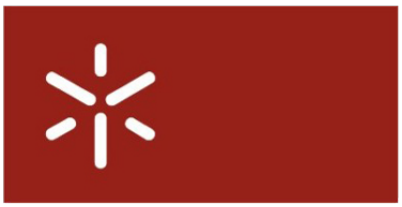


Universidade do Minho

MathemaGrids Solver implementation using Z3 SMT Solver

José Pereira pg27748
Marta Azevedo pg27763
Tiago Brito pg27724

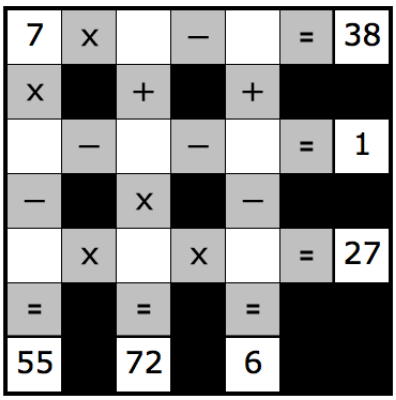
21 de Abril de 2015

1 MathemaGrids

O MathemaGrids é um puzzle onde o objectivo é preencher uma tabela *mxm* com inteiros entre 1 e m*m, de tal maneira que cada um desses números aparece apenas uma vez.

Para além disso, a posição dos números deve respeitar as operações que já estão presentes no tabuleiro.
Neste relatório, pretendemos descrever de forma clara a nossa implementação.

Para isso vamos usar como exemplo o seguinte tabuleiro:



Neste exemplo, já é dada uma *hint*, o 7 que aparece na primeira linha, primeira coluna.

2 Implementação

2.1 SMT Solver

Como SMT-SOLVER estamos a usar o Z3 Theorem Prover da Microsoft Research. Este, é usado em vários softwares de verificação formal.

2.2 Linguagem de Programação

Como linguagem de interface com o Z3 preferimos usar o PYTHON Z3PY devido à sua API fácil de usar e devido a ser uma linguagem simples e eficaz para o que queriamos fazer.

2.3 Interface Gráfica

A nível de interface gráfica, após a pesquisa pelas mais diversas frameworks para python decidimos usar a KIVY v1.9.0.
KIVY tráta-se de uma Framework multi-plataforma para python, correndo em Linux, Windows, OS X, Android e iOS que é grátis e se encontra sobre a MIT License.Além disto permite também utilizar os mais diversos protocolos e dispositivos como por exemplo WM Touch, WM Pen, Mac OS X Trackpad e Magic Mouse, etc.

Sendo também uma das principais vantagens o facto de ser "GPU Accelerated"

3 Estrutura

De forma ao projeto não se tornar muito complexo, foi feita a divisão por módulos, tendo os seguintes 4 módulos:

3.1 `gameGUI.py`

Este é o módulo responsável por toda a interface grática. É ele o principal, sendo quem inicializa o jogo e utiliza os restantes módulos de forma a executar as respetivas funções.

3.2 `generate_board.py`

Trata-se do módulo responsável por criar tabuleiros e gerar as suas soluções utilizando o Z3.

3.3 `parsing.py`

É o módulo responsável por fazer a leitura de um ficheiro de texto. Neste módulo está implementada um Gramática(utilizando a biblioteca *pyparsing*) de forma a validar o input do ficheiro

3.4 `solveMathemaGrids.py`

Este trata-se de um módulo de suporte onde temos algunas funções auxiliares bem como a função que nos permite obter a solução de um tabuleiro lido de ficheiro.

4 Execução

Para a execução do programa basta executar na consola

```
$ python gameGUI.py
```

tendo atenção ás ás seguintes dependencias:

4.1 Python

Disponivel já de raiz com o Linux e OSX, mas também disponivel para Windows.

4.2 Kivy

Necessário *Kivy* v1.9.0 disponivel no website `http://kivy.org/`

4.3 Z3

Disponivel em `https://github.com/Z3Prover/z3`

4.4 pyparsing

Disponivel em `http://pyparsing.wikispaces.com/` e com instalação simples através do pip, bastando fazer

```
$ pip install pyparsing
```

5 Ficheiros input

Para representar um tabuleiro de MathemaGrids (o do exemplo) usamos o seguinte ficheiro de texto:

```
7*.-.=38
*,+,+
.-.-.=1
-,*,-
.*.*.=27
=,=,=,=
55,72,6
```

Os "." representam os espaços que têm que ser preenchidos com números e as "," representam os espaços que, apesar de existirem no tabuleiro, não podem ser inseridos com números.

Também estão representadas as operações sendo o ***** a multiplicação, o + a soma, **-** a subtração e / a divisão.

