La vache est dans le pré

Projet tutoré du semestre 2 (coef. 2), DUT Informatique en année spéciale 2021-2022.

1 Le problème à traiter

Ceci est la triste histoire d'une vache victime des facéties d'un paysan taquin.

En effet, Fernand le paysan eu l'idée un beau jour de jouer quotidiennement la blague suivante à son voisin Raoul, également paysan : nuitamment, Fernand se rend dans le pré de Raoul, déplace tout ou partie des piquets de la clôture et positionne la vache dudit Raoul exactement au centre de gravité du pré ainsi modifié.

Dans un premier temps, quand il s'aperçut de la plaisanterie, Raoul se contenta de bougonner. Puis il se rendit compte que, suivant la forme du pré, le centre de gravité peut se situer en dehors de la clôture. Dans ce cas, la vache peut s'évader puisqu'elle n'est plus cernée par la clôture.

Raoul ne pouvant passer ses nuits à surveiller son pré et sa vache, il décida de faire appel à quelques siens amis, étudiants en DUT Informatique Année Spéciale à l'IUT d'Amiens, qui lui tinrent à peu près ce langage :

> *Nous pouvons concevoir un programme informatique qui indique si le centre de gravité se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur du pré. Il suffira de fournir au programme les coordonnées des piquets.*

Fort heureusement, Raoul s'est jadis lié d'amitié avec un vieil hibou savant et noctambule. Cet hibou a accepté de relever à l'aide d'un smartphone la position des piquets de clôture juste après que Fernand ait changé leur position, puis de transmettre ces informations à Raoul. Ainsi, ce dernier pourra exécuter le programme et, selon la réponse, laisser sa vache au pré (si le centre de gravité se situe dans le pré) ou la rentrer à l'étable (si le centre de gravité se situe hors du pré).

Ces étudiants, c'est vous !

2 La programmation

Le programme à rédiger accepte en entrée le nombre de piquets formant la clôture, puis les coordonnées cartésiennes (x, y) de ces piquets. Elles sont données **dans l'ordre**, comme si l'on suivait le fil de la clôture, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. La clôture est fermée sur elle-même et les fils ne se croisent jamais.

Le programme détermine les coordonnées du centre de gravité de la clôture, puis indique si celui-ci se trouve à l'intérieur.

On donne ci-dessous un exemple d'exécution du programme. On impose que le logiciel affiche les piquets saisis, l'aire et les coordonnées du centre de gravité.

```
Saisir le nombre de piquets
4
Saisir le piquet 0
```

```
-1,1
-1,5
Saisir le piquet 1
2,1
3,012
Saisir le piquet 2
5,6
-1,21
Saisir le piquet 3
1,97
4,07
Points du polygone :
  (-1,1, -1,5)
  (2,1, 3,012)
  (5,6, -1,21)
  (1,97, 4,07)
Aire : 3,563150
Centre de gravité : (1,978486, 1,903452)
Attention, la vache est hors du pré
```

2.1 Quelques éléments mathématiques

Attention : dans ce qui suit, on suppose que les n points du polygone sont numérotés de 0 à n-1.

2.1.1 Calcul du centre de gravité d'un polygone régulier.

Aire d'un polygone régulier Ce calcul nécessite de connaître l'aire **A** du polygone, donnée par la formule suivante :

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i \times y_{i+1} - x_{i+1} \times y_i)$$

i+1 est calculé modulo n afin de fermer le polygone : le point n-1 est combiné avec le point 0.

Cette quantité **A** peut être négative. Dans le cas général, on prendrait la valeur absolue de **A** pour obtenir une aire positive. Cependant, dans les calculs qui suivent, **il faut garder cette valeur signée.**

Centre de gravité *G* A partir de l'aire **A**, on calcule l'abscisse G_x du centre de gravité :

$$G_x = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(x_i \times y_{i+1} - x_{i+1} \times y_i)$$

L'ordonnée G_y du centre de gravité vaut :

$$G_y = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{n-1} (y_i + y_{i+1})(x_i \times y_{i+1} - x_{i+1} \times y_i)$$

2.1.2 Appartenance d'un point à un polygone

Comment savoir si le centre de gravité **G** se situe dans le polygone ? Le problème d'appartenance d'un point à un polygone **P** est un problème de base en infographie. Ce problème se résout de plusieurs façons. Dans cette étude, on se propose d'utiliser la méthode expliquée ci-dessous. Elle est relativement simple mais gourmande en calculs puisqu'elle nécessite la détermination d'un arc cosinus.

Soit θ_i l'angle **signé** entre les segments de droite $[G, S_i]$ et $[G, S_{i+1}]$, où S_i et S_{i+1} sont deux sommets consécutifs et $i+1$ est calculé modulo n.

