Chapter 4

差动放大器
Differential Amplifiers

中科大微电子学院

黄鲁、程林

教材:模拟CMOS集成电路设计

Behzad Razavi

第4章内容

4.1 差动工作方式

4.2 基本差动对

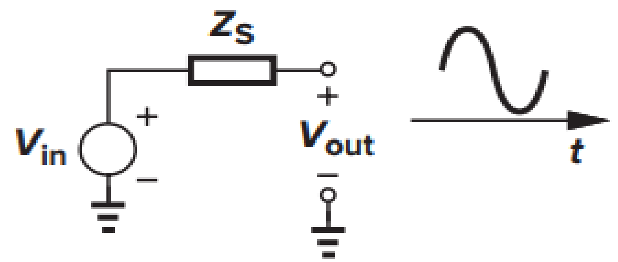
4.3 共模响应

4.4 MOS为负载的差动对

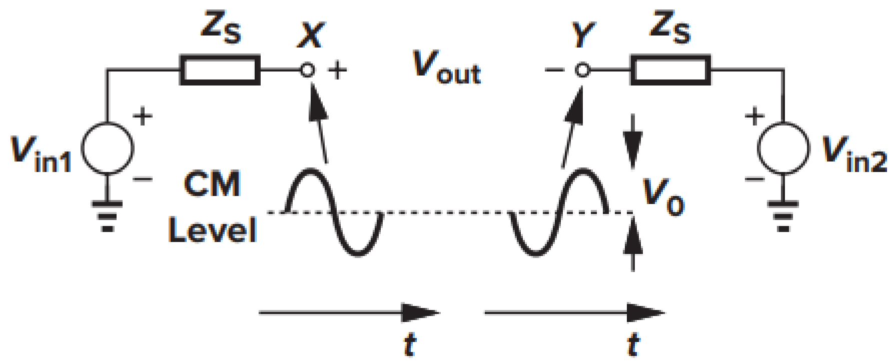
4.5 吉尔伯特单元（模拟乘法器）

4.1 单端和差动的工作方式

- 单端信号：参考电位为一固定电位（ fixed potential）,通常为地。



- 差动信号：两个节点电位之差。
- 两差动节点：
  1）直流电位相对某一固定电位（即共模电平）大小相等；
  2）交变小信号电压方向相反；
  3）与固定电位（=交流地）节点的小信号阻抗相等（电路对称）。



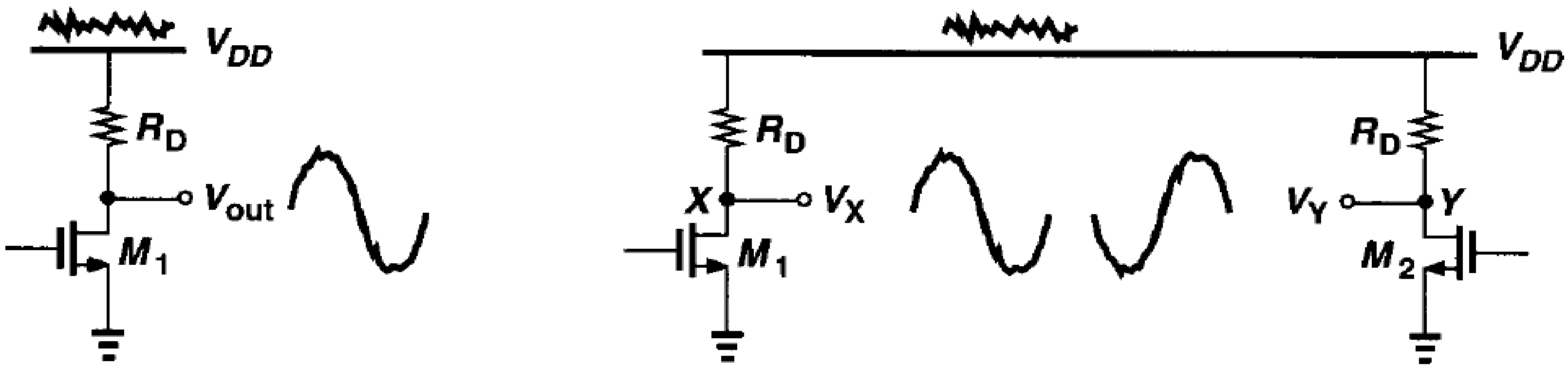
$$V_X = V_{CM} + V_0 \cos(\omega t),\ V_Y = V_{CM} - V_0 \cos(\omega t),\ -V_0 \le V_X \text{和} V_Y \text{变化} \le V_0$$

