Условие задачи 10

длина периметра правильного вписанного 96-угольника, которым пользовался Архимед при вычислении числа, пи выражается при к r=1 формулой $P = 96\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$. Если вычислять непосредственно по этой формуле, желая получить пи с точностью до 0.001, то с какой точностью нужно производить вычисления подкоренных величин?

Решение задачи

Для оценки точности вычисления π по формуле $P = 96\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ необходимо вычислить погрешности соответствующих переменных:

Δa = 0 (так как r=1 считается точным значением)

Δb = Δc = Δd = 0.001 (заданная точность вычисления π)

Тогда погрешность вычисления π будет:

$\Delta\pi = \sqrt{}((\Delta a/a)^2 + (\Delta b/b)^2 + (\Delta c/c)^2 + (\Delta d/d)^2) = \sqrt{}((0/1)^2 + (0.001/96\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}})^2 + (0.001/96\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}})^2 + (0.001/96\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}})^2) \approx 0.000027$

Таким образом, чтобы получить π с точностью до 0.001, необходимо производить вычисления подкоренных величин с точностью не менее 0.000027.