Departamento de Ciencias Básicas
Probabilidad y Estadística
Apuntes de Clase Semana 09

Facultad de Ingeniería

APUNTES DE CLASE

9 - 13 de enero de 2023

- Estas notas de clase son las realizadas en los encuentros sincrónicos.
- Cada vez que se realice un nuevo encuentro el documento se irá retroalimentando.
- Si encuentran algún error por favor háganmelo saber para ir mejorando el documento.
- En algunos casos el documento tendrá información extra que sirva como complemento.

Profesor: Erik Petrovish Navarro Barón

> DISTRIBUCIÓN NORMAL.

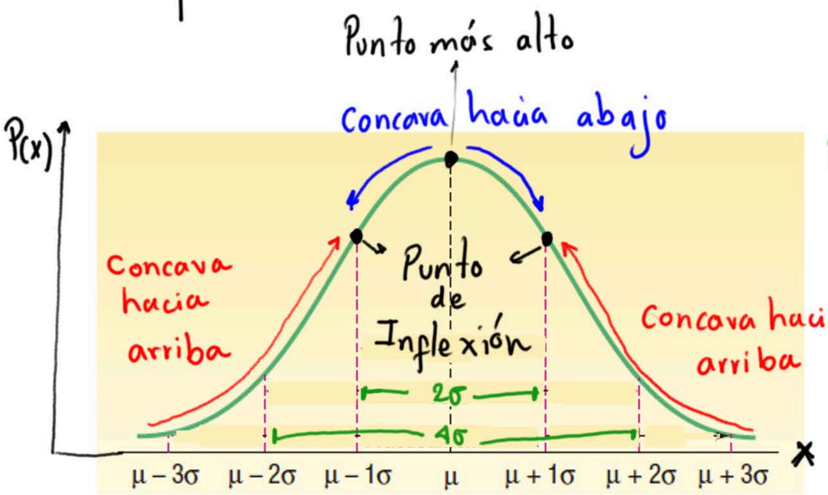
Es una distribución de probabilidad para variables continuas.

Fue estudiada por primera vez por el matemático Abraham de Moivre en 1733, posteriormente soría estudiada amplíamentes por el matemático Friedrich Gauss. Los aportes de Gauss a la descripción de esta distribución fueron tan importantes que la distribución tambien recibe el nombre de Distribución Gaussiana.

El trabajo de estos dos matemáticos fundo las bases de lo que se conoce como inferencia estadística.

La formula para la distribución normal relaciona la media poblacional (μ) y la desviación estandar (σ) de un experimento estadístico. A través de esta formula podemos verificar si una distribución es normal.

Hagamos primero un analisis gráfico de la distribución para entender sus propiedades. La gráfica de una distribución normal se le conoce como una curva normal y su forma es como una campana. por tanto se le conoce como campana Gaussiana o simplemente Gaussiana.



Punto de inflexión: punto donde cambia la concavidad de una curva.

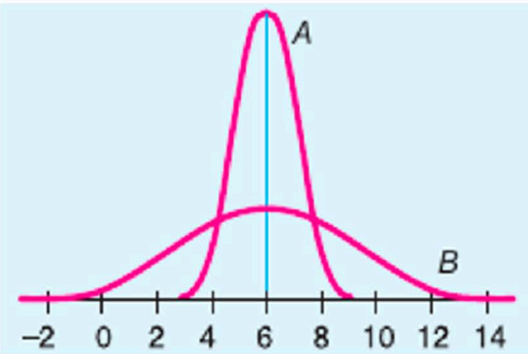
La curva normal es una curva suave y simétrica respecto a la media (μ). La desviación estandar (σ) indica que tan dispersos están los datos.

Si σ es grande la curva es esparcida (más esplayada) y si sigma es pequeña la curva es más concentrada cerca a la media (más picuda).

> Propiedades de la distribución normal

1. La curva tiene forma de campana y su punto más alto lo tiene en el valor de la media.
2. La curva es simétrica respecto a la media
3. La curva se acerca al eje horizontal en los extremos, pero nunca los toca, ni los cruza.
4. La curva tiene puntos de inflexión en $\mu+\sigma$ y $\mu-\sigma$, donde la concavidad cambia.
5. El área bajo la curva tiene un valor exactamente igual a 1.

Ejemplo:



a) ¿Las curvas A y B tienen la misma media o no?

b) Si una de ellas tiene $\sigma=1$ y la otra $\sigma=3$, ¿a cuál de las curvas corresponde cada σ?