差动（分）信号：$V_{XY} = V_X - V_Y = 2V_0 \cos(\omega t),\quad -2V_0 \le V_{XY} \le 2V_0$

差动信号峰峰值（最小到最大=4V0）=2*差动信号摆幅（正弦波幅度2V0）=2*单边（交变）小信号峰峰值(2V0)=4*单端小信号摆幅（V0）

差动（差分）工作方式的优点

（1）对共模噪声（外部环境电磁噪声，如电源和地噪声）的强抑制能力;



(a)

(b) 两单端放大器组成差动对

Figure 4.3 Effect of supply noise on (a) a single-ended circuit, (b) a differential circuit.

共模噪声：2输入端或2输出端相同大小的噪声(包括外部噪声和直流温漂)

（2）Vout=VX-VY,增大了输出电压摆幅

（3）提高线性电压范围（差动电路相对于单端电路）

代价：面积增加一倍

两单端CS放大器组成简单差动对的缺点

共模CM电平：2输入端或输出端的相同电平

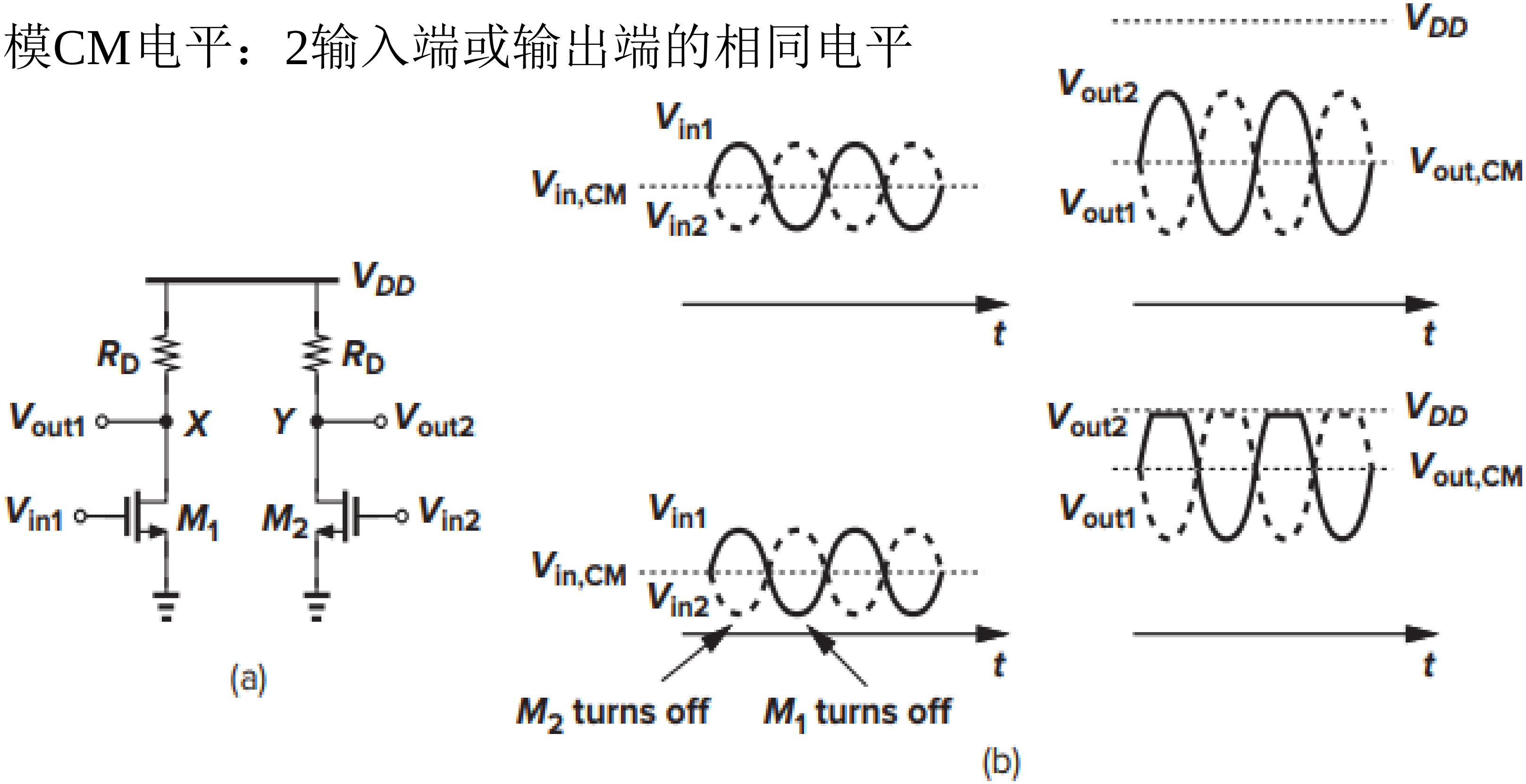