On peut montrer que :

$$\sum_{i=0}^{n-1} \theta_i = 0 \Rightarrow G \notin P$$

L'algorithme est le suivant :

```
booléen AppartenancePointPolygone (polygone P, point G)
{ La fonction retourne vrai si G appartient à P, faux sinon. }
VARIABLES
  Somme, Theta_i : réel
  i : entier

DEBUT
  Somme <- 0.0

  POUR i ALLANT de 0 à n-1 FAIRE
    Calculer Theta_i
    Somme <- Somme + Theta_i
  FINPOUR

  SI Somme = 0 ALORS
    retourner faux
  SINON
    retourner vrai
  FINSI
FIN
```

Calcul de l'angle θ_i Pour calculer l'angle θ_i entre les segments de droite [**G**, S_i] et [**G**, S_{i+1}], on utilise la relation :

$$\theta_i = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{GS_i} \bullet \overrightarrow{GS_{i+1}}}{|\overrightarrow{GS_i}| \times |\overrightarrow{GS_{i+1}}|}\right)$$

- $\overrightarrow{GS_i} \bullet \overrightarrow{GS_{i+1}}$ représente le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{GS_i}$ et $\overrightarrow{GS_{i+1}}$
- $|\overrightarrow{GS_i}|$ représente la norme du vecteur $\overrightarrow{GS_i}$

Arc cosinus retourne la valeur de l'angle, mais **non signée**. Pour connaître le signe de l'angle (sens trigonométrique ou anti-trigonométrique), on calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{GS_i}$ et $\overrightarrow{GS_{i+1}}$: si $\mathrm{Det}(\overrightarrow{GS_i}, \overrightarrow{GS_{i+1}})$ est négatif, l'angle est négatif ; s'il est positif, l'angle est positif (il est dans le sens trigonométrique).

Coordonnées d'un vecteur Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$$

Produit scalaire Le produit scalaire $\overrightarrow{U} \bullet \overrightarrow{V}$ de deux vecteurs $\overrightarrow{U}$ et $\overrightarrow{V}$ est égal à :

$$\overrightarrow{U} \bullet \overrightarrow{V} = x_u \times x_v + y_u \times y_v$$

Norme d'un vecteur La norme $|\overrightarrow{U}|$ d'un vecteur $\overrightarrow{U}$ est égale à :

$$|\overrightarrow{U}| = \sqrt{{x_u}^2 + {y_u}^2}$$

Déterminant de deux vecteurs Le déterminant $\mathrm{Det}(\overrightarrow{U}, \overrightarrow{V})$ des deux vecteurs $\overrightarrow{U}$ et $\overrightarrow{V}$ est égal à :

$$\mathrm{Det}(\overrightarrow{U}, \overrightarrow{V}) = x_u \times y_v - y_u \times x_v$$

Attention ! Il ne faut pas s'effrayer des formules mathématiques ci-dessus. Elles représentent des calculs simples qui se programment aisément.

Par exemple, la somme **S** suivante :

$$S = \sum_{i=1}^{6} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

se programme aisément. En C#, cela donnerait :

```
int S = 0;

for(int i = 1; i <= 6; i++)
    S = S + i;
```

2.2 Jeux d'essais

Nb piquets	*Coordonnées des piquets*	*Aire*	*Centre gravité*	*Position vache*
4	(-1, 1)(-1, -1)(1, -1)(1, 1)	4	(0, 0)	Intérieur
4	(-16.6, -20)(-12, -18)(-11, -16)(-15, -15)	14.4	(-13.95, -17.25)	Intérieur
4	(-1, -1)(2, 3)(5, -1)(2, 2)	-3	(2, 1.333)	Extérieur
5	(-1, -1)(-1, -2)(2, -5)(4, 1)(2, -4)	4	(1.04, -2.91)	Extérieur

3 Tests unitaires

Il est demandé de créer au moins deux tests unitaires permettant de vérifier le calcul correct de l'aire du pré.

Dans cette optique, il sera peut être nécessaire d'introduire un constructeur supplémentaire permettant de traiter le cas où les coordonnées des piquets d'une clôture sont fournies « en dur ».

4 Modalités de rendu du projet tutoré

4.1 L'équipe de développeurs

Ce projet est à réaliser en monôme ou binôme.

4.2 Contraintes techniques

Le programme est codé en programmation orientée objet par l'intermédiaire du langage C#.

L'interface est de type console.

4.3 Éléments à rendre

Il n'est pas demandé d'analyse ni d'algorithmes : uniquement le code source rédigé selon les bonnes pratiques.

Un rapport succinct sera fourni au format *pdf*. Il contiendra :
- les noms des développeurs concernés
- si besoin, des explications sur le programme si vous estimez qu'une technique mise en oeuvre nécessite des précisions
- une conclusion (intérêt du projet, difficultés, axes d'amélioration...)
- en annexe, le code source du programme et des tests, imprimé en police à chasse fixe de type `Courrier`, en taille 8

Ce rapport sera rendu par mail à

`arnaud.clerentin@u-picardie.fr`

avant le

lundi 30 mai 2022, 18h

Les retards seront pénalisés.

4.4 Critères et barème de notation

Critères de notation Les points suivants seront pris en compte pour la notation :
- La décomposition judicieuse en classes
- La clarté et la lisibilité du programme (commentaires pertinents, variables bien nommées, indentation correcte, etc.)
- L'exactitude du programme. Dans cette optique, votre programme sera testé par votre enseignant sur deux clôtures différentes.

Barème de notation

— Modélisation objet : 5 pts
— Programme principal : 1 pt
— Saisie des piquets : 2 pts
— Calcul de l'aire : 2 pts
— Calcul du centre de gravité : 2 pts
— Appartenance à la forme : 3 pts
— Qualité du code source : 3 pts
— Tests unitaires : 1 pt
— Rapport : 1 pt

Figure 1 – La vache dont il est question dans cette étude.

Ici, mécontente des plaisanteries dont elle est l'objet, elle téléphone à son docteur.