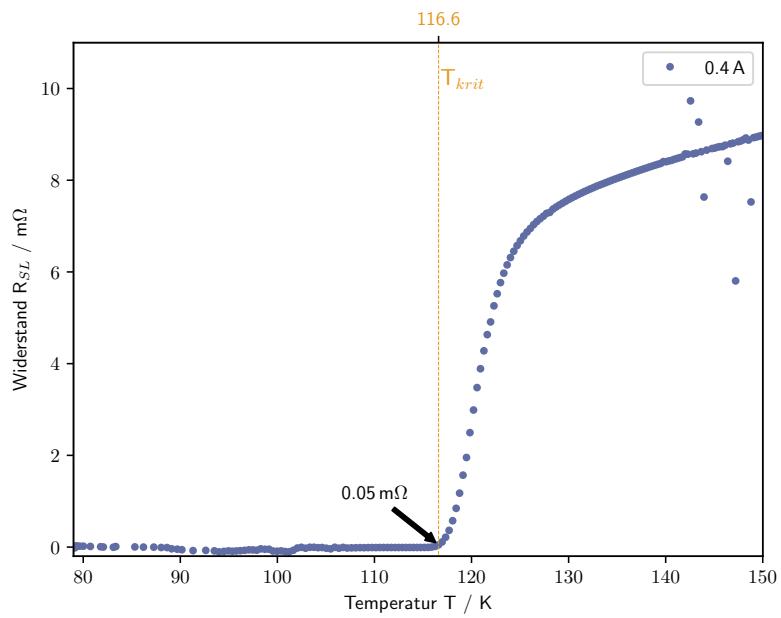


Abbildung 14: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter ohne Magnet anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,4 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von ± 2 K zugeschrieben.

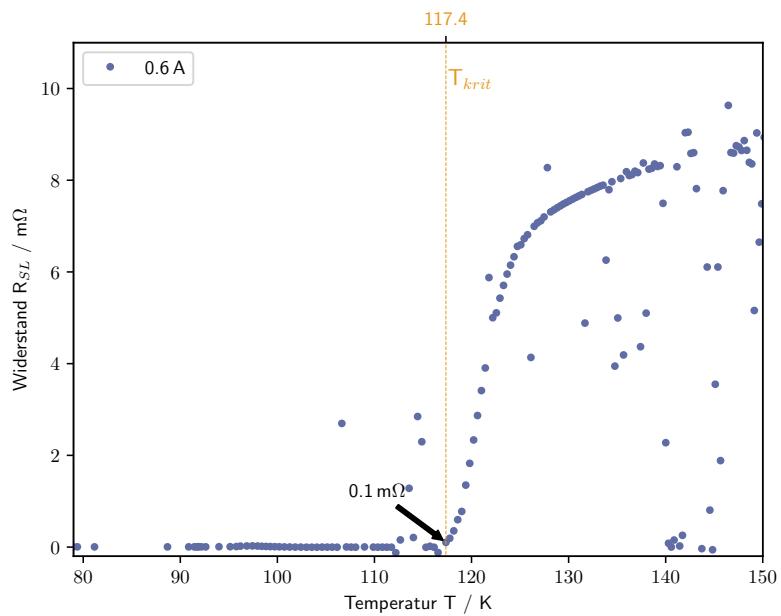


Abbildung 15: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter ohne Magnet anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,6 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von ± 2 K zugeschrieben.

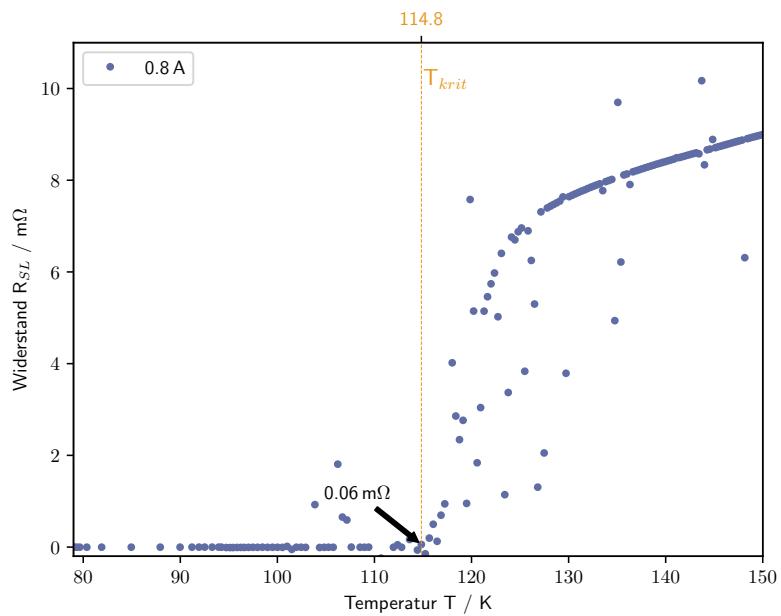


Abbildung 16: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter ohne Magnet anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,8 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von ± 2 K zugeschrieben.