Figure 4.6 (a) Simple differential circuit; (b) illustration of sensitivity to the input common-mode level.

简单差动放大器的缺点：

输入共模电平影响输出电平与摆幅。

4.2 Basic Differential Pair

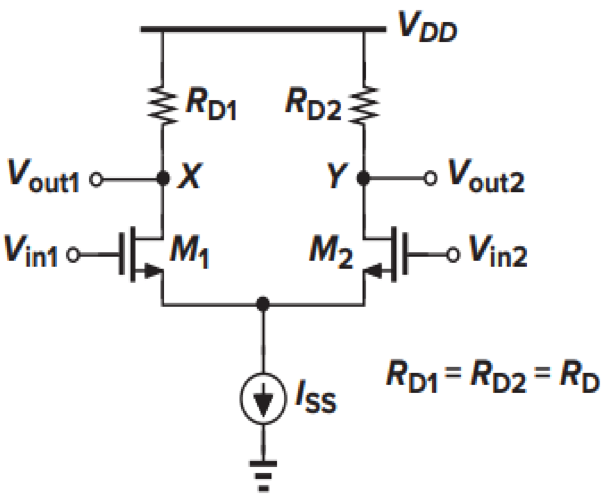


图4.7 基本差动对

尾电流源$I_{SS}=I_{D1}+I_{D2}$单独设置，

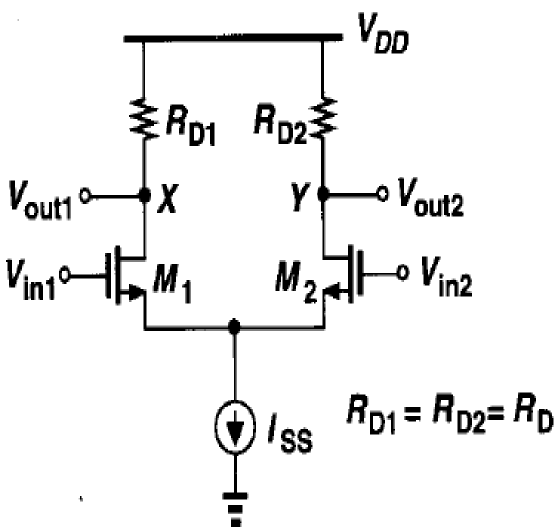
单边直流输出电压不依赖V_{inCM}。

尾电流源的目的：设置输出支路的直流工作点（共模）电流！

设M1、M2非截止区，尾电流源M3处于饱和区，

当大(总）信号 $V_{in1}=V_{in2}=V_{inCM}$ 时,

输出共模电平$V_{outCM}=V_{DD}-R_D*I_{SS}/2$



$I_{SS}=I_{D1}+I_{D2}$

当$V_{in1}=V_{in2}=V_{inCM}$,
$V_{out1}=V_{out2}=V_{outCM}$
$= V_{DD}-R_D*I_{SS}/2$