5.1 Codificação do MathemaGrids

Para codificar o puzzle,usamos as seguintes propriedades (descritas em `https://www.brainbashers.com/mathemagrids.asp`):

1. Usar todos os digitos de 1 a $m * m$ (no nosso exemplo, até 9);
2. Nenhum número pode ser repetido;
3. As operações são feitas da esquerda para a direita e de cima para baixo, sendo a ordem de prioridade normal da matemática ignorada;
4. Não podem existir divisões por 1 nem multiplicações por 1;
5. Em nenhum ponto, os resultados intermédios do cálculo são valores infeiores a zero.

As variaveis *x_membros* e *y_membros* representam a quantidade de espaços em que o jogador pode inserir números nas linhas e nas colunas respetivamente. As regras usadas são:

1.
```
max_size = [And(1 <= x[j][i], x[j][i] <= size * size)
for i in range(size) for j in range(size)]
```

2. (No ficheiro generate_board.py)

```
unique = [Distinct([x[j][i] for i in range(size) for j in range(size)])]
```

3. Para garantir que as operações são feitas na ordem correta, escrevemos as equações horizontais e verticais que, neste exemplo são :

   - **Equações Verticais:**

   ```
   (7 * x_1_2) - x_1_3 = 55
   (x_2_1 + x_2_2) * x_2_3 = 72
   (x_3_1 * x_3_2) - x_3_3 = 6
   ```

   - **Equações Horizontais:**

   ```
   (7 * x_2_1) - x_3_1 = 38
   (x_1_2 - x_2_2) - x_3_2 =1
   (x_1_3 * x_2_3) * x_3_3 = 27
   ```

4.
```
not_one_exceptions = []
for i in range(len(board)):
    for j in range(len(board[i])):
        if str(board[i][j]) == "/" or str(board[i][j]) == "*":
            if i % 2 == 0:
                not_one_exceptions.append(Not(x[i/2][(j+1)/2] == 1))
            else:
                not_one_exceptions.append(Not(x[(i+1)/2][j/2] == 1))
```

5. Como a operação crítica para isto acontecer é apenas a subtração:

```
bigger_than_zero = []
for i in range(len(board)):
 for j in range(len(board[i])):
     if i % 2 == 0:
         if board[i][j] == '-':
             if j == 1:
                 bigger_than_zero.append(Not(x[i/2][(j-1)/2] - x[i/2][(j+1)/2] < 0))
             else:
                 equation = ""
                 for n in range(j):
                     if n > 2 and str(board[i][n]) != "." and not(board[i][n].isdigit()):
                         equation = "("+equation+")"+str(board[i][n])
                     else:
                         if board[i][n] == "." or board[i][n].isdigit():
                             equation += "x["+str(i/2)+"]["+str(n/2)+"]"
                         else:
                             equation += board[i][n]
                 equation = equation + "-" + "x[" + str(i/2) + "][" + str((j+1)/2)+"]" + ">0"
                 bigger_than_zero.append(eval(equation))
```

6. Esta regra serve para garantir que o y em x/y é um multiplo do x. Caso contrário, por exemplo $6/2 = 3 = 7/2$

```
multiple = []
   for i in range(len(board)):
       for j in range(len(board[i])):
           if i % 2 == 0:
               if board[i][j] == '/':
                   multiple.append(x[i/2][(j-1)/2] % x[i/2][(j+1)/2] == 0)
           else:
               if board[i][j] == '/':
                   multiple.append(x[(i-1)/2][j/2] % x[(i+1)/2][j/2] == 0)
```

No final, é enviado para o solver:

```
rules = unique+bigger_than_zero+not_one_exceptions+max_size+multiple
```

6 *generate_board.py*

6.1 Hints

As hints foram adicionadas ao nosso projeto com o objetivo de ajudar o jogador a chegar mais rapidamente à solução. Como tal, na opção "*Settings*" podemos selecionar duas opções relativamente a este assunto:

1. Ativar hints

2. Hints preenchem apenas campos vazios

Se a **opção 1** estiver ativada, quando clicarmos em "*Hint*" no menu inicial é sugerido um número para um espaço (mesmo que este já tenha sido preenchido pelo utilizador).

Se ativarmos a **opção 2**, as sugestões são apenas dados em campos que não tenham sido preenchidos, mesmo que as opções que o utilizador inseriu estejam erradas.

6.2 Geração de tabuleiros

A geração de tabuleiros é feita recebendo como argumento o tamanho do tabuleiro e é criada uma matriz com esse tamanho. Por exemplo, para gerar um tabuleiro do mesmo tamanho que o exemplo, o número seria 3.

As operações estão guardadas num array e, de forma aleatoria, são colocadas na matriz.

A seguir, e em conjunto com as regras da secção **3.3** é enviada a matriz ao *solver*. Caso o problema seja satisfazivel, é considerada essa matriz uma matriz válida. É enviada para uma função que calcula os valores que vão estar na última linha e última coluna (depois do =).

Depois do tabuleiro pronto, é enviado para um ficheiro de texto onde é armazenada com especificado na secção **3.1**.