



INICIO GRABACIÓN



SANJOSÉ

FUNDACIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR

SEMANA 7

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES – MÉTODO SIMPLEX CASOS ESPECIALES

Ing. GEORGE ANDERSON MOJICA SERRANO

INGENIERO INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS





INDICE

- 1** CASOS ESPECIALES EN EL MÉTODO SIMPLEX
- 2** CARACTERÍSTICAS
- 3** EJERCICIOS
- 4** CONCLUSIONES



SAN JOSÉ

FUNDACIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR



MÉTODO SIMPLEX CASOS ESPECIALES

Existen casos especiales que se encuentran a menudo en las aplicaciones del método simplex, los más importantes son:

1. Degeneración.
2. Soluciones óptimas múltiples.
3. Soluciones óptimas no acotadas.
4. Soluciones factibles no existentes.
5. Variables no restringidas en signo.





1. DEGENERACION

La degeneración ocurre cuando en alguna iteración del método simplex existe un empate en la selección de la variable que sale este empate se rompe arbitrariamente. Sin embargo, cuando suceda esto, una o más de las variables básicas será necesariamente igual a cero en la siguiente iteración. En este caso decimos que la nueva solución es degenerada.

EJEMPLO 1:

Maximizar

$$Z = 3X_1 + 9X_2$$

Sujeto a:

$$X_1 + 4X_2 \leq 8$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 4$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

DEGENERACION

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	-3	-9	0	0	0
S_1	0	1	4	1	0	8
S_2	0	1	2	0	1	4

Solución óptima :

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 2$$

$$Z = 18$$

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	$-3/4$	0	$9/4$	0	18
X_2	0	$1/4$	1	$1/4$	0	2
S_2	0	$1/2$	0	$-1/2$	1	0

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	0	0	$3/2$	$3/2$	18
X_2	0	0	1	$1/2$	$-1/2$	2
S_2	0	1	0	-1	2	0

EJEMPLO 1:

Maximizar $Z = 3X_1 + 9X_2$

Sujeto a:

$$X_1 + 4X_2 \leq 8$$
$$X_1 + 2X_2 \leq 4$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

	X_1	X_2	S_1	S_2	Z
Tabla 1	0	0	8	4	0
Tabla 2	0	2	0	0	18
Tabla 3	0	2	0	0	18





EJEMPLO 2:

Maximizar $Z = 2X_1 + X_2$

Sujeto a: $4X_1 + 3X_2 \leq 12$

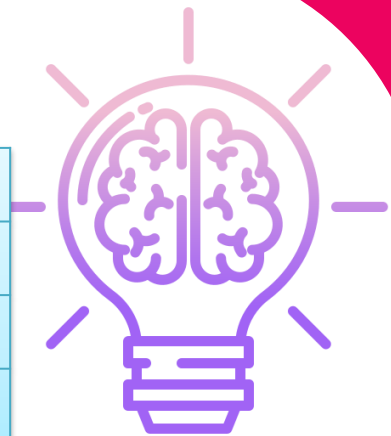
$$4X_1 + X_2 \leq 8$$

$$4X_1 - X_2 \leq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Solución
Z	1	0	0	$1/4$	$1/4$	0	5
S_1	0	0	1	$1/2$	$-1/2$	0	2
S_2	0	1	0	$-1/8$	$3/8$	0	$3/2$
S_3	0	0	0	1	-2	1	4



V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Solución
Z	1	-2	-1	0	0	0	0
S_1	0	4	3	1	0	0	12
S_2	0	4	1	0	1	0	8
S_3	0	4	-1	0	0	1	8

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Solución
Z	1	0	$-1/2$	0	$1/2$	0	4
S_1	0	0	2	1	-1	0	4
X_1	0	1	$1/4$	0	$1/4$	0	2
S_3	0	0	-2	0	-1	1	0



Solución óptima :

$$X_1 = 3/2$$

$$X_2 = 2$$

$$Z = 5$$



	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	Z
Tabla 1	0	0	12	8	8	0
Tabla 2	2	0	4	0	0	4
Tabla 3	3/2	2	0	0	4	5



2. SOLUCIONES ÓPTIMAS MÚLTIPLES.



Cuando la función objetivo es paralela a una restricción que se satisface en el sentido de la igualdad a través de la solución óptima, la función objetivo tomará el mismo valor óptimo en más de un punto de la solución. Por esta razón reciben el nombre de Múltiples alternativas óptimas.