V_{in1}很低时M1截止，$I_{D2}=I_{SS}$,
$V_{out1}=V_{DD}$, $V_{out2}=V_{DD}-R_D*I_{SS}$最低；
V_{in1}很高时两边输出与V_{in1}很低时相反

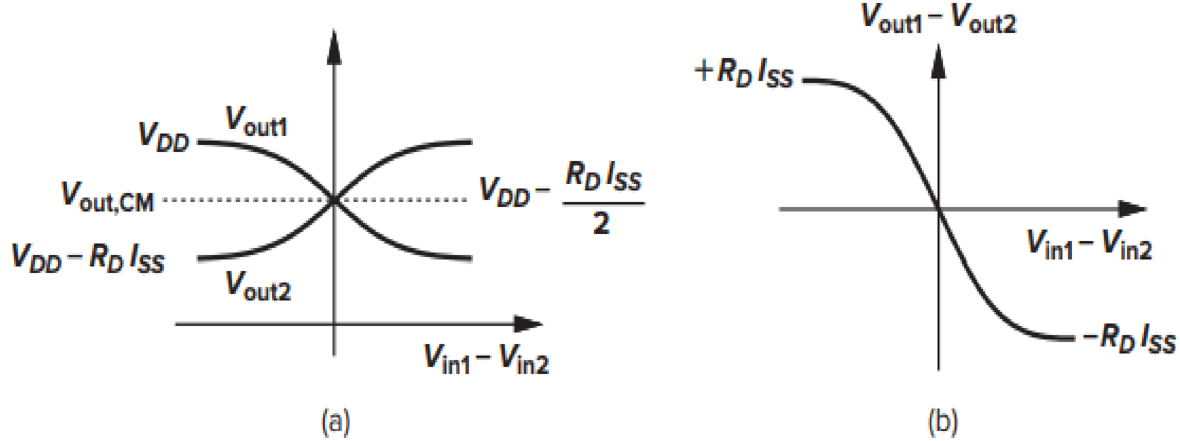


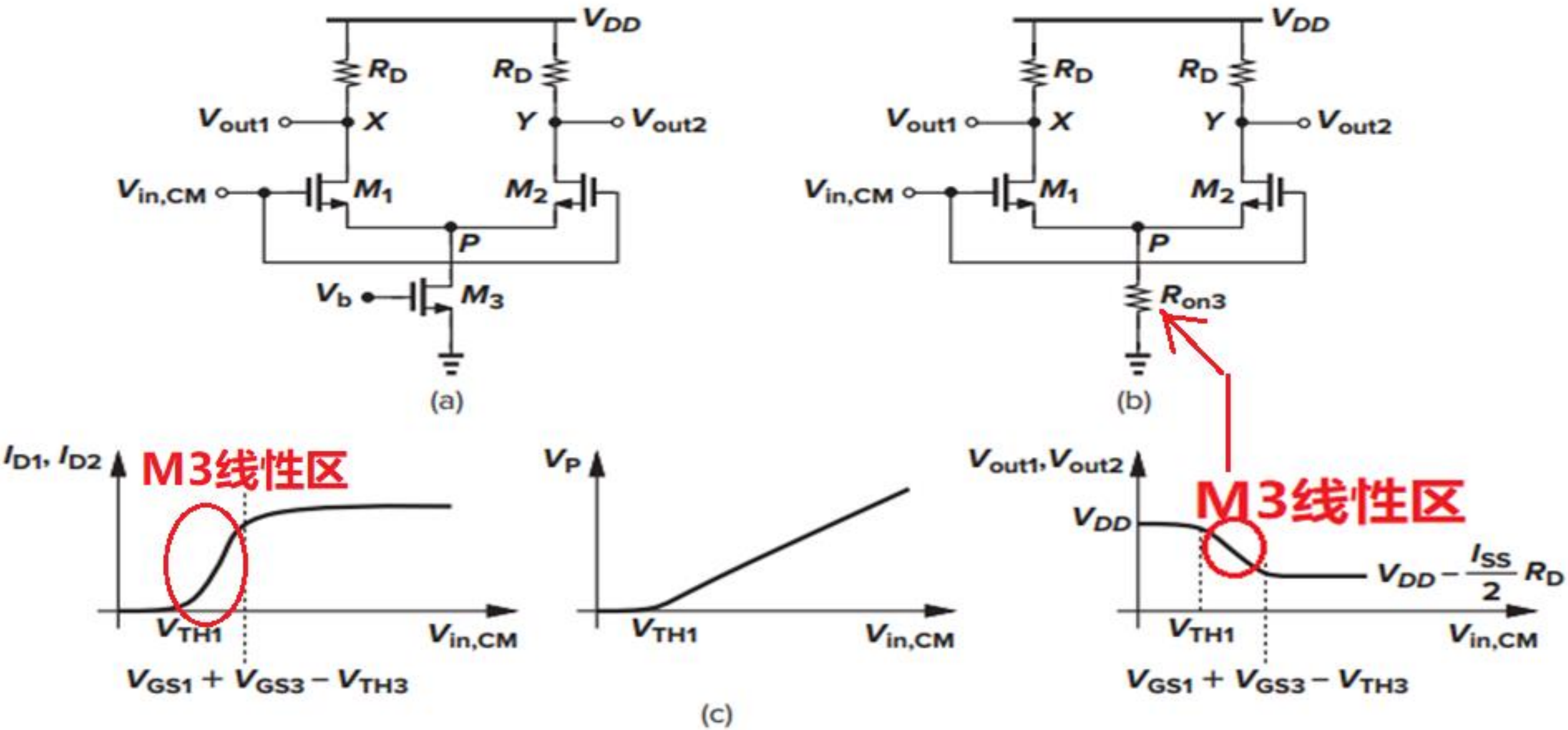
Figure 4.8 Differential input-output characteristics of a differential pair.

