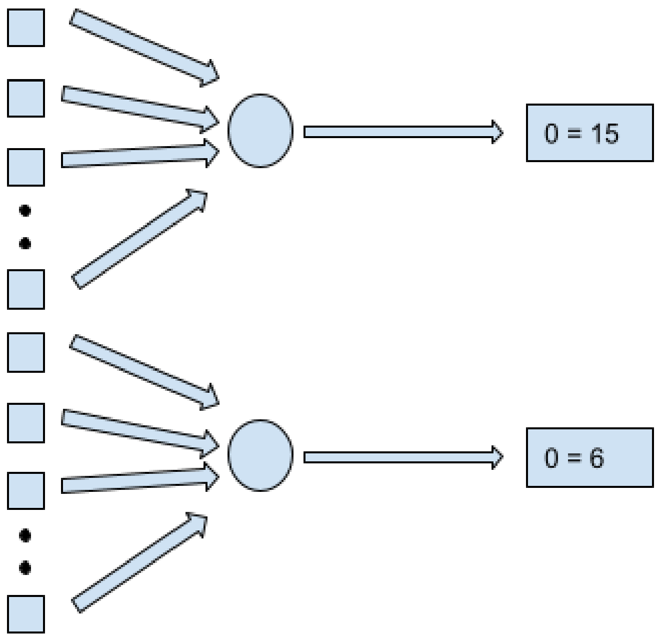
<u>ממן 13 - חישוביות ביולוגית</u>

<u>שאלה 1</u>

סיווג מספרים בינאריים בעלי 21 ספרות **לא יכול** להיעשות בעזרת פרספטרון חד שכבתי **יחיד**.
הסיבה היא שפרספטרון בינארי יחיד יכול לסווג בהכרח רק לשתי קבוצות, ולא ל-3.
כן ניתן לסווג באמצעות **2 פרספטרונים חד שכבתיים.**
וקטור המשקולות יהיה (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1), וקטור הקלט יהיה 21 הספרות של המספר.
נציב את ערכי וקטור הקלט וערכי המשקולות בפונקציה $\sum_{i=1}^{p} x_i w_i$.
עבור הפרספטרון הראשון, אם הערך שמתקבל גדול או שווה ל-15, זה אומר שיש לפחות 15 אחדות במספר ולכן הוא מרובה אחדות.
אחרת, נעביר את המספר כקלט ל**פרספטרון השני**.
עבור הפרספטרון השני, אם הערך שמתקבל הוא קטן או שווה ל-6, זה אומר שיש לפחות 15 אפסים במספר ולכן הוא מרובה אפסים.
אחרת, המספר שייך למחלקת **כל השאר**.



שאלה 2 - בעיית המלכות

נייצג פתרון לבעיה על ידי מטריצה בגודל NxN, כאשר משבצת עם מלכה מיוצגת על ידי 1 ומשבצת ללא מלכה על ידי 0.
למשל המטריצה:

0	0	1	0
1	0	0	0
0	0	0	1
0	1	0	0

מייצגת השמה חוקית ואופטימלית לבעיית 4 המלכות.
נסמן שורות ב-i ועמודות ב-j.

דינמיקת הרשת

העדכון של הנוירון ה-ij יתבצע בעזרת האקטיביזציה הבינארית:

$$s_{ij}(t+1) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum\limits_{k,m} J_{ij,km} s_{km}(t) \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

פונקציית האנרגיה

אנחנו נרצה לתת קנס במקרה של שני אחדים או יותר באותה שורה, טור או אלכסון: זה בעצם מלכות שמאיימות אחת על השנייה ולכן זה לא חוקי.
נרצה גם שהערך של פונקציית האנרגיה יגדל ככל שאנחנו מוסיפים יותר מלכות (כי המטרה בסוף היא למקסם את מספר המלכות על הלוח).

נוירון יחיד דולק בכל שורה:

$$\frac{A}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{m=1,\, m\neq j}^{n} s_{ij}s_{im}$$

ואז אם נגיד s_{ij} ו-s_{im} דולקים ביחד (שניהם שווים 1), אז אנחנו נוסיף לאנרגיה "קנס" בגובה חצי A.

