

Modelowanie matematyczne

Dokumentacja projektu końcowego

Tytuł: Krzywa pogoni

Autorzy: Skowroński Piotr, Czuba Krzysztof

Kierunek: Informatyka, studia 2 stopnia (sem. II)

Spis treści

1	Cel zadania	2
2	Opis teoretyczny	2
2.1	Wprowadzenie do problemu pościgu	2
2.2	Klasyczna krzywa pościgu (Direct Pursuit)	2
2.2.1	Model matematyczny 2D	2

1 Cel zadania

Celem projektu jest implementacja i analiza różnych strategii pościgu (pursuit curves) w przestrzeni 2D, 3D oraz n-wymiarowej. Projekt obejmuje:

- Implementację klasycznych strategii pościgu: Direct Pursuit, Constant Bearing, Proportional Navigation
- Rozwiążanie numeryczne równań różniczkowych opisujących ruch ścigającego i celu
- Analizę zachowania strategii dla różnych trajektorii celu (linia prosta, okrąg, helisa, krzywe Lissajous)
- Uogólnienie problemu na przestrzeń n-wymiarową i badanie wpływu liczby wymiarów
- Wizualizację trajektorii w 2D i 3D oraz analizę numeryczną dla wyższych wymiarów

2 Opis teoretyczny

2.1 Wprowadzenie do problemu pościgu

Problem pościgu (pursuit problem) polega na określeniu trajektorii ścigającego (pursuer), który dąży do przechwycenia poruszającego się celu (target). W zależności od zastosowanej strategii, ścigający może celować bezpośrednio w aktualną pozycję celu (Direct Pursuit), utrzymywać stały kąt namiarowania (Constant Bearing), lub stosować bardziej zaawansowane metody jak nawigacja proporcjonalna (Proportional Navigation).

Problemy pościgu mają szerokie zastosowania praktyczne:

- Nawigacja rakiet i pocisków naprowadzanych
- Systemy autonomiczne (drony, roboty)
- Nawigacja morska i lotnicza
- Gry komputerowe (AI przeciwników)
- Optymalizacja trajektorii

2.2 Klasyczna krzywa pościgu (Direct Pursuit)

2.2.1 Model matematyczny 2D

W najprostszym przypadku Direct Pursuit, ścigający w każdej chwili celuje bezpośrednio w aktualną pozycję celu. Stan układu w przestrzeni dwuwymiarowej \mathbb{R}^2 opisany jest wektorami:

- $\mathbf{p}(t) = [p_x(t), p_y(t)]^T$ – pozycja ścigającego
- $\mathbf{t}(t) = [t_x(t), t_y(t)]^T$ – pozycja celu

Równania różniczkowe opisujące ruch ścigającego w strategii Direct Pursuit mają postać:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = v_p \cdot \frac{\mathbf{t} - \mathbf{p}}{\|\mathbf{t} - \mathbf{p}\|} \quad (1)$$

gdzie:

- $v_p > 0$ – prędkość skalarna ścigającego [m/s]
- $\mathbf{t} - \mathbf{p}$ – wektor skierowany od ścigającego do celu
- $\|\mathbf{t} - \mathbf{p}\| = \sqrt{(t_x - p_x)^2 + (t_y - p_y)^2}$ – odległość euklidesowa

Ruch celu opisany jest niezależnym równaniem:

$$\frac{d\mathbf{t}}{dt} = \mathbf{v}_t(t) \quad (2)$$

gdzie $\mathbf{v}_t(t)$ jest zadaną funkcją prędkości celu.

TODO: jakies tabelki dla różnych strategii, różnych parametrów, różnych wymiarów

Literatura

1. Wikipedia, *Krzywa pogoni*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Pursuit_curve