具有尾电流源的差动对特性：
（1）输出直流电平与共模输入电平无关；
（2）小信号增益当**$V_{in1}=V_{in2}$**时（平衡状态**equilibrium**）最大，
且随**|Vin1-Vin2|**的增大而减小，即有非线性

Vin1与
Vout1反向

Common-mode （CM）behavior

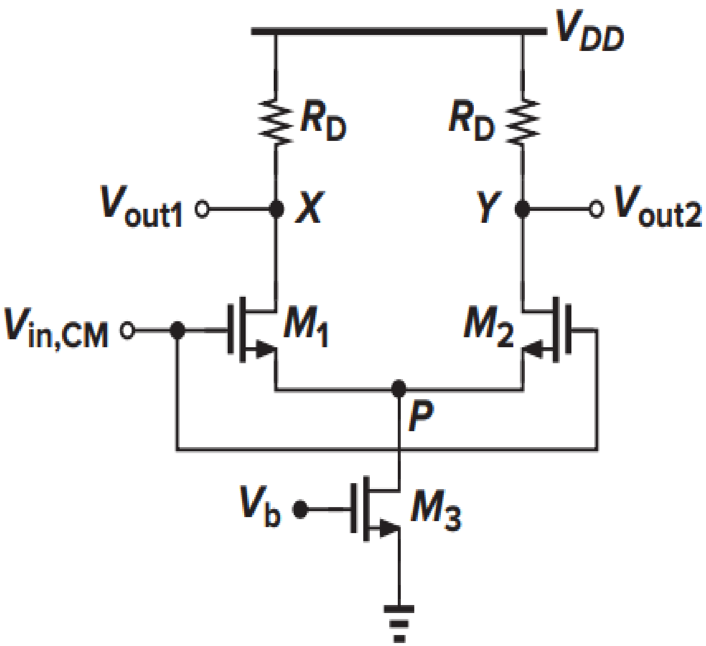
$V_{in1}=V_{in2}=V_{inCM}$，则$V_{out1}=V_{out2}=V_{outCM}$