נוירון יחיד בכל עמודה:

$$\frac{B}{2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1,\, k\neq i}^{n} s_{ij}s_{kj}$$

נוירון דלוק יחיד בכל אלכסון:

אלכסונים משמאל מעלה לימין מטה, מהאלכסון המרכזי עד לפינה הימנית העליונה. j ו-k מייצגים **שורות**, i מייצג את **ההפרש הנוכחי** בין מספר השורה לעמודה. לכן j+i, k+i מייצגים את **העמודות**.

$$\frac{B}{2}\sum_{i=0}^{n-2}\sum_{j=1}^{n-i}\sum_{k=1,\,k\neq j}^{n-i} s_{j(j+i)}\, s_{k(k+i)}$$

j/k=1, i=0 j+i/k+i = 1	j/k=1, i=1 j+i/k+i = 2	j/k=1, i=2 j+i/k+i = 3	j/k=1, i=3 j+i/k+i = 4	
	j/k=2, i=0 j+i/k+i = 2	j/k=2, i=1 j+i/k+i = 3	j/k=2, i=2 j+i/k+i = 4	j/k=2, i=3 j+i/k+i = 5
		j/k=3, i=0 j+i/k+i = 3	j/k=3, i=1 j+i/k+i = 4	j/k=3, i=2 j+i/k+i = 5
			j/k=4, i=0 j+i/k+i = 4	j/k=4, i=1 j+i/k+i = 5
				j/k=5, i=0 j+i/k+i = 5

אלכסונים משמאל מעלה לימין מטה, מהאלכסון המרכזי (לא כולל) עד לפינה השמאלית התחתונה.
הפעם j,k מייצגים **עמודות**, i מייצג כרגיל את ההפרש. j+i, k+i מייצגים את **השורות**.

$$\frac{B}{2}\sum_{i=0}^{n-2}\sum_{j=1}^{n-i}\sum_{k=1,\,k\neq j}^{n-i} s_{(j+i)j}\, s_{(k+i)k}$$

j/k=1, i=1 j+i/k+i = 2				
j/k=1, i=2 j+i/k+i = 3	j/k=2, i=1 j+i/k+i = 3			
j/k=1, i=3 j+i/k+i = 4	j/k=2, i=2 j+i/k+i = 4	j/k=3, i=1 j+i/k+i = 4		
	j/k=2, i=3 j+i/k+i = 5	j/k=3, i=2 j+i/k+i = 5	j/k=4, i=1 j+i/k+i = 5	

אלכסונים מימין מעלה לשמאל מטה, מהאלכסון המרכזי עד לפינה השמאלית העליונה.
j,k מייצגים **שורות,** i מייצג את **המקסימום** שאליו השורות/עמודות יגיעו באלכסון הזה, כלומר את הערך המקסימלי ש j יקבל. i-j+1, i-k+1 מייצגים את **העמודות.**

$$\frac{B}{2}\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1,\,k\neq j}^{i} s_{j(i-j+1)}s_{k(i-k+1)}$$

	k,j=1, i=2 i-j+1=2	k,j=1, i=3 i-j+1=3	k,j=1, i=4 i-j+1=4	k,j=1, i=5 i-j+1=5
k,j=2, i=2 i-j+1=1	k,j=2, i=3 i-j+1=2	k,j=2, i=4 i-j+1=3	k,j=2, i=5 i-j+1=4	
k,j=3, i=3 i-j+1=1	k,j=3, i=4 i-j+1=2	k,j=3, i=5 i-j+1=3		
k,j=4, i=4 i-j+1=1	k,j=4, i=5 i-j+1=2			
k,j=5, i=5 i-j+1=1				

אלכסונים מימין מעלה לשמאל מטה, מהאלכסון המרכזי (לא כולל) עד לפינה הימנית תחתונה.
j,k מייצגים **עמודות,** n-j+i-1, n-k+i-1 מייצגים את **השורות.**

$$\frac{B}{2}\sum_{i=3}^{n}\sum_{j=i-1}^{n}\sum_{k=i-1,\,k\neq j}^{n} s_{(n+i-j+1)j}s_{(n+i-k+1)k}$$

				k,j=5, i=3 n-j+i-1=2
			k,j=4, i=3 n-j+i-1=3	k,j=5, i=4 n-j+i-1=3
		k,j=3, i=3 n-j+i-1=4	k,j=4, i=4 n-j+i-1=4	k,j=5, i=5 n-j+i-1=4
	k,j=2, i=3 n-j+i-1=5	k,j=3, i=4 n-j+i-1=5	k,j=4, i=5 n-j+i-1=5	

הדבר האחרון שנשאר הוא לוודא שמספר המלכות על הלוח יהיה כמה שיותר קרוב לN.
בעצם N זה החסם העליון על כמות המלכות שאפשר לשים על הלוח.

$$\frac{C}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} s_{ij} - N\right)^2 - N^2$$

