TD1 BD : Calcul Relationnel

1. Exercice 1

Deux tables représentent la même relation si l'une peut être obtenue à partir de l'autre par permutation de lignes et/ou de colonnes, à condition que l'attribut désignant chaque colonne soit déplacé avec le contenu de la colonne.
Si le schéma de la relation comporte m attributs et si une instance de la relation comporte p n-uplets, combien peut-on construire de représentations tabulaires de cette même instance ?

1.1 Exemple de correction

Une relation n'admet pas d'ordre que cela soit pour la place des attributs, ou encore des tuples. Le mieux est de prendre un exemple avec une relation en extension avec une arité (nombre d'attributs) et une cardinalité (nombre de tuples) faibles. Par exemple Etudiant d'arité 3, et de cardinalité 4

NUMINE	NOM	VILLE
1	Marie	Paris
2	Hyacinthe	Nice
3	Lina	Montpellier
4	Kamil	Alger

FIGURE 1 – Extension possible d'Etudiant

Nous pouvons aussi écrire de manière équivalente que la Relation Etudiant est :

NUMINE	VILLE	NOM
1	Paris	Marie
3	Montpellier	Lina
4	Alger	Kamil
2	Nice	Hyacinthe

FIGURE 2 – Autre extension équivalente d'Etudiant

Si on cherche toutes les permutations possibles des colonnes et des lignes pour cet exemple précis : nous aurons pour les colonnes 3*2*1 permutations possibles et pour les lignes 4*3*2*1 permutations possibles, ce qui nous conduit à utiliser la factorielle. Donc en tout, l'extension de la relation Etudiant peut faire l'objet de $3! * 4!$ (144) permutations possibles.

— pour les colonnes : pour la première colonne nous avons 3 choix possibles, pour la seconde colonne et une fois que l'on a fait le choix de la première colonne, nous n'avons plus que 2 choix possibles, et pour la troisième colonne, un seul choix possible
— pour les lignes : pour la première ligne nous avons 4 choix possibles, pour la seconde ligne et une fois que l'on a fait le choix de la première ligne, nous n'avons plus que 3 choix possibles, et pour la troisième ligne, deux choix possibles et pour la quatrième ligne, une seule possibilité de tuple demeure.

En conséquence, pour une relation de 3 colonnes et 4 lignes, nous avons 3*2*1 * 4*3*2*1, soit 144 permutations possibles.
En généralisant la démarche : une relation en extension avec m attributs et p tuples va admettre m ! * p ! permutations possibles, et donc tout autant d'extensions équivalentes.

2. Exercice 2

Soient R et S les relations suivantes :

A	B
a	b
c	b
d	e
a	c

FIGURE 3 – R

B	C
b	c
c	a
b	d
c	b

FIGURE 4 – S

On pose aussi S'(A,B)=S(B,C)

1. R $\bigcup$ S'
2. R – S'
3. R $\bowtie$ S
4. R $\ltimes$ S (Π_{attdeR}(R $\bowtie$ S))
5. (maison) Π_A(R) et Π_B(R)
6. R $\bowtie$ S avec comme condition de rapprochement A=C
7. R $\bowtie$ S avec comme condition de rapprochement R.B<C (ordre alphabétique sur les lettres)

2.1 Exemple de correction

2.1.1 R $\cup$ S'

A	B
a	b
c	b
d	e
a	c
b	c
c	a
b	d

Figure 5 – Résultat Union

Il est à noter que (c b), présent dans R et dans S', n'est reporté qu'une fois (pas de doublon dans une relation.

2.1.2 R $-$ S'

A	B
a	b
d	e
a	c

Figure 6 – Résultat Différence

Il est à noter que (c b), présent dans R et dans S' est retranché du résultat.

2.1.3 R $\bowtie$ S

A	R.B = S.B	C
a	b	c
a	b	d
c	b	c
c	b	d
a	c	a
a	c	b

Figure 7 – Résultat Jointure naturelle

Il est à noter que quand la condition de jointure n'est pas indiquée, il s'agit d'une jointure naturelle, avec comme condition de rapprochement l'égalité sur les attributs communs. Ici : R.B = S.B. La jointure peut se calculer en faisant directement les correspondances comme ici, mais nous aurions aussi pu commencer par calculer le produit cartésien entre les deux relations et puis ne retenir que les tuples qui satisfont la condition de jointure (la jointure est dérivée du calcul d'une opération de sélection sur le produit cartésien comme vu en cours).

2.1.4 $R \ltimes S$ $(\Pi_{attdeR}(R \bowtie S))$

A	B
a	b
c	b
a	c

FIGURE 8 – Résultat Semi-Jointure

Le résultat précédent est exploité. La projection se fait sur les attributs de R et les doublons sont supprimés.

