



INICIO GRABACIÓN



SANJOSÉ

FUNDACIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR

SEMANA 8

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES – MÉTODO SIMPLEX CON PENALIZACIÓN

Ing. GEORGE ANDERSON MOJICA SERRANO

INGENIERO INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS





INDICE

- 1** PENALIZACIÓN EN EL MÉTODO SIMPLEX
- 2** CARACTERÍSTICAS
- 3** EJERCICIOS
- 4** CONCLUSIONES



SAN JOSÉ

FUNDACIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR

MÉTODO *M O*
PENALIZACION

El Método M se inicia con la P.I en forma de ecuación. Si la ecuación no tiene una holgura (o una variable que pueda desempeñar el papel de una), se agrega una VARIABLE ARTIFICIAL , R_i , para formar una solución inicial procede a la solución básica de total holgura.

Sin embargo, las VARIABLES ARTIFICIALES en formar parte del problema original, y se requiere un "Artificio" de modelado para IGUALARLAS A CERO en el momento que se alcance la iteración OPTIMA (suponiendo que el problema tenga una solución factible)

La meta deseada se logra PENALIZANDO estas variables en la función objetivo utilizando la siguiente regla:

$$\begin{array}{rcl} 3x_1 + x_2 + R_1 & = & 3 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + R_2 & = & 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 & = & 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, R_1, R_2, & \geq & 0 \end{array}$$





Dado M , un valor positivo suficientemente grande (matemáticamente $M \rightarrow \infty$), el coeficiente objetivo de una variable artificial representa una penalización apropiada si :

REGLA DE PENALIZACION PARA VARIABLES ARTIFICIALES:

Coficiente Objetivo de la Variable Artificial

-M, en problema de Maximización

M, en problema de Minimización



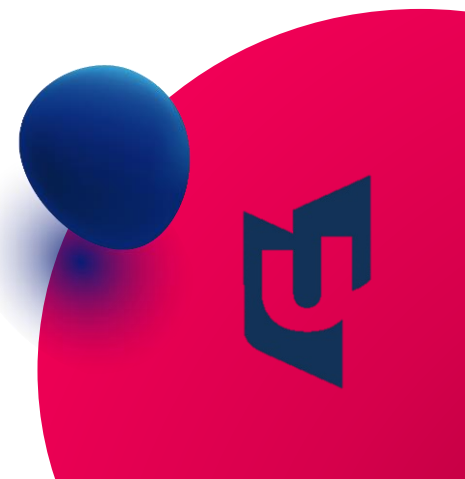
LOS PASOS BÁSICOS DEL MÉTODO M O PENALIZACION SON LOS SIGUIENTES:

1. Expresa el problema en forma estándar transformando las inecuaciones en ecuaciones introduciendo variables de holgura.
2. Agregue variables no negativas al lado izquierdo de cada una de las ecuaciones correspondientes a las restricciones de tipo (\geq) o $(=)$. Estas variables se denominan variables artificiales y su adición hace que las restricciones correspondientes.

Esta dificultad se elimina asegurando que las variables sean 0 en la solución final. Esto se logra asignando una penalización muy grande por unidad a estas variables en la función objetivo. Tal penalización se designará como $-M$ para problemas de maximización y $+M$ para problemas de minimización.

Esto se logra asignando una **PENALIZACION** muy grande por unidad a estas **VARIABLES** en la función **Objetivo**.

Tal Penalización se designara como $-M$ para problemas de **MAXIMIZACION** y $+M$ para problemas de **MINIMIZACION**.



3. Utiliza las variables artificiales en la solución básica inicial; sin embargo la función objetivo de la tabla inicial se prepara adecuadamente para expresarse en términos de las variables no básicas únicamente. Esto significa que los coeficientes de las variables artificiales en la función objetivo deben ser 0 un resultado que puede lograrse sumando múltiplos adecuados de las ecuaciones de restricción al renglón objetivo.



Esto significa que los
coeficientes de las **VARIABLES
ARTIFICIALES** en la función
objetivo deben ser 0 un
resultado que puede lograrse
sumando múltiplos adecuados
de las ecuaciones de restricción
al renglón objetivo

4.-Proceda con los pasos regulares
del metodo simplex.