> Función de densidad normal:

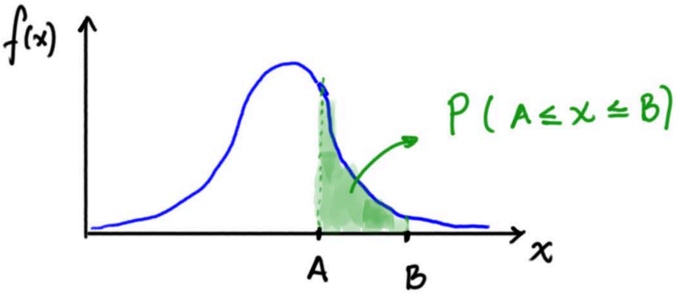
A la formula que se usa para describir la curva Gaussiana se le conoce con FUNCIÓN DE DENSIDAD NORMAL.

Si una variable aleatoria x tiene una media de μ y una desviación estandar σ y sigue una distribución normal, entonces la densidad de probabilidad será:

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\,e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}$$

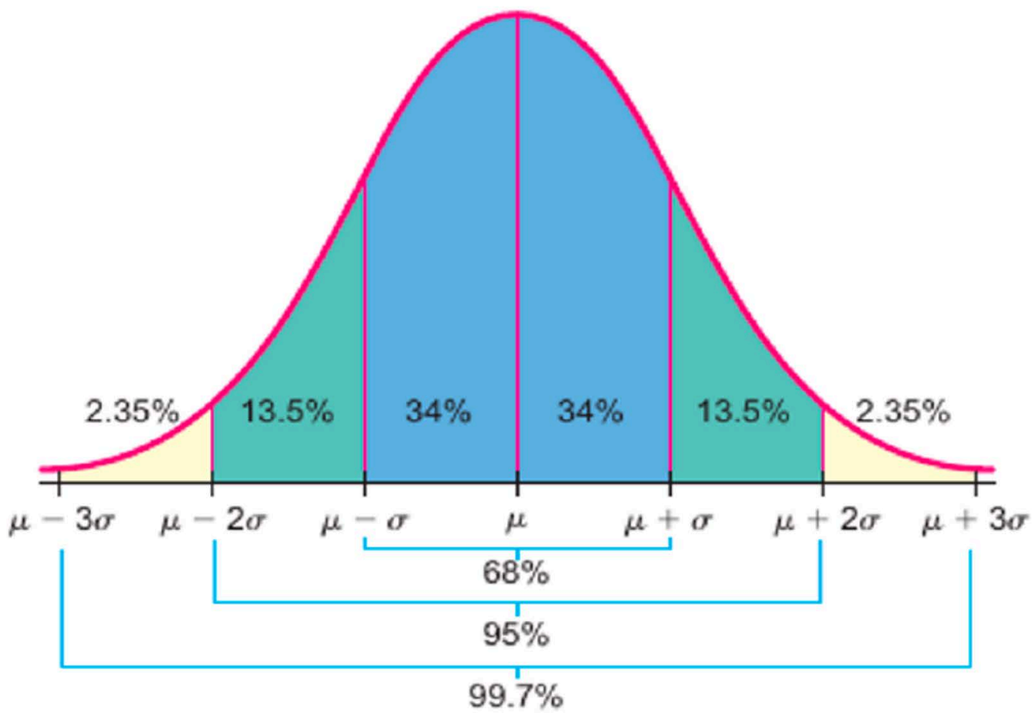
Como el área bajo la curva es 1, entonces la gráfica de la distribución normal es importante porque la porción de área bajo la curva en un intervalo, representa la probabilidad de que la variable aleatoria x tome un valor en este intervalo.

Ejemplo:



Regla Empirica

- Para una distribución simétrica y con forma acampanada (Dist. normal). aproximadamente el 68% de los valores de los datos estarán dentro de una desviación estandar a cada lado de la media.
- Aproximadamente el 95% de los valores de los datos estarán dentro de dos desviaciones estandar a cada lado de la media
- Aproximadamente el 99,7% de los valores de los datos estarán dentro de tres desviaciones estandar a cada lado de la media



Ejemplo: La producción anual de trigo en una granja tiene una distribución normal con una media de $\mu = 35$ fanegadas de trigo y una desviación estandar de $\sigma = 8$ fanegadas. Construir una curva normal.

• Evaluando algunos puntos de la densidad normal tenemos:

$$f(35) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2\left(\frac{35-35}{8}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} = 0{,}0499$$

$$f(35+8) = f(43) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{43-35}{8}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2\,(8/8)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2}$$

$$f(43) = 0{,}0302$$

$$f(35-8) = f(27) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2\left(\frac{27-35}{8}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2\,(-8/8)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2}$$

$$f(27) = 0{,}0302$$

$$f(35+16) = f(51) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2\left(\frac{51-35}{8}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{16}{8}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,8} e^{-1/2 \cdot 2^2}$$

$$f(51) = 0{,}0067$$