FUNDACIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR
SANJOSÉ
INSTITUCIÓN TECNOLÓGICA

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ciencias Básicas
Probabilidad y Estadística
Apuntes de Clase Semana 03

APUNTES DE CLASE

07 - 11 de Noviembre de 2022

- Estas notas de clase son las realizadas en los encuentros sincrónicos.
- Cada vez que se realice un nuevo encuentro el documento se irá retroalimentando.
- Si encuentran algún error por favor háganmelo saber para ir mejorando el documento.
- En algunos casos el documento tendrá información extra que sirva como complemento.

Profesor: Erik Petrovish Navarro Barón

> Conceptos Básicos de Probabilidad

» **Probabilidad marginal:** probabilidad sencilla que describe la posibilidad de que suceda un evento.

» **Eventos mutuamente excluyentes:** dos o más eventos son mutuamente excluyentes si uno solo de ellos puede ocurrir al realizar un experimento. Es decir, si tenemos los eventos A y B, y al realizar un experimento el resultado obtenido es A, entonces el evento B no puede ser resultado del mismo experimento.

Ejemplo.

Un grupo esta comformado por 30 estudiantes de los cuales la 20 son mujeres y 10 son hombres. Si al tomar un estudiante aleatoriamente este resulta ser mujer (Evento A) entonces no se podra dar el evento B (que ese mismo estudiante sea hombre).

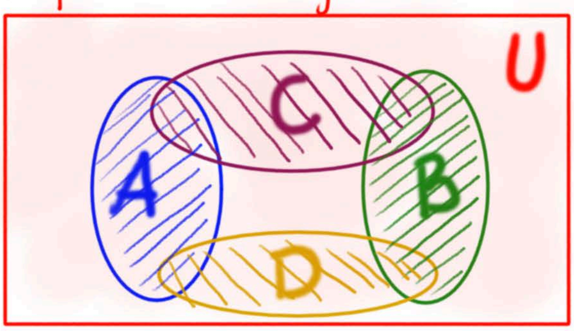
» **Eventos no excluyentes:** dos o más eventos no son excluyentes si se pueden dar simultaneamente.

Ejemplo: Suponga que en el ejemplo onterior la mitad de las mujeres son mayores de 30años y la mitad de los hombres también. El resto son menores de 30 años.

Evento A: Selecciono a un mujer

Evento C: seleciono a una persona mayor de 30 años.

» **Representación gráfica** (Diagramas de Venn)



U: conjunto de todos los resultados posibles

A: Mujer

B: Hombre

C: mayor de 30

D: menor de 30

> REGLAS DE PROBABILIDAD

>> Adición de eventos mutuamente excluyentes:

En un experimento con dos eventos mutuamente excluyentes (A y B) estoy interesado en la probabilidad de que ocurra A ó B.

$$P(A \text{ ó } B) = P(A) + P(B) \longrightarrow$$

La probabilidad de que ocurra A ó B es igual a la suma de la probabilidad marginal de cada evento.

Ejemplo: Cinco estudiantes (A, B, C, E, D) se presentaron a una oferta de trabajo, que ofrece un solo puesto.
¿Cuál es la probabilidad de que a Ana ó a Esteban le otorguen el trabajo?

$$P(A \text{ ó } E) = P(A) + P(E)$$

$$P(A) = \frac{1}{5} \qquad P(E) = \frac{1}{5}$$

$$P(A \text{ ó } B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\%$$

>> Adición de eventos no excluyentes

En un experimento con dos eventos no excluyentes (A y B) estoy interesado en la probabilidad de que ocurra A o B.

$$\underbrace{P(A \text{ o } B)}_{\text{Probabilidad que ocurra A ó B}} = \underbrace{P(A)}_{\text{Probabilidad que ocurra A}} + \underbrace{P(B)}_{\text{Probabilidad que ocurra B}} - \underbrace{P(A \text{ y } B)}_{\text{Probabilidad que ocurran A y B (simultaneos)}}$$

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de sacar un as o un corazón en una baraja de cartas de Poker?

A: sacar as   B = sacar corazón

$P(A) = 4/52$ $P(B) = 13/52$ $P(AB) = 1/52$

$$P(A \circ B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} = 0{,}308$$

$$= 30{,}8\%$$

» Complemento de un conjunto:

A partir del analisis de conjuntos se puede identificar cuál es la probabilidad del complemento de un evento.

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Ejemplo: $P((A \circ B)^c) = 1 - P(A \circ B)$ ⟶ Probabilidad que la carta sea cualquiera distinta a as o corazón

$$= 1 - 16/52$$

$$= \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$$

$$= 0{,}692$$

$$= 69{,}2\%$$

» Reglas de adición en terminos de notación de conjuntos:

$P(A \circ B) = P(A \cup B)$ → si A y B son mutuamente excluyentes

$P(AB) = P(A \cap B)$ → intercepción entre A y B

$P(A \circ B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$ → si A y B no son excluyentes

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

> Probabilidades bajo condiciones de independencia estadística.

Cuando se presentan 2 eventos, el resultado del primer evento puede (o no) afectar el resultado del segundo. Por lo tanto los eventos pueden ser dependientes ó independientes.