2.1.5 $\Pi_A(R)$ et $\Pi_B(R)$

A
a
c
d

FIGURE 9 – Résultat Projection sur A

B
b
e
c

FIGURE 10 – Résultat Projection sur B

2.1.6 $R \bowtie S$ avec comme condition de rapprochement A=C

R.A = S.C	R.B	S.B
a	b	c
c	b	b
d	e	b
a	c	c

FIGURE 11 – Résultat Equijointure

2.1.7 R $\bowtie$ S avec comme condition de rapprochement R.B<C (ordre alphabétique sur les lettres)

A	R.B	S.B	C
a	b	b	c
a	b	b	d
c	b	b	c
c	b	b	d
a	c	b	d

FIGURE 12 – Résultat Theta-Jointure

3. Exercice 3

Soient R et S les deux relations suivantes :

A	B	C
a	b	c
c	d	e
b	e	f
d	a	h

FIGURE 13 – R

A	B	D
a	b	c
a	e	f
b	e	f
e	b	a
d	a	b

FIGURE 14 – S

On pose aussi S'(A,B,C)=S(A,B,D)

1. R $\bigcup$ S'
2. S' $-$ R
3. R $\bowtie$ S
4. R $\ltimes$ S (Π_{attdeR}(R $\bowtie$ S))

3.1 Exemple de correction

3.1.1 R $\cup$ S'

A	B	C
a	b	c
c	d	e
b	e	f
d	a	h
a	e	f
e	b	a
d	a	b

FIGURE 15 – Résultat Union

3.1.2 S' $-$ R

A	B	C
a	e	f
e	b	a
d	a	b

FIGURE 16 – Résultat Différence

3.1.3 R $\bowtie$ S

La jointure naturelle correspond à l'égalité sur les attributs communs : donc ici R.A = S.A et R.B = S.B

R.A=S.A	R.B=S.B	C	D
a	b	c	c
b	e	f	f
d	a	h	b

FIGURE 17 – Résultat Jointure naturelle

3.1.4 R $\ltimes$ S (Π_{attdeR}(R $\bowtie$ S))

Projection sur les attributs de R du résultat de la jointure précédente :

A	B=	C
a	b	c
b	e	f
d	a	h

Figure 18 – Résultat Semi-Jointure

4. Exercice 4

Calculer Q=R ÷ S avec S=S1 puis S2 puis S3

A	B
a1	b1
a2	b2
a2	b1
a3	b3

Figure 19 – R

B
b1

Figure 20 – S1

B
b1
b2

Figure 21 – S2

B
b1
b2
b3

Figure 22 – S3

4.1 Exemple de correction

La division est abordée de manière intuitive : nous allons retourner une relation qui a pour schéma, le schéma de R privé de celui de S, soit la colonne A, et qui a pour les tuples, les tuples de R qui pour les entrées de la colonne A ont des correspondances avec toutes les entrées de la colonne B de S.

4.1.1 B de S1 ne contient que b1

S1 n'admet qu'un tuple b1 pour la colonne B. Nous regardons les tuples pour la colonne A qui sont en correspondance avec b1. Il en ressort a1 et a2.

A
a1
a2

Figure 23 – Résultat Division

4.1.2 B de S2 contient b1 et b2

S2 admet deux tuples b1 et b2 pour la colonne B. Nous regardons les tuples pour la colonne A qui sont en correspondance à la fois avec b1 et b2. Il en ressort a2.

A
a2

Figure 24 – Résultat Division

4.1.3 B de S3 contient b1, b2 et b3

S3 admet trois tuples b1, b2 et b3 pour la colonne B. Nous regardons les tuples pour la colonne A qui sont en correspondance à la fois avec b1, b2 et b3. Il en ressort l'ensemble vide, puisque qu'aucune entrée de A n'est en correspondance avec les trois entrées de B.

A

Figure 25 – Résultat Division

5. Exercice 5 (maison)

Calculer Q=R $\div$ S avec S=S1 puis S2 puis S3

A	B	C	D
a1	b1	c1	d1
a1	b1	c2	d3
a1	b2	c2	d3
a2	b2	c2	d2
a2	b1	c1	d1
a2	b1	c3	d3
a2	b2	c1	d1
a1	b1	c2	d2

Figure 26 – R

A	B
a1	b1
a2	b1
a2	b2

Figure 27 – S1

A	B
a1	b1
a2	b2

Figure 28 – S2

A
a1
a2

Figure 29 – S3

5.0.1 S1 définie sur A et B

S1 admet les tuples (a1 b1), (a2 b1) et (a2 b2) pour les colonnes A et B. Nous regardons les tuples pour les colonnes C et D qui sont en correspondance avec les tuples précédents. Il en ressort que (c1 d1) est retrouvé avec des correspondances avec les trois tuples de S1.

C	D
c1	d1

Figure 30 – Résultat Division

5.0.2 S2 définie sur A et B

S2 admet les tuples (a1 b1) et (a2 b2) pour les colonnes A et B. Nous regardons les tuples pour les colonnes C et D qui sont en correspondance avec les tuples précédents. Il en ressort que (c1 d1) et (c2 d2) sont retrouvés avec des correspondances avec les deux tuples de S2.

C	D
c1	d1
c2	d2

Figure 31 – Résultat Division

5.0.3 S définie sur A

S3 admet les tuples a1 et a2 pour la colonne A. Nous regardons les tuples pour les colonnes B,C,D qui sont en correspondance avec a1 et a2 pour A. Il en ressort (b1 c1 d1).

B	C	D
b1	c1	d1

Figure 32 – Résultat Division