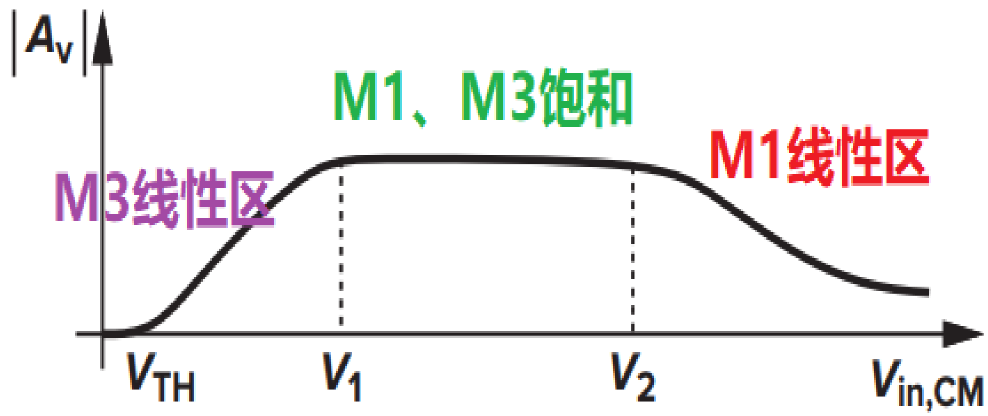


CM 输入范围：$M1(M2)$、$M3$在饱和区，$V_{GS1}=V_{TH1}+V_{OD1}$

$$V_{DD}-R_DI_{SS}/2+V_{TH1}\ge V_{in,CM}\ge V_{TH1}+V_{OD1}+(V_b-V_{TH3})$$

例4.2 基本差动对的gain与VinCM关系





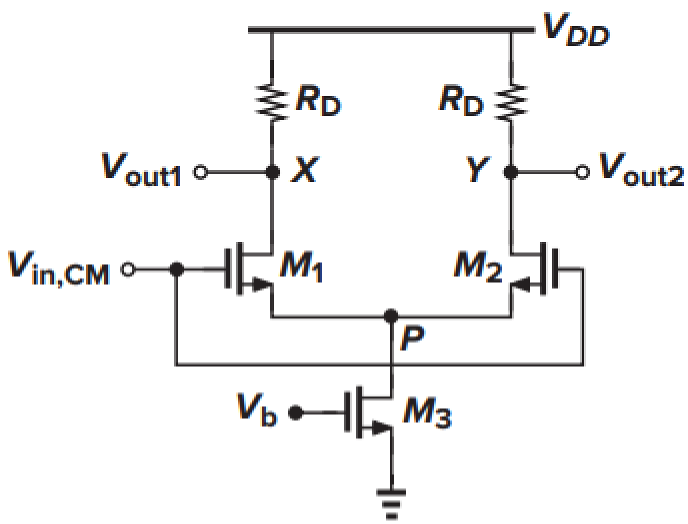
共模输入时，M1与M2状态相同

$$V_1 = V_{GS1} + (V_b - V_{TH3}) = V_{TH1} + V_{OD1} + (V_b - V_{TH3})$$

$$V_2 = V_{DD} - R_D\, I_{SS}/2 + V_{TH1}$$

$$V_{OD1} = \sqrt{\frac{I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_1}} = \sqrt{\frac{I_{D3}}{\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_1}}$$

差动电路共模增益：应很小



共模输入时，X和Y电平相同，相当于差动对两边并联，可看作合并为一个带源极负反馈的共源级。

M=M1+M2，宽长比为2W1/L，负载RD/2

当沟道长度调制效应可 忽略时：

$$A_{vCM}(\text{或记}A_{vc}) = \frac{\partial V_{out}}{\partial V_{inCM}} = \frac{-R_D/2}{1/2g_m + R_S} = \frac{-g_m R_D}{1+2g_m r_o} \approx \frac{-R_D}{2r_o}$$