¿Cómo sabemos en las tablas que existen múltiples alternativas óptimas?

Cuando en los coeficientes de las variables no básicas en el renglón z de la tabla óptima existe una variable con valor de cero, lo que indica que esa variable no básica puede entrar a la solución básica sin alterar el valor de z , pero provoca un cambio en el valor de las variables.



EJEMPLO 1:

Maximizar

$$Z = 4X_1 + 14X_2$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 7X_2 \leq 21$$

$$7X_1 + 2X_2 \leq 21$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	-4	-14	0	0	0
S_1	0	2	7	1	0	21
S_2	0	7	2	0	1	21



V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	0	0	2	0	42
X_2	0	$2/7$	1	$1/7$	0	3
S_2	0	$4/7$	0	$-5/7$	1	15

Solución óptima :

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 3$$

$$Z = 42$$

Nota: Si existe un cero en el primer renglón significa que hay soluciones óptimas múltiples.





V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	0	0	2	0	42
X_2	0	0	1	$7/45$	$-2/45$	$7/3$
X_1	0	1	0	$-2/45$	$7/45$	$7/3$

Solución óptima :

$$X_1 = 7/3$$

$$X_2 = 7/3$$

$$Z = 42$$



3. SOLUCIONES OPTIMAS NO ACOTADAS.



En algunos modelos de programación lineal, los valores de las variables se pueden aumentar en forma indefinida sin violar ninguna de las restricciones, lo que significa que el espacio de soluciones es no acotado cuando menos en una dirección. Como resultado el valor de la función objetivo puede crecer (caso de la minimización) en forma indefinida.

¿Cómo sabemos en las tablas que existe solución no acotada?

Cuando en la tabla del simplex en el renglón de la z existe una variable no básica que puede entrar pero al determinar la variable que sale nos damos cuenta que en la su columna existen solo valores de ceros o negativos lo que significa que esa variable puede hacer crecer en forma indefinida a z sin que se infrinja ninguna de las restricciones. Por lo tanto concluimos sin hacer más cálculos que el problema no tiene solución acotada.



Ejemplo:

Maximizar $Z = 2X_1 + X_2$

Sujeto a:

$$X_1 - X_2 \leq 10$$

$$2X_1 - X_2 \leq 40$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	-2	-1	0	0	0
S_1	0	1	-1	1	0	10
S_2	0	2	-1	0	1	40

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	0	-3	2	0	20
X_1	0	1	-1	1	0	10
S_2	0	0	1	-2	1	20

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	0	0	-4	3	80
X_1	0	1	0	-1	1	30
S_2	0	0	1	-2	1	20

No existe acotación para la variable. (Solución Óptima no Acotada).

Acotada no tiene límite.



4. SOLUCIONES FACTIBLES NO EXISTENTES.



Si las restricciones no se pueden satisfacer en forma simultánea, se dice que el modelo no tiene solución factible. Esta situación nunca puede ocurrir si todas las restricciones son del tipo Menor igual (suponiendo valores positivos en el segundo miembro) ya que las variables de holgura producen siempre una solución factible. Sin embargo, cuando empleamos los otros tipos de restricciones, recurrimos al uso de variables artificiales, que por su mismo diseño no ofrecen una solución factible al modelo original. Aunque se hacen provisiones (a través del uso de penalizaciones) para hacer que estas variables artificiales sean cero en el nivel óptimo, esto sólo puede ocurrir si el modelo tiene un espacio factible. Si no lo tiene, cuando menos una variable artificial será positiva en la iteración óptima



Maximizar

$$Z = 4X_1 + 6X_2$$

Sujeto a:

$$3X_1 + 4X_2 \leq 12$$

$$3X_1 + 5X_2 \geq 30$$

$$X_2 \leq 10$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R_1	Solución
Z	1	-4	-6	0	0	0	-M	0
S_1	0	3	4	1	0	0	0	12
R_1	0	3	5	0	-1	0	1	30
S_3	0	0	1	0	0	1	0	10