נפשט את הביטוי:

$$= \frac{C}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} s_{ij}\right)^2 - \frac{C}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} 2s_{ij}N + \frac{C}{2}N^2 - N^2$$

$$= \frac{C}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} s_{ij}\right)^2 - C \cdot N\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} s_{ij} - \frac{C \cdot N^2}{2}$$

הרכיב הראשון הוא פשוט מכפלת כל 2 נוירונים ברשת, אז לכל סינפסה נוסיף 1-.
בשביל לטפל ברכיב השני, נוסיף לרשת נוירון נוסף (bias) שערך הסינפסה בינו לבין כל נוירון אחר יהיה 1.
אלה הם כל אילוצי האנרגיה, עכשיו נשאר רק לתרגם את זה לערכי סינפסות.

כזכור האנרגיה במודל הופפילד הוגדרה כך:

$$-\frac{1}{2}\sum_{x,i,y,j} J_{xiyj}$$

נשווה בין סכום כל אילוצי האנרגיה שמצאנו לבין ביטוי זה, וכך נוכל למצוא ביטוי לערכי הסינפסות כתלות בx,y,i,j (קואורדינטות של 2 המשבצות) ובקבועים A,B,C.

$$J_{xiyj} = -A \cdot \delta_{xy} \cdot (1-\delta_{ij}) - A \cdot \delta_{ij} \cdot (1-\delta_{xy}) - B \cdot \delta_{abs(i-j),\, abs(x-y)}(1-\delta_{ij}) - C$$

$$J_{xi,\,bias} = 2C \cdot N$$

הביטוי δ_{xy} מייצג את הדלתא של קרונקר: הוא מקבל את הערך 1 אם x=y, אחרת 0.

למשל נרצה שה-bias יכיל את הערך A- אם הוא בין שני נוירונים מאותה השורה, ונרצה שהוא יכיל את הערך B- אם הוא בין שני נוירונים מאותו אלכסון (ההפרש בערך מוחלט של השורות והעמודות שלהם זהה).

<u>הדגמת ריצת הרשת עבור N=2:</u>

נציב A = 4, B = 4, C = 1

ניקח את הדוגמה:

1	1
1	0

נריץ עליה את האלגוריתם.

ערכי הסינפסות הם:

$J_{11,11}$ = 0	$J_{11,12}$ = -A-C=-5
$J_{11,21}$ = -A-C=-5	$J_{11,22}$ = -B-C=-5
$J_{11,BIAS}$ = 2N*C=4C=4	

$J_{12,11}$ = -3	$J_{12,12}$ = 0
$J_{12,21}$ = -3	$J_{12,22}$ =-3
$J_{12,BIAS}$ =4	

$J_{21,11}$ = -3	$J_{21,12}$ = -3
$J_{21,21}$ =0	$J_{21,22}$ = -3
$J_{21,BIAS}$ =4	

$J_{22,12}$ = -3	$J_{22,11}$ = -3
$J_{22,21}$ =-3	$J_{22,22}$ = 0
$J_{22,BIAS}$ =4	

צעד אחד:

$$\sum_{y,j} J_{11yj} s_{yj} = 0 \cdot 1 + (-5) \cdot 1 + (-5) \cdot 1 + (-5) \cdot 0 + 4 \cdot 1 = -6$$

אז:

$s_{11} = 0$

צעד שני:

$$\sum_{y,j} J_{12yj} s_{yj} = (-5) \cdot 0 + 0 \cdot 1 + (-5) \cdot 1 + (-5) \cdot 0 + 4 \cdot 1 = -1$$

אז:

$s_{12} = 0$

צעד שלישי:

$$\sum_{y,j} J_{12yj} s_{yj} = (-5) \cdot 0 + (-5) \cdot 0 + 0 \cdot 1 + (-5) \cdot 0 + 4 \cdot 1 = 4$$

אז:

$s_{21} = 1$

והגענו לקונפיגורציה:

0	0
1	0

אם נמשיך בצעדי עדכון, הרשת לא תשתנה וזוהי קונפיגורציה אופטימלית.