EJEMPLO 1:

1.-Realizar en siguiente ejercicio por el Método M :



$$\text{Maximizar } Z = 4x_1 + x_2$$

sujeto a :

$$3x_1 + x_2 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$



SOLUCIÓN:



1º Iniciamos analizando las restricciones y agregando variables a cada uno de ello :

$$\text{Maximizar } Z = 4X_1 + X_2 + MR_1 + MR_2$$

$$Z = 4X_1 + X_2 + 0X_3 + MR_1 + MR_2 + 0X_4$$

$$Z - 4X_1 - X_2 - 0X_3 - MR_1 - MR_2 - 0X_4 = 0$$

Sujeto a :

$$3X_1 + X_2 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 - X_3 = 6$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 4$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

-X3 ____ Variable superávit
+X4 ____ Variable de Holgura



Se le agrega la VARIABLE ARTIFICIAL donde no hay variable de HOLGURA:



$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 - X_3 + R_2 = 6$$

$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 4$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

$$R_1, R_2 \geq 0$$

Solución Básica : (R₁, R₂, X₄)
(3, 6, 4)

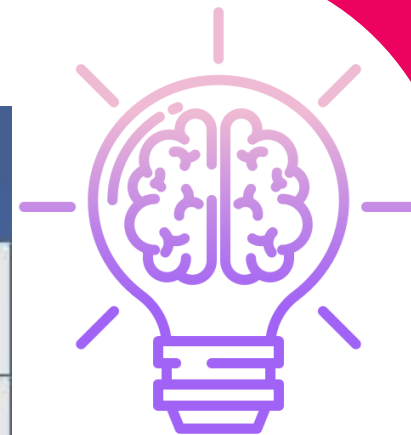


2. COLOCAMOS LOS DATOS EN LAS TABLAS:

<i>BASICA</i>	<i>X1</i>	<i>X2</i>	<i>X3</i>	<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>X4</i>	<i>SOLUCION</i>
<i>Z</i>	<i>-4</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>-100</i>	<i>-100</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>R1</i>	<i>3</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>3</i>
<i>R2</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>6</i>
<i>X4</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>4</i>

Nueva Fila Z = anterior fila +100 (fila X1 + filaX2)





BASICA	X1	X2	X3	R1	R2	X4	SOLUCION
Z	696	399	-100	0	0	0	900
R1	3	1	0	1	0	0	3
R2	4	3	-1	0	1	0	6
X4	1	2	0	0	0	1	4

Escogemos el valor mínimo:

BASICA	X1	SOLUCION	DIVISION
→ R1	3	3	$3/3 = 1$
R2	4	6	$6/4 = 1.5$
X4	1	4	$4/1 = 4$



BASICA	X2	SOLUCION	DIVISION
→ X1	1/3	1	1/1/3= 3
R2	5/3	2	/25/3= 1.2
X4	5/3	3	3/5/3= 1.8



BASICA	X1	X2	X3	R1	R2	X4	SOLUCION
Z	0	501/3	-100	-100	0	0	204
X1	1	1/3	0	1	0	0	1
→ R2	0	5/3	-1	0	0	0	2
X4	0	5/3	0	0	1	1	3





<i>BASICA</i>	<i>X1</i>	<i>X2</i>	<i>X3</i>	<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>X4</i>	<i>SOLUCION</i>
<i>Z</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>-493/5</i>	<i>-500/5</i>	<i>-1/5</i>	<i>17/5</i>
<i>X1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>2/5</i>	<i>2/5</i>	<i>-1/5</i>	<i>2/5</i>
<i>X2</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>-1/5</i>	<i>-1/5</i>	<i>3/5</i>	<i>9/5</i>
<i>X3</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>

$$\begin{aligned}Z &= 3.4 \\X_1 &= 0.4 \\X_2 &= 1.8 \\X_3 &= 1\end{aligned}$$



EJEMPLO 2:



Minimizar

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 \geq 15$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 12$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





Minimizar

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 0S_1 + 0S_2$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 = 15 + S_1$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





Minimizar

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 0S_1 + 0S_2$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 = 15 + S_1$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





Minimizar

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 0S_1 + 0S_2 + MR_1$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 - S_1 + R_1 = 15$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





Minimizar

$$Z - 3X_1 - 2X_2 - 4X_3 - 0S_1 - 0S_2 - MR_1$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 - S_1 + R_1 = 15$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + S_2 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Nota.