共模CM“变化信号”实为**两支路相同****的噪声：**

如：地噪声、输入共模噪声、

电源噪声（输出到下一级电路，成为输入共模噪声）、

以及温度漂移（低频）等。

Output voltage swing of a differential pair

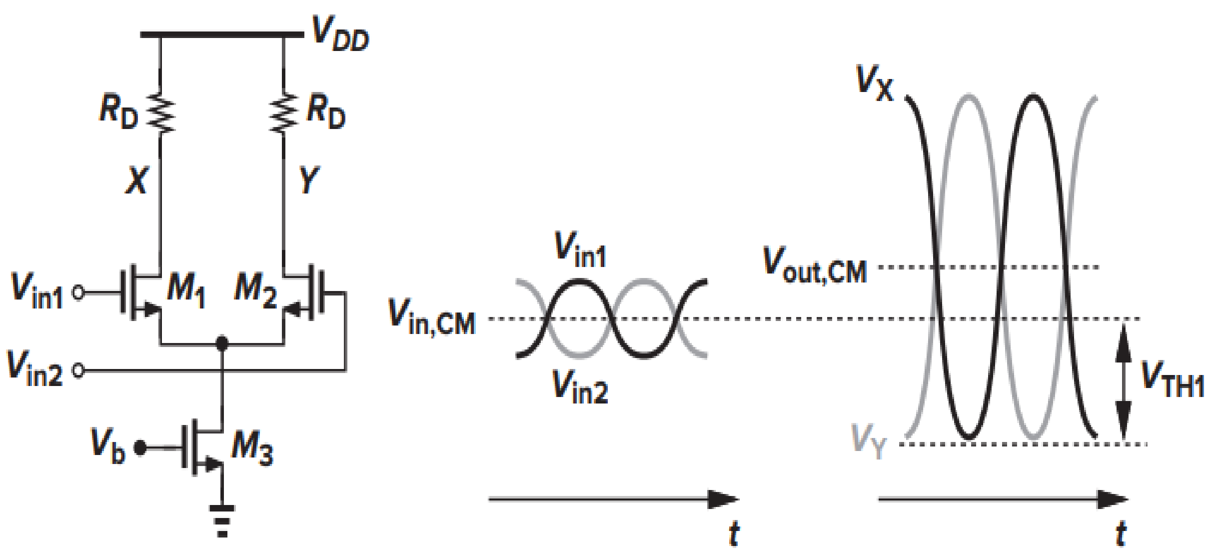
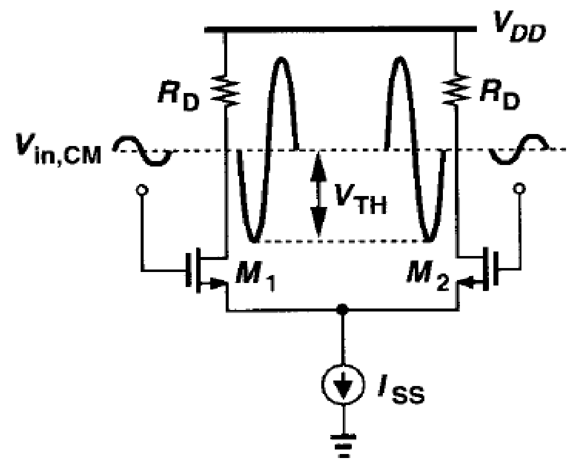


Figure 4.11 Maximum allowable output swings in a differential pair.



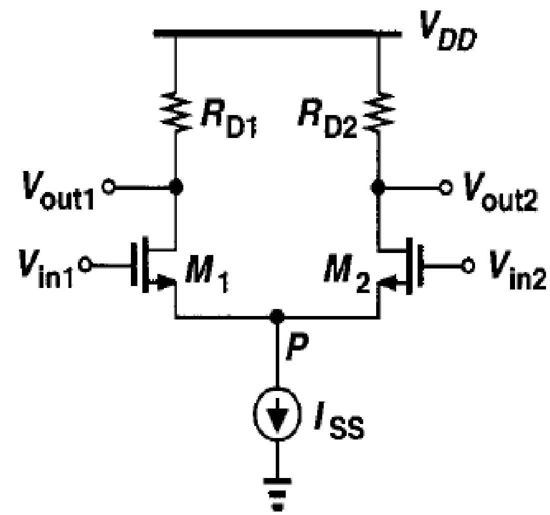
输入输出共模电平相同便于级联

单边输出范围： $V_{DD} > V_{out} > V_{in,CM} - V_{TH1}$

共模电平大则输出范围小

$$V_{in,CM} \geq V_{GS1} + (V_{GS3} - V_{TH3})$$

较大的共模输入变化会使尾电流源或输出管进入线性区、改变小信号增益



大信号特性：公式解析法

$$\Delta V_{out} = V_{out1} - V_{out2} = (V_{DD} - R_{D1}I_{D1}) - (V_{DD} - R_{D2}I_{D2})$$
$$= -R_D(I_{D1} - I_{D2}) = -R_D\Delta I_D$$

$$\text{差动增益}A_{vd}\text{（或记}A_v\text{）} = \frac{\partial(V_{out1} - V_{out2})}{\partial(V_{in1} - V_{in2})}$$