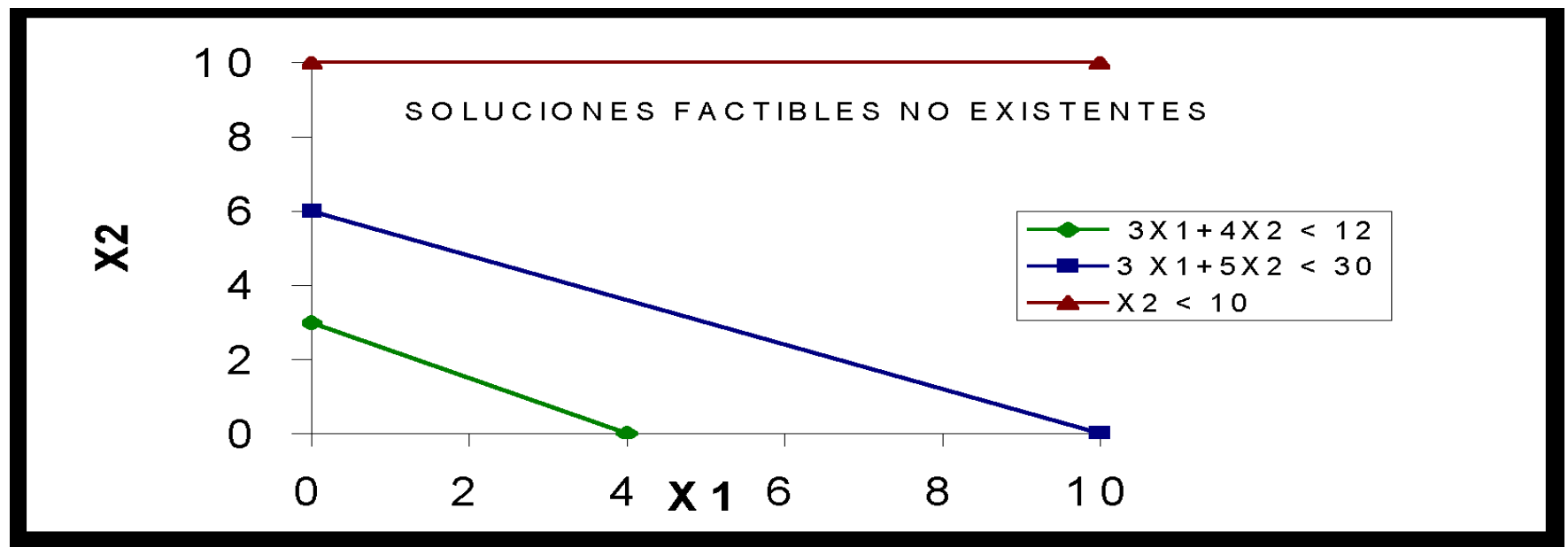
V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R_1	Solución
Z	1	$-4+3M$	$-6+5M$	0	-M	0	0	$30M$
S_1	0	3	4	1	0	0	0	12
R_1	0	3	5	0	-1	0	1	30
S_3	0	0	1	0	0	1	0	10

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R_1	Solución
Z	1	$1/2 - 3/4M$	0	$3/2 - 5/4M$	-M	0	0	$18+15m$
S_1	0	$3/4$	1	$1/4$	0	0	0	3
R_1	0	$-3/4$	0	$-5/4$	-1	0	1	15
S_3	0	$-3/4$	0	$-1/4$	0	1	0	7



No existen soluciones factibles del problema.

No existe ninguna combinación de valores de X_1 y X_2 que satisfagan todas las restricciones.



5. VARIABLES NO RESTRINGIDAS EN SIGNO



La programación lineal exige que las variables sean no negativas, pero existen algunas variables reales que pueden incluir valores negativos. Esta dificultad puede resolverse transformando cada variable no restringida en signo por dos nuevas variables no negativas mediante la siguiente expresión:

$$x_j = x_j^+ - x_j^-$$

Se resuelve el problema empleando los métodos ya conocidos. La solución del problema original se determina a partir de la solución del problema modificado empleando la misma relación.



INICIO RECESO



FIN DE RECESO





**FIN DE
GRABACIÓN**



INICIO RECURSO MULTIMEDIA

Para acceder a este video diríjase a la etiqueta de material de apoyo