Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Робототехники и комплексной автоматизации»
КАФЕДРА «Системы автоматизированного проектирования (РК-6)»

# ОТЧЁТ О ВЫПОЛНЕНИИ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

## по дисциплине «Вычислительная математика»

| | |
|---|---|
| Студент: | Кочетов Иван Андреевич |
| Группа: | РК6-54Б |
| Тип задания: | Домашнее задание № 1.3 |
| Тема: | Интерполяционные полиномы Лагранжа |

| | | |
|---|---|---|
| Студент | ____________ <br> подпись, дата | Кочетов И. А. <br> Фамилия, И.О. |
| Преподаватель | ____________ <br> подпись, дата | ____________ <br> Фамилия, И.О. |

Москва, 2023

# Содержание

# Интерполяционные полиномы Лагранжа

## Задание

Требуется найти интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через узлы

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{5}, x_3 = \frac{9}{10} \tag{1}$$

для функции $f(x) = \sqrt{1+x}$.

## 1 Выполнение задания

Запишем формулу интерполяционного полинома Лагранжа:

$$L_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \prod_{i \neq j}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \tag{2}$$

Так как набор (1) состоит из трёх точек, то возьмём $n = 3$.
Определим значения $f(x_i)$, подставив значения аргумента $x$ из набора (1) в заданную функцию $f(x) = \sqrt{1+x}$. Тогда получим следующие значения:

$$f(x_1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \tag{3.1}$$

$$f(x_2) = \sqrt{1+\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5}} \tag{3.2}$$

$$f(x_3) = \sqrt{1+\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{19}{10}} \tag{3.3}$$

Подставим (3.1), (3.2) и (3.3) в формулу (2) и получим:

$$L_2(x) = \sqrt{2}\frac{(x-\frac{3}{5})(x-\frac{9}{10})}{(1-\frac{3}{5})(1-\frac{9}{10})} + \sqrt{\frac{8}{5}}\frac{(x-1)(x-\frac{9}{10})}{(\frac{3}{5}-1)(\frac{3}{5}-\frac{9}{10})} + \sqrt{\frac{19}{10}}\frac{(x-1)(x-\frac{3}{5})}{(\frac{9}{10}-1)(\frac{9}{10}-\frac{3}{5})} \tag{4}$$

Раскрыв скобки в формуле (4), получим:

$$L_2(x) = 25\sqrt{2}\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{27}{50}\right) + \frac{50}{3}\sqrt{\frac{2}{5}}\left(x^2 - \frac{19}{10}x + \frac{9}{10}\right) - \frac{100}{3}\sqrt{\frac{19}{10}}\left(x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{3}{5}\right) \tag{5}$$

## 2 Ответ

Интерполяционный многочлен Лагранжа, проходящий через узлы

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{5}, x_3 = \frac{9}{10}$$

для функции $f(x) = \sqrt{1+x}$ имеет следующий вид:

$$L_2(x) = 25\sqrt{2}\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{27}{50}\right) + \frac{50}{3}\sqrt{\frac{2}{5}}\left(x^2 - \frac{19}{10}x + \frac{9}{10}\right) - \frac{100}{3}\sqrt{\frac{19}{10}}\left(x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{3}{5}\right)$$