Лекция 5. Задание 1.

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y + (x+y)^4 \\ \dot{y} = x - (x-y)^4 \end{cases} \qquad a = 3$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (x+y)^4 \\ -(x-y)^4 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{3 - i\sqrt{7}}{2} \qquad \lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{(3 - i\sqrt{7})^2}{16} \in \mathbb{C}$$

$$\lambda_2 = \frac{3 + i\sqrt{7}}{2}$$

$$\bar{q} = 0$$

НФ: $\dot{z}_i = \lambda_i z_i$

Резонансных членов не будет.

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 4y + (x+y)^4 \\ \dot{y} = x - (\cancel{x} - y)^4 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda_1 = 2 \text{ кратности } 2$$

Жорданова матрица

$$J = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$, значит условие резонанса $\lambda q_1 + q_2 = 0$

её решение: 1) $q_1, q_2 = -1, 1$

2) $q_1, q_2 = 1, -1$

НФ: $\dot{z}_1 = \lambda_1 z_1 \Rightarrow \dot{z}_1 = 2z_1$

$\dot{z}_2 = \lambda_2 z_2 + \sigma z_1 = 2z_2 + z_1$

интеграл системы: $z_2 = \frac{z_1}{2}(\ln z_1 + c)$

$$\begin{cases}\dot{x} = 5x - 4y + (x+y)^4 \\ \dot{y} = x - (x-y)^4\end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \to \qquad \lambda_1 = 1$$

$$\lambda = \frac{1}{4} < 1 \qquad \lambda_2 = 4$$

$\lambda = m^{-1} \to 4$, откуда получаем

НФ:

$$\dot{z}_1 = z_1$$

$$\dot{z}_2 = 4z_2 + g_2(4,1)\, z_1^4$$

$$\dot{x} = 6x - 4y + (x+y)^4$$

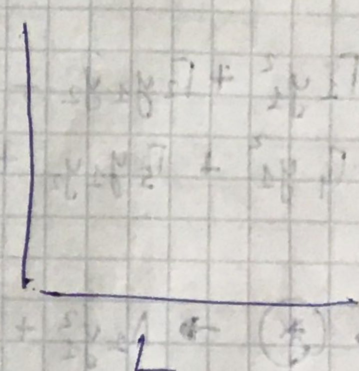
$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -z_1 \\ \dot{z}_2 = 4z_2 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \xi \begin{pmatrix} \frac{108}{5} y_1^2 - \frac{51}{20} y_1 y_2 - \frac{368}{45} y_2^2 \\ \frac{7y_1^2}{30} + \frac{179}{5} y_1 y_2 + \frac{253}{20} y_2^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = 6x - 4y + (x+y)^4 \\ \dot{y} = x - (x-y)^4 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda_1 = 3 - \sqrt{5}, \quad \lambda_2 = 3 + \sqrt{5}$$

значит $\lambda \in$ иррациональные

N



N: либо целые $q_1, q_2 \geq 0$

либо $q_1 = -1$, $q_2 \geq 1$ целое

либо целое $q_1 \geq 1$, $q_2 = -1$

L: $q_2 = -\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} q_1$

$$L \cap N = \varnothing \longrightarrow \begin{cases} \dot{z}_1 = (3-\sqrt{5}) z_1 \\ \dot{z}_2 = (3+\sqrt{5}) z_2 \end{cases}$$