SEMANA 10

En la semana 10, se estudió algunos métodos para resolver ecuaciones integrales o diferenciales y aproximarse a su valor para este proceso se estudió dos métodos de integración

REGLAS DE INTEGRACION

Ejercicio

$$\int_{1}^{3} \mathbf{2ln(3x)}dx$$

Para las reglas compuestas se usa una división de $n = 6$ en todos los casos.

a) Regla del trapecio

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\int_{a}^{b} \boldsymbol{f(x)} = \frac{\mathrm{b-a}}{2n}(f(x0) + 2f(x1) + 2f(x2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + 2f(n)$$

$$\int_{a}^{b} \boldsymbol{f(x)} = \frac{1}{2}\Delta x(f(x0) + 2f(x1) + 2f(x2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + 2f(n)$$

$$\int_{1}^{3} \mathbf{2ln(3x)} = \frac{1}{6}(f(0) + 2f(1/3) + 2f(2/3) + 2f(1) + 2f(4/3) + f(5/3)) + f(2)$$

$$\int_{1}^{3} \mathbf{2ln(3x)} = \frac{1}{6}(0 + 1.39 + 2.2 + 2.77 + 3.32 + 3.58)$$

$$\int_{1}^{3} \mathbf{2ln(3x)} = 2.21$$

b) Regla de Simpson 1/3 simple y compuesta

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\int_a^b \boldsymbol{f(x)} = \frac{\mathrm{b-a}}{3n}(f(x0) + 4f(x1) + 2f(x2) + \cdots + 4f(x_{n-1}) + 2f(n)$$

$$\int_a^b \boldsymbol{f(x)} = \frac{1}{3}\Delta x(f(x0) + 4f(x1) + 2f(x2) + \cdots + 4f(x_{n-1}) + 2f(n)$$

$$\int_1^3 \boldsymbol{2ln(3x)} = \frac{1}{9}(f(0) + 4f(1/3) + 2f(2/3) + 4f(1) + 2f(4/3) + 4f(5/3)) + 2f(2))$$

$$\int_1^3 \boldsymbol{2ln(3x)} = \frac{1}{9}(0 + 2.78 + 8.8 + 5.54 + 13.28 + 3.58)$$

$$\int_1^3 \boldsymbol{2ln(3x)} = 3.77$$

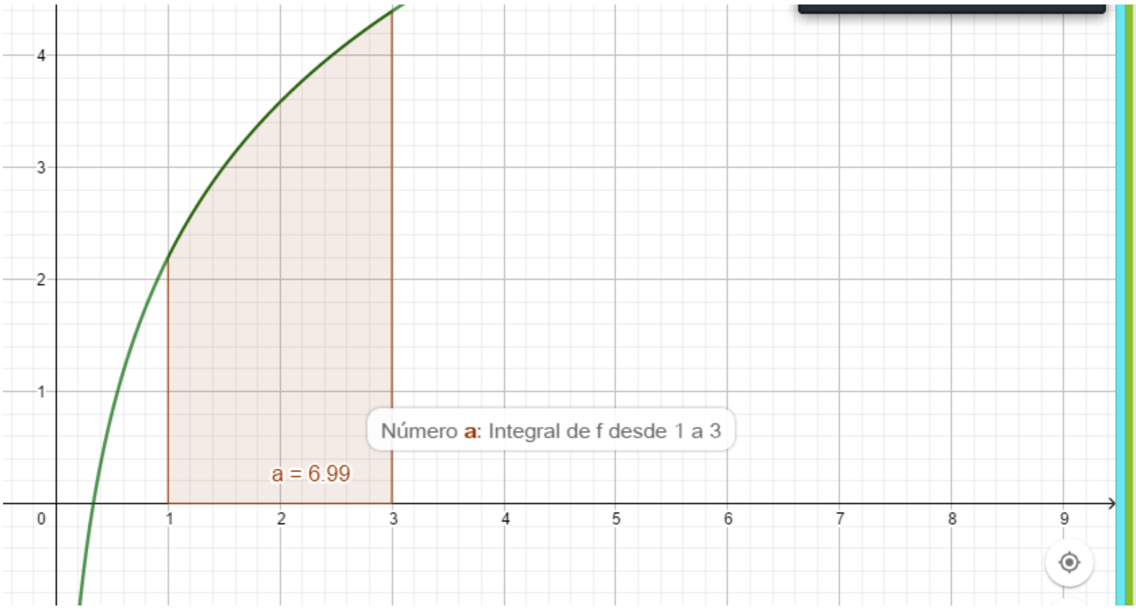
c) Regla de Simpson 3/8 simple y compuesta

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\int_1^3 \boldsymbol{2ln(3x)} = \frac{3}{24}(f(0) + 4f(1/3) + 2f(2/3) + 4f(1) + 2f(4/3) + 4f(5/3)) + f(2)$$

$$\int_1^3 \boldsymbol{2ln(3x)} = \frac{3}{24}(0 + 2.78 + 8.8 + 5.54 + 13.28 + 3.58)$$

$$\int_1^3 \boldsymbol{2ln(3x)} = 3.64$$



En los anteriores procesos se observó que el método de Simpson de 3/8 fue el valor que mas cerca estuvo de la respuesta deseada, por lo que esta regla permite ser mas eficiente para encontrar el valor medio de la solución.