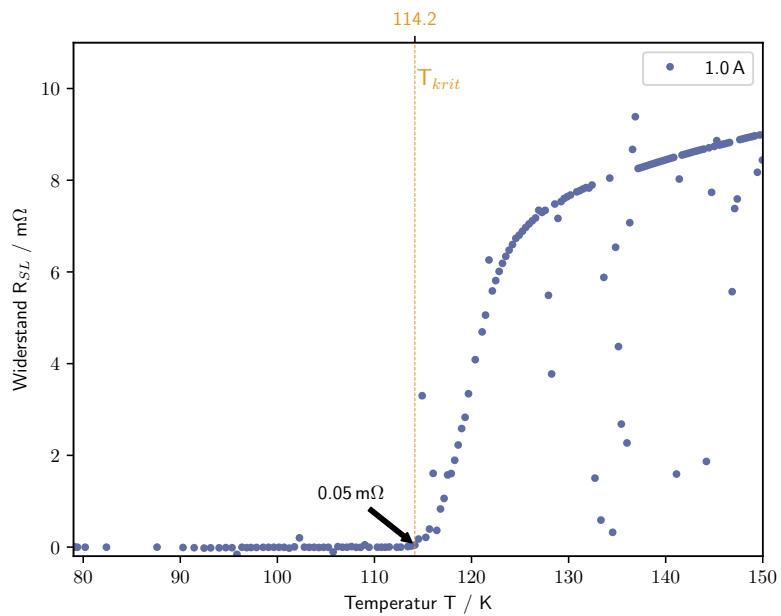


Abbildung 17: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter ohne Magnet anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 1,0 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von $\pm 2\text{ K}$ zugeschrieben.

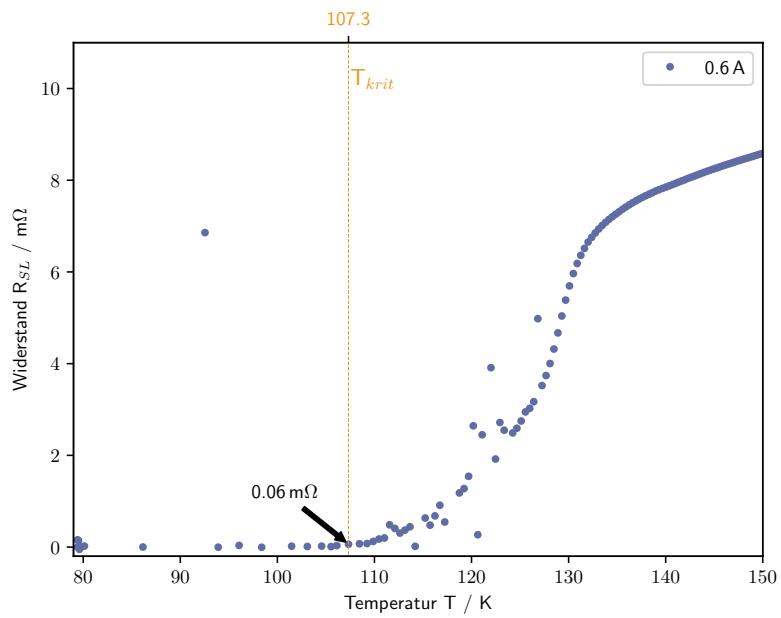


Abbildung 18: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter mit Störung des #M3 Magnets anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,6 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von ± 2 K zugeschrieben.

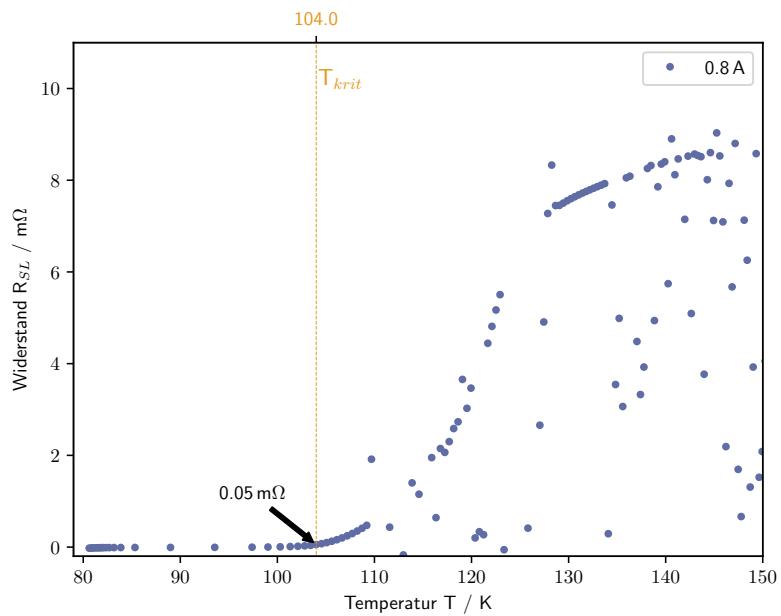


Abbildung 19: Bestimmung der kritischen Temperatur des SL #1 Supraleiter mit Störung des #M3 Magnets anhand einer 4-Punkt-Messung. Die Temperatur T wird mit einem Platin-Sensor ermittelt, wobei der Widerstand R_{SL} bei einem Strom I von 0,8 A gemessen wird. Die gelbe Markierung kennzeichnet die kritische Temperatur T_c^{4PM} . Es werden allen Messwerten einen systematischen Fehler von ± 2 K zugeschrieben.