

# Gestion de Portefeuille

## TP-4: Impact de la matrice de covariance dans le modèle MV

Patrick Hénaff

Février-Mars 2021

### Données

On utilise la base de données “MultiAsset” du paquet FRAPO:

```
library(FRAPO)
data(MultiAsset)
R <- returnseries(MultiAsset, percentage=F, trim=T)
```

Quelques statistiques descriptives sont résumées ci-dessous:

Table 1: Summary Statistics

	mean	std dev	skewness	kurtosis
GSPC	0.0007196	0.0483492	-0.8809988	1.7602430
RUA	0.0011323	0.0503202	-0.8975063	1.8397675
GDAXI	0.0046327	0.0597951	-0.9841812	1.9749395
FTSE	0.0018748	0.0437702	-0.6912771	0.4962667
N225	-0.0030518	0.0623081	-1.0447685	2.8567460
EEM	0.0085561	0.0807882	-0.7309404	1.2765558
DJCBTI	0.0037850	0.0167642	0.7542986	2.7505223
GREXP	0.0037178	0.0101831	0.1244254	-0.4231236
BG05.L	0.0013854	0.0151824	0.2047405	1.1789559
GLD	0.0158004	0.0547407	-0.4762910	0.7606515

### Etude de la matrice de covariance

On se propose d'étudier la matrice de covariance à l'aide de la formule de Stevens pour la matrice d'information  $\mathcal{I} = \Sigma^{-1}$ .

- Pour chaque actif, estimer le modèle

$$R_{i,t} = \beta_0 + \beta_i^T R_t^{(-i)} + \epsilon_{i,t}$$

avec  $R_t^{(-i)}$  vecteur de rendement de tous les actifs sauf l'actif  $i$ ,  $\epsilon_{i,t} \sim \mathcal{N}(0, s_i^2)$

##	GSPC	RUA	GDAXI	FTSE	N225
## Intercept	-0.0003723292	0.0003145585	0.007554474	-5.117019e-06	-0.006116991
## GSPC	0.0000000000	0.9944359962	-0.489100528	6.433106e-01	-2.277604558
## RUA	0.9786625921	0.0000000000	0.902956260	-3.099280e-01	2.376140673
## GDAXI	-0.0071170223	0.0133509066	0.000000000	2.084721e-01	0.290168646
## FTSE	0.0188581255	-0.0092317173	0.419977032	0.000000e+00	0.325262898
## N225	-0.0144138055	0.0152797528	0.126197462	7.021939e-02	0.000000000
## EEM	-0.0080378664	0.0141739831	0.080295840	1.474742e-01	0.110950338
## DJCBI	0.0616101124	-0.0527297391	-0.242018201	-5.937445e-02	-0.156916259
## GREXP	-0.0353573242	0.0304397687	-0.647076213	1.739383e-01	-0.143153045
## BG05.L	-0.0053052277	-0.0038080739	0.512956121	1.156949e-01	0.114462375
## GLD	-0.0055844066	0.0047264909	-0.131036034	-5.237503e-02	0.004920328
##	EEM	DJCBI	GREXP	BG05.L	GLD
## Intercept	0.001031376	0.0006139235	0.002767243	-0.002184974	0.008845179
## GSPC	-0.927867482	0.6719678083	-0.181516577	-0.062625394	-1.112069220
## RUA	1.610249722	-0.5659893271	0.153792233	-0.044239271	0.926295957
## GDAXI	0.134877160	-0.0384100340	-0.048338429	0.088110337	-0.379704480
## FTSE	0.499044061	-0.0189833929	0.026176406	0.040034875	-0.305743214
## N225	0.081053940	-0.0108309050	-0.004650909	0.008550855	0.006200821
## EEM	0.000000000	-0.0290964290	-0.001658718	0.007940600	0.682663686
## DJCBI	-0.307955804	0.000000000	0.253450624	0.542474249	1.226678966
## GREXP	-0.037297589	0.5384593558	0.000000000	0.377600655	-0.257582799
## BG05.L	0.077651889	0.5012208699	0.164218921	0.000000000	-0.338107962
## GLD	0.395728368	0.0671850430	-0.006640472	-0.020042277	-0.338107962

- Trier les modèles par  $R_i^2$  décroissant. En déduire les actifs qui sont susceptibles de recevoir un poids important dans le portefeuille optimal MV.

Table 2: Asset sorted by variance of their modelisation in decreasing order

	Résidual variance	Variance
GLD	0.0018018	0.0597104
N225	0.0014297	0.0059093
EEM	0.0010445	0.0023558
GDAXI	0.0006218	0.0103910
FTSE	0.0003087	0.0018289
BG05.L	0.0001068	0.0001406
DJCBI	0.0000987	0.0001465
GREXP	0.0000465	0.0004547
RUA	0.0000092	0.0024898
GSPC	0.0000090	0.0024083

Les poids des actifs étant inversement proportionnels à la variance de leur modélisation (mieux un actif est modélisé plus on lui donne un fort poids dans notre portefeuille). Ainsi, le modèle MV donnera des poids de plus en plus fort à mesure que l'on descend dans le tableau.

