



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Робототехники и комплексной автоматизации»
КАФЕДРА «Системы автоматизированного проектирования (РК-6)»

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

по дисциплине «Вычислительная математика»

Студент:	Пуговишников Дарья Павловна
Группа:	РК6-53Б
Тип задания:	Семинар 1
Тема:	Задача 1.3

Студент

подпись, дата

Пуговишников Д.П.
Фамилия, И.О.

Преподаватель

подпись, дата

Соколов А.П.
Фамилия, И.О.

Москва, 2023

Содержание

Задача 1.3	3
Задание	3
Решение	3
1 Нахождение значений исходной функции в заданных узлах	3
Ответ	4

Задача 1.3

Задание

Требуется найти интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через узлы

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{5}, x_3 = \frac{9}{10} \quad (1)$$

для функции $f(x) = \sqrt{1+x}$.

Решение

1 Нахождение значений исходной функции в заданных узлах

Найдём значения функции $f(x) = \sqrt{1+x}$ в трёх заданных узлах:

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{5}, x_3 = \frac{9}{10}, \quad (2)$$

а именно:

$$f(x_1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}, f(x_2) = \sqrt{1+\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5}}, f(x_3) = \sqrt{1+\frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{19}{10}} \quad (3)$$

Используя понятие интерполяционного многочлена Лагранжа:

$$L_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^n f(x_i) l_i(x) = \sum_{i=1}^n f(x_i) \prod_{i \neq j} \frac{x - x_i}{x_i - x_j} \quad (4)$$

распишем квадратичную интерполяцию между узлами x_1, x_2, x_3 , $n = 3$, учитывая условие, что $i \neq j$:

$$L_2(x) = f(x_1) \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + f(x_2) \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + f(x_3) \frac{(x - x_2)(x - x_1)}{(x_3 - x_2)(x_3 - x_1)} \quad (5)$$

Подставим значения, вычисленные ранее в формуле (3):

$$L_2(x) = \sqrt{2} \frac{(x - \frac{3}{5})(x - \frac{9}{10})}{(1 - \frac{3}{5})(1 - \frac{9}{10})} + \sqrt{\frac{8}{5}} \frac{(x - 1)(x - \frac{9}{10})}{(\frac{3}{5} - 1)(\frac{3}{5} - \frac{9}{10})} + \sqrt{\frac{19}{10}} \frac{(x - \frac{3}{5})(x - 1)}{(\frac{9}{10} - \frac{3}{5})(\frac{9}{10} - 1)} = \quad (6)$$

$$= \sqrt{2} \frac{(x - \frac{3}{5})(x - \frac{9}{10})}{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10}} + \sqrt{\frac{8}{5}} \frac{(x - 1)(x - \frac{9}{10})}{-(\frac{2}{5}) * (-\frac{3}{10})} + \sqrt{\frac{19}{10}} \frac{(x - \frac{3}{5})(x - 1)}{-(\frac{1}{10}) * (\frac{9}{10} - 1)} = \quad (7)$$

При выполнении всех математических операторов, получаем, что интерполяционный многочлен Лагранжа имеет вид:

$$L_2(x) = 25\sqrt{2} \left(x - \frac{3}{5}\right) \left(x - \frac{9}{10}\right) + \frac{10\sqrt{10}}{3} (x - 1) \left(x - \frac{9}{10}\right) + \frac{-10\sqrt{190}}{3} (x - 1) \left(x - \frac{3}{5}\right) \quad (8)$$

По графику, представленному на [рис.1](#), можно увидеть решение задачи интерполяции. Заметим, что функция $y_1(x) = L_2(x)$ совпадает с функцией $y_2(x) = \sqrt{1+x}$ в данных в условиях точках x_1, x_2, x_3 .

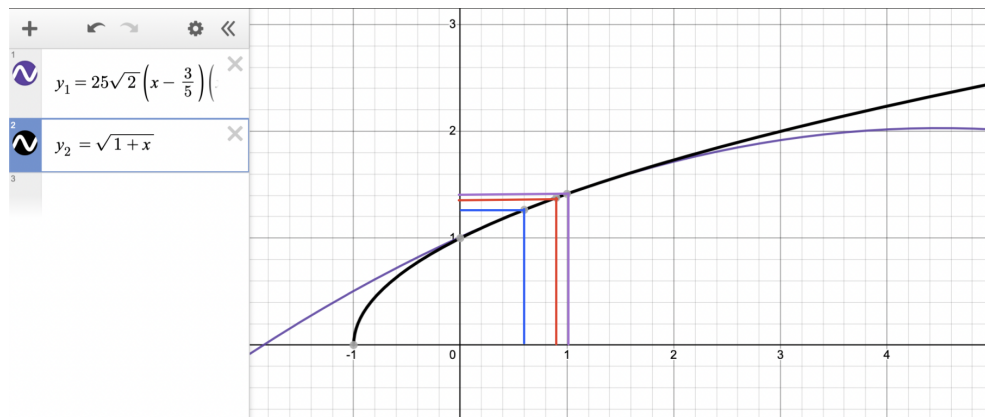


Рис. 1. Графики функций $y_1(x) = L_2(x)$ и $y_2(x) = \sqrt{1+x}$

Ответ

Значение интерполяционного многочлена Лагранжа второго порядка для функции $f(x) = \sqrt{1+x}$ имеет вид:

$$L_2(x) = 25\sqrt{2}\left(x - \frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{9}{10}\right) + \frac{10\sqrt{10}}{3}(x-1)\left(x - \frac{9}{10}\right) + \frac{-10\sqrt{190}}{3}(x-1)\left(x - \frac{3}{5}\right)$$

Список использованных источников

1. Першин А.Ю. Лекции по курсу «Вычислительная математика». Москва, 2018-2021. С. 140. URL: <https://archrk6.bmstu.ru/index.php/f/810046>.
2. Соколов, А.П. Инструкция по выполнению заданий к семинарским занятиям (общая). Москва: Соколов, А.П., 2018-2022. С. 7. URL: <https://archrk6.bmstu.ru>. (облачный сервис кафедры РК6).
3. Першин А.Ю. Сборник задач семинарских занятий по курсу «Вычислительная математика»: Учебное пособие. / Под редакцией Соколова А.П. [Электронный ресурс]. Москва, 2018-2021. С. 20. URL: <https://archrk6.bmstu.ru>. (облачный сервис кафедры РК6).

Выходные данные

Пуговичникова Д.П. Отчет о выполнении домашнего задания по дисциплине «Вычислительная математика». [Электронный ресурс] — Москва: 2023. — 4 с. URL: <https://sa2systems.ru:88> (система контроля версий кафедры РК6)

