INFSEN02-1 Exam

Herkansing

1 Question 1

Given the following lambda program, complete the empty beta reduction steps for this program.

```
((((\lambda u w z \rightarrow ((u w) z)) (\lambda f g x \rightarrow (f x))) (\lambda y \rightarrow y)) (\lambda y \rightarrow y))
```

1.1 Answer 1

```
(((((\lambda u w z \rightarrow ((u w) z)) (\lambda f g x \rightarrow (f x))) (\lambda y \rightarrow y)) (\lambda y \rightarrow y))
```

```
((((\lambda u w z \rightarrow ((u w) z)) (\lambda f g x \rightarrow (f x))) (\lambda y \rightarrow y)) (\lambda y \rightarrow y))
```

$$(((\lambda w z \rightarrow (((\lambda f g x \rightarrow (f x)) w) z)) (\lambda y \rightarrow y)) (\lambda y \rightarrow y))$$

$$(((\lambda w z \rightarrow (((\lambda f g x \rightarrow (f x)) w) z)) (\lambda y \rightarrow y)) (\lambda y \rightarrow y))$$

$$((\lambda z \rightarrow (((\lambda f g x \rightarrow (f x)) (\lambda y \rightarrow y)) (\lambda y \rightarrow y))$$

$$((\lambda z \rightarrow (((\lambda f g x \rightarrow (f x)) (\lambda y \rightarrow y)) z)) (\lambda y \rightarrow y))$$

```
(((\lambda f g x \rightarrow (f x)) (\lambda y \rightarrow y)) (\lambda y \rightarrow y))
```

(((
$$\lambda f g x \rightarrow (f x)) (\lambda y \rightarrow y)$$
) ($\lambda y \rightarrow y$))

$$((\lambda g \times (\lambda y \rightarrow y) \times (\lambda y \rightarrow y))$$

$((\lambda g x \rightarrow ((\lambda y \rightarrow y) x)) (\lambda y \rightarrow y))$

```
(\lambda x \rightarrow ((\lambda y \rightarrow y) x))
```

$$(\lambda x \rightarrow ((\lambda y \rightarrow y) x))$$

 $(\lambda x \rightarrow x)$

2 Question 2

Given the following lambda calculus program complete typing derivation for the program.

$$(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow (snd ((t y) x)))$$

2.1 Answer 2

```
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow (snd ((t y) x)))
 (\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow (snd ((t y) x)))
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple))) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow (snd (((string \rightarrow int \rightarrow Tuple) y) x)))
(\lambda(\mathsf{t}:(\mathsf{string} {
ightarrow} \mathsf{int} {
ightarrow} \mathsf{Tuple})) \ (\mathsf{snd}:(\mathsf{Tuple} {
ightarrow} \mathsf{int})) \ (\mathsf{x}:\mathsf{int}) \ (\mathsf{y}:\mathsf{string}) {
ightarrow} ( (\mathsf{Tuple} {
ightarrow} \mathsf{int}) 
            Tuple) y) x)))
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow
              ((Tuple \rightarrow int) (((string \rightarrow int \rightarrow Tuple) y) x)))
(\lambda(\mathsf{t}:(\mathsf{string}\!	o\!\mathsf{int}\!	o\!\mathsf{Tuple})) \ (\mathsf{snd}:(\mathsf{Tuple}\!	o\!\mathsf{int})) \ (\mathsf{x}:\mathsf{int}) \ (\mathsf{y}:\mathsf{string})\!	o\!((\mathsf{Tuple}\!	o\!\mathsf{int})) \ (((\mathsf{string}\!	o\!\mathsf{int}\!	o\!
           Tuple) y) int )))
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow
             ((Tuple→int) (((string→int→Tuple) y) int)))
(\lambda(\mathsf{t}:(\mathsf{string} 	o \mathsf{int} 	o \mathsf{Tuple})) \ (\mathsf{snd}:(\mathsf{Tuple} 	o \mathsf{int})) \ (\mathsf{x}:\mathsf{int}) \ (\mathsf{y}:\mathsf{string}) 	o ((\mathsf{Tuple} 	o \mathsf{int}) \ (((\mathsf{string} 	o \mathsf{int} 	o \mathsf{int}))) \ (\mathsf{x}:\mathsf{int}) \ (\mathsf{y}:\mathsf{string}) \ (\mathsf{x}:\mathsf{int}) \ (\mathsf{x}:\mathsf{in
           Tuple) string ) int)))
(\lambda(\mathsf{t}:(\mathsf{string}\!\to\!\mathsf{int}\!\to\!\mathsf{Tuple}))\ (\mathsf{snd}:(\mathsf{Tuple}\!\to\!\mathsf{int}))\ (\mathsf{x}:\mathsf{int})\ (\mathsf{y}:\mathsf{string})\!\to\!((\mathsf{Tuple}\!\to\!\mathsf{int}))\ (
            ((string→int→Tuple) string) int)))
))
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow ((Tuple \rightarrow int))
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow \frac{((Tuple \rightarrow int) Tuple)}{(}
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow int)
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) (y:string) \rightarrow int)
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) \rightarrow (string \rightarrow int))
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple)) (snd:(Tuple \rightarrow int)) (x:int) \rightarrow (string \rightarrow int))
(\lambda(t:(string \rightarrow int \rightarrow Tuple))) (snd:(Tuple \rightarrow int)) \rightarrow (int \rightarrow string \rightarrow int))
```

 $(\lambda(\texttt{t}:(\texttt{string} \rightarrow \texttt{int} \rightarrow \texttt{Tuple})) \rightarrow \underbrace{((\texttt{Tuple} \rightarrow \texttt{int}) \rightarrow \texttt{int} \rightarrow \texttt{string} \rightarrow \texttt{int})})$

 $(\lambda(\texttt{t:}(\texttt{string} \rightarrow \texttt{int} \rightarrow \texttt{Tuple})) \rightarrow ((\texttt{Tuple} \rightarrow \texttt{int}) \rightarrow \texttt{int} \rightarrow \texttt{string} \rightarrow \texttt{int}))$

 $((\texttt{string} \rightarrow \texttt{int} \rightarrow \texttt{Tuple}) \rightarrow (\texttt{Tuple} \rightarrow \texttt{int}) \rightarrow \texttt{int} \rightarrow \texttt{string} \rightarrow \texttt{int})$