- Calculer les poids optimaux du modèle MV, et comparer avec les résultats des régressions.

On considère que le risk free rate vaut 3%.

```
## Warning in plot.xy(xy.coords(x, y), type = type, ...): "lwbd" is not a graphical
## parameter
```

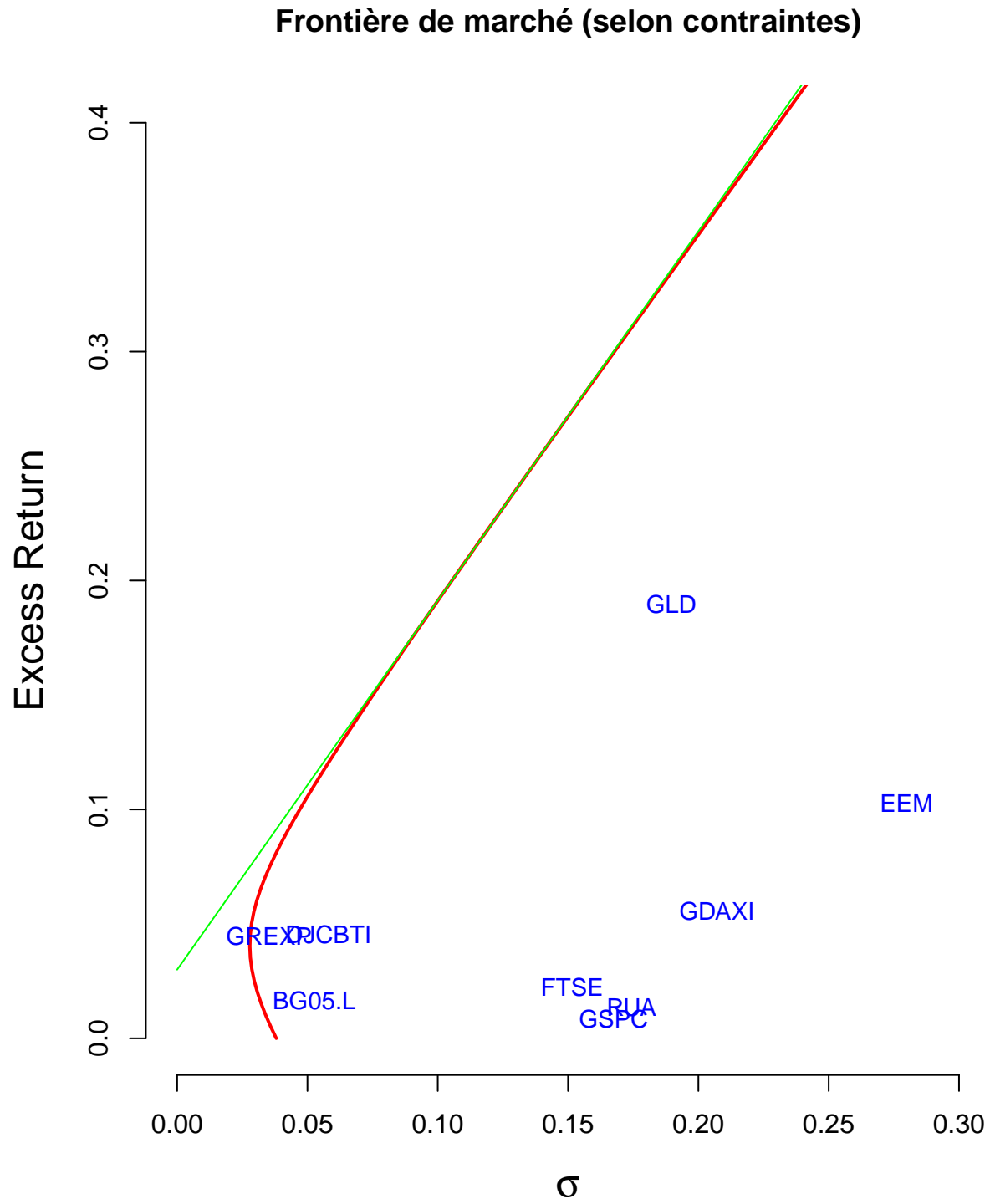


Table 3: Composition du portefeuille optimal selon modèle MV

	Proportion (%)
GSPC	-336.05
RUA	264.52
GDAXI	75.46
FTSE	-3.84
N225	-35.99
EEM	16.48
DJCBTI	67.16
GREXP	182.74
BG05.L	-160.93
GLD	30.44

### Interpretation

Pour les trois plus gros poids en valeurs absolues, on retrouve bien les actifs aillant les variances résiduelles les plus faible. En revanche, l'ordre est chamboulé pour le reste des actifs car les poids ne sont pas calculé qu'à partir de cette variance résiduelle. Ainsi, d'autres facteurs deviennent prépondérants.

### Lien avec l'ACP

- Effectuer une ACP de la matrice de covariance des rendements.

