



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ Информатика и системы управления

КАФЕДРА Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии

## **Лабораторная работа №3 по курсу “Моделирование” по теме “Марковские цепи”**

Студент: Уласик Е.А.

Группа: ИУ7-71

Вариант по списку 18

Преподаватель: Рудаков И.В.

2020 г.

## Оглавление

<i>1. Формализация .....</i>	<i>3</i>
<i>2. Результат работы программы .....</i>	<i>4</i>
<i>3. Вывод .....</i>	<i>8</i>

## 1. Формализация

Задача данной лабораторной работы для сложной системы  $S$ , имеющей не более 10 состояний, определить время нахождения системы в предельных состояниях, то есть при установившемся режиме работы.

Марковский процесс – случайный процесс, обладающий следующим свойством: для каждого момента времени  $t_0$  вероятность любого состояния системы в будущем при  $t > t_0$  зависит только от состояния системы в настоящем  $t = t_0$  и не зависит от того, как процесс развивался в прошлом.

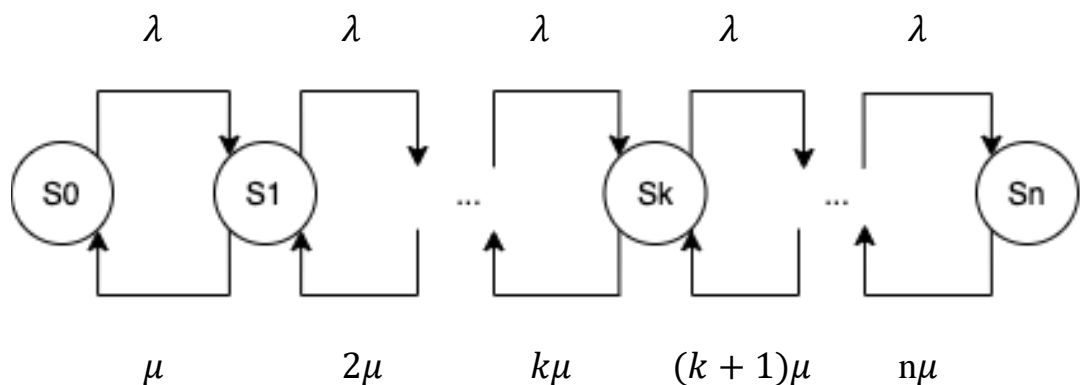
Для марковского процесса используются уравнения Колмогорова:

$$F = (P'(t), P(t), \lambda) = 0,$$

где  $P(t)$  – вероятность,  $\lambda$  – набор коэффициентов

Вероятностью  $i$ -ого состояния называется вероятностью  $p_i(t)$  того, что в момент времени  $t$  система будет находиться в состоянии  $S_i$ . Для любого момента  $t$  сумма вероятностей всех состояний равна единице.

Для нахождения предельных вероятностей системы  $S_n$  следующего вида:



используется система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} p'_0 = -p_0\lambda + p_1\mu \\ p'_1 = -p_1\lambda - p_1\mu + p_0\lambda + p_22\mu \\ \dots \\ p'_k = -p_k\lambda - p_kk\mu + p_{k-1}\lambda - p_{k+1}(k+1)\mu' \\ \dots \\ p'_n = p_{n-1}\lambda - p_nn\mu \end{array} \right.$$

где каждое уравнение составляется по следующему принципу: в левой части каждого уравнения стоит производная вероятности состояния, а правая содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена “из” состояния, соответствующий член имеет знак “–”, если “в” состояние, то знак “+”. Каждый член равен произведению плотности вероятности перехода (интенсивности), соответствующий данной стрелке, и вероятности того состояния, из которого выходит стрелка.

## 2. Результат работы программы


Пусть система  $S$  состоит из 3 состояний. На рисунках 1-3 изображены результаты работы программы:

### Matrix

	S0	S1	S2
S0	0	7	1
S1	3	0	9
S2	2	4	0

Рисунок 1. Коэффициенты интенсивности системы

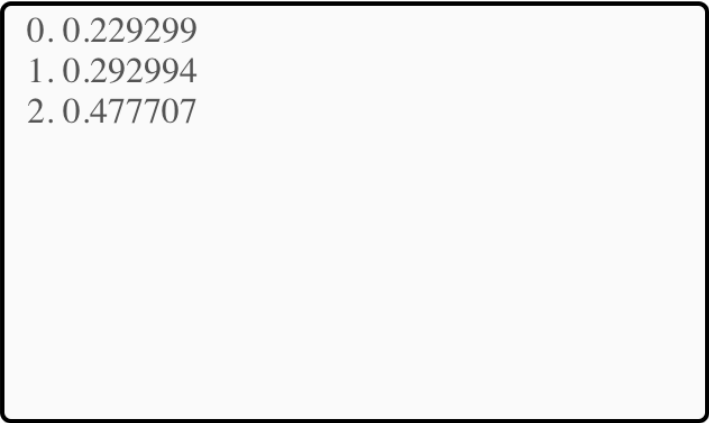
### Times



```
0. 0.312  
1. 0.358  
2. 0.326
```

Рисунок 2. Время нахождения системы в предельных состояниях

### Probabilities



```
0. 0.229299  
1. 0.292994  
2. 0.477707
```

Рисунок 3. Предельные вероятности

Пусть система  $S$  состоит из 5 состояний. На рисунках 4-6 изображены результаты работы программы:

# Matrix

	S0	S1	S2	S3	S4
S0	0	5	7	5	9
S1	8	0	4	1	9
S2	1	4	0	3	6
S3	1	2	1	0	7
S4	3	7	10	1	0

Рисунок 4. Коэффициенты интенсивности системы

## Times

0.	0.19
1.	0.156
2.	0.307
3.	0.808
4.	0.154

Рисунок 5. Время нахождения системы в предельных состояниях

## Probabilities

0.0.101553  
1.0.174818  
2.0.297717  
3.0.166804  
4.0.259108

Рисунок 6. Предельные вероятности

Пусть система  $S$  состоит из 10 состояний. На рисунках 7-9 изображены результаты работы программы:

## Matrix

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
S0	0	7	1	9	8	5	7	4	10	1
S1	5	0	1	7	1	10	1	9	6	6
S2	3	6	0	2	3	10	1	7	4	8
S3	7	3	4	0	5	3	7	8	8	10
S4	4	7	7	6	0	5	4	4	10	7
S5	1	4	4	6	3	0	6	5	1	9
S6	9	6	5	8	10	9	0	7	4	7
S7	5	8	1	10	8	6	9	0	6	9
S8	9	4	8	9	1	7	7	4	0	9
S9	2	5	2	9	10	5	8	5	2	0

Рисунок 7. Коэффициенты интенсивности системы

## Times

0.	0.25
1.	0.081
2.	0.222
3.	0.163
4.	0.154
5.	0.205
6.	0.136
7.	0.147
8.	0.228
9.	0.209

Рисунок 8. Время нахождения системы в предельных состояниях

## Probabilities

0.	0.082107
1.	0.103957
2.	0.07502
3.	0.118329
4.	0.0916
5.	0.141732
6.	0.080821
7.	0.086939
8.	0.083886
9.	0.13561

Рисунок 9. Предельные вероятности

### 3. Вывод

В ходе данной лабораторной работы был смоделирован марковский процесс, определено время нахождения системы в предельных состояниях и вероятности в предельных состояниях.