En terminos generales existen 3 tipos de probabilidades bajo independencia estadística:

- P. marginal
- P. conjunta
- P. condicional.

> P. marginal bajo independencia estadística:

Al lanzar una moneda y analizar si cae cara o sello, cada lanzamiento es un evento estadísticamente independiente. El lanzamiento anterior no afecta al siguiente.

> P. conjunta bajo independencia estadística:

La probabilidad de que 2 o más eventos se presenten juntos ó en sucesión es el producto de las probabilidades marginales.

$$\underbrace{P(AB)}_{\text{Probabilidad que ocurran A y B juntas}} = \underbrace{P(A)}_{\text{Probabilidad de que ocurra A}} . \underbrace{P(B)}_{\text{Probabidad de que ocurra B}}$$

Ejemplo: Probabilidad de obtener siempre cara al realizar 2 lanzamientos sucesivos

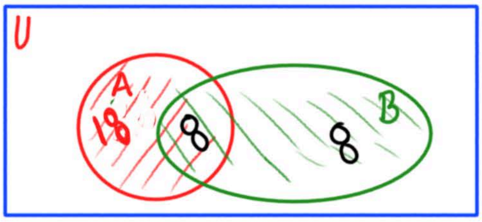
$$P(C_1 C_2) = P(C_1) . P(C_2)$$
$$= \frac{1}{2} . \frac{1}{2}$$
$$P(C_1 C_2) = \frac{1}{4}$$

» Ejercicios:

1. En un mazo de 52 cartas se saca una de ellas. Considere los siguientes eventos: A: Que salga roja
B: Que salga letra.

¿Cuál es la probabilidad de A o B?

¿Son mutuamente excluyentes los dos eventos?

52


No son mutuamente excluyentes

$$P(A \circ B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

$$P(A) = \frac{26}{52} \quad ; \quad P(B) = \frac{16}{52}$$

$$P(AB) = \frac{8}{52}$$

$$P(A \circ B) = \frac{26}{52} + \frac{16}{52} - \frac{8}{52} = \frac{34}{52} = \frac{17}{26}$$

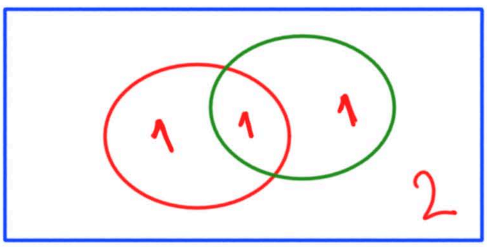
$$= 0{,}654 = 65{,}4\ \%$$

2. Los empleados de una compañía han elegido a 5 de ellos para que los representen en el consejo administrativo. Los perfiles de los elegidos son:

	Genero	Edad
1)	Hombre	30
2)	Hombre	32
3)	Mujer	45
4)	Mujer	20
5)	Hombre	40

Este grupo decide elegir un vocero al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el vocero sea mujer o que sea mayor de 35 años?

¿Cuáles son los eventos A y B de interes? ¿Son A y B mutuamente excluyentes?



A: Que sea mujer

B: Que sea mayor de 35 años.

No son mutuamente excluyentes

$$P(A \circ B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(A) = \frac{2}{5} \qquad P(B) = \frac{2}{5} \qquad P(AB) = \frac{1}{5} \rightarrow P(A \circ B) = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{1}{5}$$

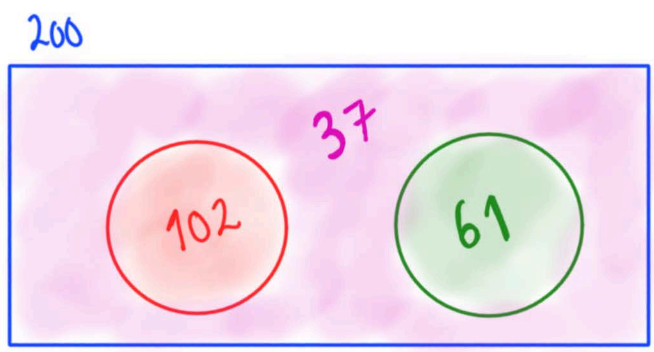
$$= \frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\%$$

3) Un estudio de 200 empresas reveló los siguientes ingresos.

Ingresos	Cantidad de Empresas
< $1'000.000	102
Entre $1'000.000 y $20'000.000	61
> $20'000.000	37

a) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una empresa con ingresos menores a $1'000.000?

b) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una empresa con ingresos mayores o iguales a $1'000.000? (ingresos entre $1'000.000 y $20'000.000 o ingresos mayores a $20'000.000)



A: ingresos < 1 millón

B: ingresos entre 1 y 20 millones

C: Ingresos > 20 millones.

Son eventos mutuamente excluyentes:

a) $P(A) = \frac{102}{200} = \frac{51}{100} = 0{,}51 = 51\%$

b) $P(B \circ C) = P(B) + P(C) \longrightarrow$ $P(B) = \frac{61}{200}$

$P(C) = \frac{37}{200}$

$$P(B \circ C) = \frac{61}{200} + \frac{37}{200} = \frac{98}{200} = \frac{49}{100} = 0{,}49 = 49\%$$

Otra forma de hacerlo será:

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}51 = 0{,}49 = 49\%$$