שאלה 4

א. **מבנה הרשת:**
בחרתי לבצע דיסקרטיזציה של הנתונים ל-3 קבוצות לכל מאפיין, כמו שהומלץ.
הרשת מורכבת מ-**15 נוירונים גלויים**, מתוכם **12 נוירוני קלט ו-3 נוירוני פלט.**
בחרתי להשתמש **ב-17 נוירונים חבויים** (זה הערך שהביא לי את התוצאות הכי מדויקות).

```
Accuracy rate: 0.96
Welcome to RBM Iris edition!
 What would you like to do?
 0 - train the model
 1 - check model accuracy
 2 - run on my data
 3 - quit
1
Accuracy rate: 0.9733333333333334
Welcome to RBM Iris edition!
 What would you like to do?
 0 - train the model
 1 - check model accuracy
 2 - run on my data
 3 - quit
1
Accuracy rate: 0.9466666666666667
Welcome to RBM Iris edition!
 What would you like to do?
 0 - train the model
 1 - check model accuracy
 2 - run on my data
```

אלו הטווחים שנבחרו לטובת החלוקה ל-3 קבוצות בכל מאפיין (סה"כ 12 קבוצות - 12 נוירוני קלט):

```
MIN_SEPAL_LEN = 4.3
MAX_SEPAL_LEN = 7.9

MIN_SEPAL_WIDTH = 2.0
MAX_SEPAL_WIDTH = 4.4

MIN_PETAL_LEN = 1.0
MAX_PETAL_LEN = 6.9

MIN_PETAL_WIDTH = 0.1
MAX_PETAL_WIDTH = 2.5

ranges = [(MIN_SEPAL_LEN, MAX_SEPAL_LEN),
          (MIN_SEPAL_WIDTH, MAX_SEPAL_WIDTH),
          (MIN_PETAL_LEN, MAX_PETAL_LEN),
          (MIN_PETAL_WIDTH, MAX_PETAL_WIDTH)]
```

לכן למשל מבנה הרשת בתחילת הריצה של ההיסק עבור הדגימה:

5.1,3.5,1.4,0.2,I. setosa

הוא:

```
Visible Layer:
Input neurons: [1. 0. 0. 0. 1. 0. 1. 0. 0. 1. 0. 0.]
Output neurons: [0. 0. 0.]
Hidden Layer: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.]
```

ב. ציור של הרשת:

ג. פונקציית האנרגיה:

$$E(v,h) \;=\; -\sum_{i=1}^{n} a_i v_i - \sum_{j=1}^{m} b_j h_j - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} J_{ji}\, h_j v_i$$

כאשר:
a - וקטור ה-bias של הנוירונים הגלויים, מחשבים אותו בשלב הלמידה.
v - וקטור הנוירונים הגלויים, מורכב מנוירוני קלט ונוירוני פלט.
נוירוני הקלט צמודים לקלט ולא משתנים בשלב ההיסק, נוירוני הפלט מאותחלים באפסים ובסוף הנוירון שמייצג את הקבוצה שאליה הקלט שייך אמור להידלק.
b - וקטור ה-bias של הנוירונים החבויים, מחשבים אותו בשלב הלמידה.
h - וקטור הנוירונים החבויים.
J - ערך הסינפסה בין נוירון i לנוירון j (אחד חבוי ואחד גלוי).

ד. אותחל.
ה. מומש.
ו. הורץ.
הנוירונים הגלויים המוצמדים הם ה-12 הנוירונים שמקבלים ערכים בהתאם לקלט שהוכנס, ולא משתנים במהלך הריצה.
כל קלט (שמורכב מ4 ערכים, בהתאם לDB) יקבל 4 נוירונים דלוקים, כל נוירון מתאים לתכונה אחרת. הנוירון שמודלק הוא בהתאם לערך (קטן, בינוני, גדול) של כל תכונה.
נריץ על הדגימות הראשונות:

```
What would you like to do?
 0 - train the model
 1 - check model accuracy
 2 - run on my data, trained model
 3 - run on my data, not trained model
 4 - run all samples on untrained data
 5 - quit
4
[0. 0. 1.]
I. virginica
[1. 1. 1.]
Could not determine
[1. 1. 1.]
Could not determine
[1. 1. 0.]
Could not determine
[1. 0. 1.]
Could not determine
[1. 1. 0.]
Could not determine
[0. 0. 0.]
Could not determine
[1. 1. 1.]
Could not determine
[0. 1. 1.]
```

```
Accuracy rate: 0.10666666666666667
```

לא משהו.

ז. מומש.

ח. כעת נריץ על המודל המאומן, הדגימות הראשונות:

```
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
[1. 0. 0.]
I. setosa
```

```
Accuracy rate: 0.9466666666666667
```

ההבדל הוא שעכשיו, לאחר למידה שבה האלגוריתם מצא את הbias-ים והמשקולות המתאימים, שלב ההיסק רץ עם פונקציית אנרגיה עם ערכים שמקטינים את האנרגיה של המערכת עבור פלט נכון ומגדילים עבור פלט לא נכון.

לכן הפלט שמתקבל הוא נכון ברוב המוחלט של המקרים.