$\geq \rightarrow$ Se introduce a la restricción variable de holgura y variable artificial. (S y R)

$= \rightarrow$ Se adiciona una variable artificial (R)

$\geq \rightarrow$ Variable de holgura introducida a la ecuación. (S)





V.B.	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	Solución
Z	1	-3	-2	-4	0	0	-M	0
R_1	0	2	2	3	-1	0	1	15
S_2	0	2	3	1	0	1	0	12

V.B.	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	Solución
Z	1	$-3+2M$	$-2+2M$	$-4+3M$	-M	0	0	15M
R_1	0	2	2	3	-1	0	1	15
S_2	0	2	3	1	0	1	0	12



Criterio para seleccionar la variable entrante:

Maximización : El valor mayor negativo del renglón Z.

Minimización : El valor mayor positivo del renglón Z.



V.B.	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	Solución
Z	1	$-1/3$	$2/3$	0	$-4/3$	0	$4/3-M$	20
X_3	0	$2/3$	$2/3$	1	$-1/3$	0	$1/3$	5
S_2	0	$4/3$	$7/3$	0	$1/3$	1	$-1/3$	7

Solución óptima :

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 3$$

$$X_3 = 3$$

$$Z = 18$$

V.B.	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	Solución
Z	1	$-5/7$	0	0	$-10/7$	$-2/7$	$10/7-M$	18
X_3	0	$2/7$	0	1	$-3/7$	$-2/7$	$3/7$	3
X_2	0	$4/7$	1	0	$1/7$	$3/7$	$-1/7$	3



EJEMPLO:



Maximizar

$$Z = 4X_1 + X_2$$

Sujeto a:

$$3X_1 + X_2 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 3$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





Maximizar

$$Z = 4X_1 + X_2 + 0S_1 + 0S_2$$

Sujeto a:

$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 = 6 + S_1$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 3$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





Maximizar

$$Z = 4X_1 + X_2 + 0S_1 + 0S_2 - MR_1 - MR_2$$

Sujeto a:

$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 - S_1 + R_2 = 6$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 3$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





Maximizar

$$Z - 4X_1 - X_2 - 0S_1 - 0S_2 + MR_1 + MR_2 = 0$$

Sujeto a:

$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 - S_1 + R_2 = 6$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 3$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$





V.B.	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solución
Z	1	-4	-1	0	0	M	M	0
R_1	0	3	1	0	0	0	0	3
R_2	0	4	3	-1	0	1	1	6
S_2	0	1	2	0	1	0	0	3

V.B.	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solución
Z	1	$-4-7M$	$-1-4M$	M	0	0	0	$-9M$
R_1	0	3	1	0	0	0	0	3
R_2	0	4	3	-1	0	1	1	6
S_2	0	1	2	0	1	0	0	3





V.B.	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solución
Z	1	0	$1/3 - 5/3M$	M	0	$4/3 + 7/3M$	0	$4 - 2M$
X_1	0	1	$1/3$	0	0	$1/3$	0	1
R_2	0	0	$5/3$	-1	0	$-4/3$	0	2
S_2	0	0	$5/3$	0	1	$-1/3$	1	2

V.B.	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solución
Z	1	0	0	$1/5$	0	$8/5 + M$	$-1/5 + M$	$18/5$
X_1	0	1	0	$1/5$	0	$3/5$		$3/5$
x_2	0	0	1	$-3/5$	0	$-4/5$	$3/5$	$6/5$
S_2	0	0	0	1	1	1	-1	1

Solución óptima :

$$X_1 = 3/5$$

$$X_2 = 6/5$$

$$Z = 18/5$$



INICIO RECESO



FIN DE RECESO





**FIN DE
GRABACIÓN**



INICIO RECURSO MULTIMEDIA

Para acceder a este video diríjase a la etiqueta de material de apoyo