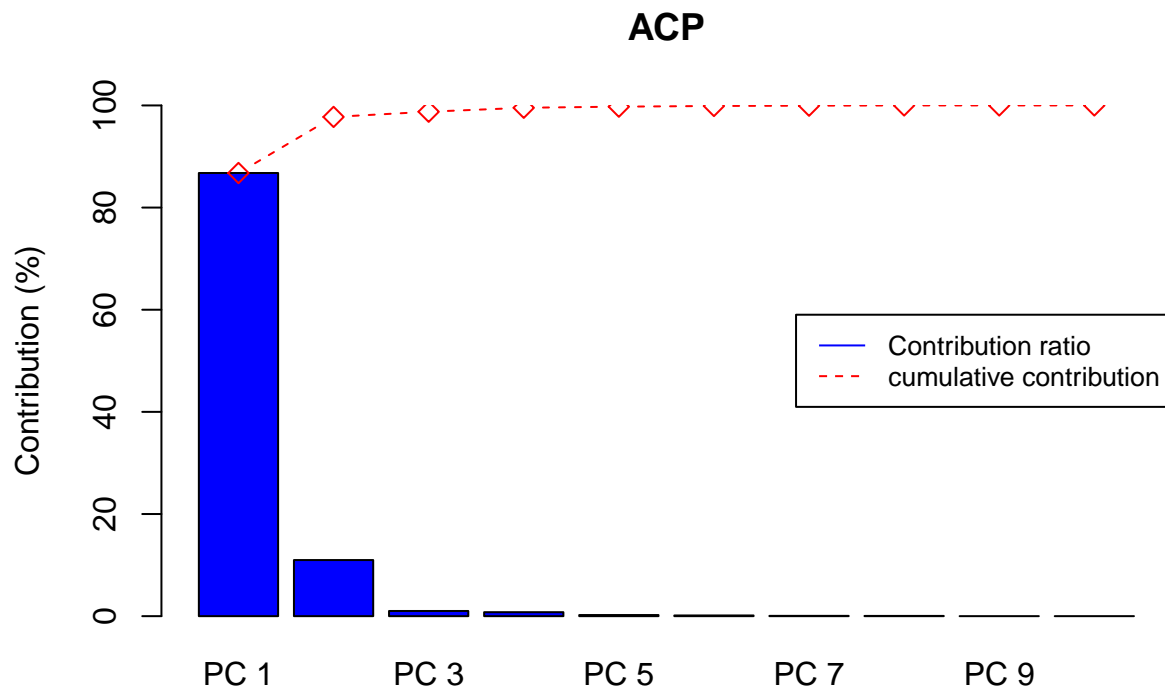


Table 4: Composition of PCs

Tickers	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
GSPC	-33.74	-4.03	-10.63	29.08	-19.91	23.75	38.92	-4.99	-40.13	61.45
RUA	-33.76	-4.32	-10.62	26.42	-19.25	21.79	37.75	-2.64	71.53	-25.23
GDAXI	-33.64	7.12	-22.21	3.37	45.54	20.08	-45.31	48.00	22.77	31.01
FTSE	-33.79	0.11	-19.78	12.00	-2.86	-17.36	-47.70	-75.31	5.71	5.96
N225	-32.92	0.99	0.21	-85.06	-36.73	13.84	-1.27	1.42	6.08	9.91
EEM	-32.68	-22.08	-32.63	13.80	-33.69	-55.15	-8.08	40.56	-23.01	-27.79
DJCBTI	33.01	-18.48	-17.26	18.51	-53.40	54.23	-44.44	9.40	-4.55	-7.16
GREXP	33.84	-2.87	5.23	3.09	-30.36	-45.51	-6.20	7.74	45.89	60.11
BG05.L	32.42	8.53	-86.57	-19.63	15.86	0.57	24.80	-11.09	1.51	1.98
GLD	3.13	-94.89	2.27	-11.74	25.34	3.33	6.11	-8.64	5.21	7.19

Table 5: Contribution and return by PC

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
contribution au risque (%)	86.76854	10.98363	1.01477	0.77584	0.21869	0.13354	0.05658	0.04840	0.00002	0.00002
rendement (%)	0.11790	1.33505	0.29659	-3.30179	-0.09190	-1.64836	0.77994	7.39759	0.20953	0.20953

- Identifier un vecteur propre qui est un facteur d'arbitrage caractérisé

Les vecteurs 7 et 8 se compense quasiment en terme de risque. Ainsi, si l'on compose un portefeuille comprenant  $1 \times PC8 + (-1) \times PC7$  on aurait un risque quasiment nul mais une espérance de rendement d'environ 6.3%. Un bel arbitrage donc...

- Faire le lien entre cette observation et les poids optimaux du modèle MV.

```
##      Compositions
## GSPC      -43.901403
## RUA       -40.392450
## GDAXI      93.305674
## FTSE     -27.610047
## N225       2.686927
## EEM       48.647202
## DJCBTI    53.840503
## GREXP     13.939992
## BG05.L   -35.891673
## GLD      -14.756288
```