En los métodos para encontrar la proximidad de una ecuación diferencial se aplicó dos métodos que se describen a continuación

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

$$x'(t) = x + e^x, \qquad x(0) = 1$$

La integral de la anterior ecuación será el valor de la función original

$$x(t) = \frac{2e^x + x^2}{2}$$

1. Empleando cada uno de los siguientes métodos:

   a) Método de Euler

      Evaluando la condición inicial x=1

$$x'(t) = x + e^x = 3.72$$

      Evaluando la ecuación con el método de Euler

$$x = 1 + 0.1 = 1.1$$

$$x(1.1) = 1 + 3.72(1.1) = 5.092$$

Evaluando para la función original

$$x(t) = \frac{2e^x + x^2}{2} = 3.61$$

Realizando el cálculo hasta el paso 5

método de EULER		
x	y	y´
1	3,22	6,94
1,1	3,6112549	7,7033
1,2	4,0426354	8,5066
1,3	4,517312	9,3533
1,4	5,0387889	10,247
1,5	5,6109389	11,191
1,6	6,2380425	12,19
1,7	6,9248306	13,249
1,8	7,6765322	14,373
1,9	8,4989262	15,567
2	9,3984	16,838
2,1	10,382013	18,194
2,2	11,457568	19,642
2,3	12,633689	21,19
2,4	13,919906	22,848
2,5	15,326754	24,627
2,6	16,865876	26,538
2,7	18,550139	28,594
2,8	20,393767	30,81
2,9	22,412479	33,2
3	24,623648	35,784
3,1	27,046476	38,578
3,2	29,702186	41,606
3,3	32,614233	44,89
3,4	35,808544	48,457
3,5	39,313771	52,334
3,6	43,161582	56,554
3,7	47,386979	61,151
3,8	52,028647	66,165
3,9	57,129343	71,637
4	62,736323	77,616
4,1	68,901814	84,154
4,2	75,683545	91,308
4,3	83,145315	99,141

4,4	91,357639	107,73
4,5	100,39846	117,14
4,6	110,3539	127,47
4,7	121,31918	138,8
4,8	133,39952	151,26
4,9	146,71121	164,94
5	161,3828	179,98

b) Método de Runge – Kutta de orden 2

$$y_2 = y_1 + \left(\frac{1}{3}k_1 + \frac{2}{3}k_2\right)h$$

$$k_1 = f(x, y)$$

$$k_2 = (x + \frac{3h}{4}, y + \frac{3}{4}k_1 h)$$

Resolviendo con x=1

$$k_1 = x + e^x = 3.72$$

$$k_2 = \left(x + \frac{3h}{4}, y + \frac{3}{4}k_1 h\right) = x + 3/4(0.1) + e^{x+3/4(0.1)} = 4$$

$$y_2 = y_1 + \left(\frac{1}{3}k_1 + \frac{2}{3}k_2\right)h = 0.39$$

método RK segundo orden			
x	k1	k2	y
1	3,72	4,00698384	0,39113226
1,1	4,092	4,41554803	0,43076987
1,2	4,464	4,85658574	0,47257238
1,3	4,836	5,33351453	0,51676764
1,4	5,208	5,85011158	0,56360744
1,5	5,58	6,41055162	0,61337011
1,6	5,952	7,01944872	0,66636325
1,7	6,324	7,68190253	0,72292684
1,8	6,696	8,40354941	0,78343663
1,9	7,068	9,19061887	0,84830792
2	7,44	10,049996	0,91799974
2,1	7,812	10,9892906	0,99301938
2,2	8,184	12,0169132	1,07392755

2,3	8,556	13,1421595	1,16134397
2,4	8,928	14,3753035	1,25595357
2,5	9,3	15,7277004	1,35851336
2,6	9,672	17,2119005	1,46986003
2,7	10,044	18,8417749	1,59091833
2,8	10,416	20,6326544	1,72271029
2,9	10,788	22,6014833	1,86636555
3	11,16	24,7669892	2,02313261
3,1	11,532	27,1498705	2,19439137
3,2	11,904	29,773004	2,38166693
3,3	12,276	32,6616739	2,58664493
3,4	12,648	35,8438255	2,81118837
3,5	13,02	39,3503451	3,05735634
3,6	13,392	43,2153694	3,32742463
3,7	13,764	47,4766277	3,62390851
3,8	14,136	52,1758199	3,949588
3,9	14,508	57,3590346	4,30753564
4	14,88	63,0772107	4,70114738
4,1	15,252	69,3866478	5,13417652
4,2	15,624	76,3495708	5,61077139
4,3	15,996	84,0347529	6,13551686
4,4	16,368	92,5182054	6,71348036
4,5	16,74	101,883939	7,35026258
4,6	17,112	112,224805	8,05205365
4,7	17,484	123,643427	8,82569515
4,8	17,856	136,25323	9,67874868
4,9	18,228	150,179574	10,6195716
5	18,6	165,561013	11,6574009

En los métodos anteriormente estudiados el método de EULER presento una solución más rápida y explicable de la aproximación de la solución, en el proceso de Kutta el proceso fue más complejo por lo que el método de EULER es un proceso mas factible para encontrar la solución más próxima de la función de estudio.