∂表示变化，Δ表示差值

$$\because V_P = V_{in1} - V_{GS1} = V_{in2} - V_{GS2}$$
$$\therefore V_{in1} - V_{in2} = V_{GS1} - V_{GS2}$$

设M1、M2工作在饱和区，沟道长度调制效应可忽略

$$R_{D1} = R_{D2} = R_D$$

$$\text{差分电路跨导：} G_m = \frac{\partial(I_{D1} - I_{D2})}{\partial(V_{in1} - V_{in2})} = \frac{\partial\Delta I_D}{\partial\Delta V_{in}}$$

计算$(V_{in1} - V_{in2})$，由$V_{GS} = \sqrt{\dfrac{2I_D}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}} + V_{TH}$　$V_{in1} - V_{in2} = \sqrt{\dfrac{2I_{D1}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}} - \sqrt{\dfrac{2I_{D2}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}}$，式（4. 5）

过驱动电压

quantitative analysis (cont.)

计算（$I_{D1}-I_{D2}$）：

由 $I_{D1}+I_{D2}=I_{SS}$ 和公式（4.5）得 $(V_{in1}-V_{in2})^2=\dfrac{2}{\mu_n C_{ox}\dfrac{W}{L}}(I_{SS}-2\sqrt{I_{D1}I_{D2}})$

$$\longrightarrow 2\sqrt{I_{D1}I_{D2}}=I_{SS}-\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}(V_{in1}-V_{in2})^2$$

$$\longrightarrow 4I_{D1}I_{D2}=I_{SS}{}^2-I_{SS}\left(\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\right)(V_{in1}-V_{in2})^2+\frac{1}{4}\left(\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\right)^2(V_{in1}-V_{in2})^4$$

$$又\because 4I_{D1}I_{D2}=(I_{D1}+I_{D2})^2-(I_{D1}-I_{D2})^2=I_{SS}^2-(I_{D1}-I_{D2})^2$$

$$\therefore (I_{D1}-I_{D2})^2=I_{SS}^2-4I_{D1}I_{D2}=I_{SS}\left(\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\right)(V_{in1}-V_{in2})^2-\frac{1}{4}\left(\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\right)^2(V_{in1}-V_{in2})^4$$

$$=\frac{1}{4}\left(\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\right)^2(V_{in1}-V_{in2})^2\times\left(\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\dfrac{W}{L}}-(V_{in1}-V_{in2})^2\right)$$

定量分析（续）

$$\therefore \text{大信号}\Delta I_D = I_{D1} - I_{D2} = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}(V_{in1} - V_{in2})\sqrt{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}} - (V_{in1} - V_{in2})^2}$$

$$= \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\Delta V_{in}\sqrt{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}} - \Delta V_{in}^2} \quad \text{式（4.9）}$$

差分对VI 线性比单管MOSFET好！

$$G_m = \frac{\partial \Delta I_D}{\partial \Delta V_{in}} = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left(\sqrt{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}} - \Delta V_{in}^2} - \frac{\Delta V_{in}}{\sqrt{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}} - \Delta V_{in}^2}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\frac{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}} - 2\Delta V_{in}^2}{\sqrt{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}} - \Delta V_{in}^2}}$$

$\Delta V_{in} = 0$时达最大跨导（增益）：$G_m = g_m$

$$g_m = \sqrt{2\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} I_{SS}/2}$$

quantitative analysis (cont.)

$$差动增益A_{vd} = \frac{\partial（V_{out1} - V_{out2}）}{\partial（V_{in1} - V_{in2}）} = -G_m R_D$$

$\approx -g_m R_D$，前提条件？　差动信号在共模（平衡点）附近

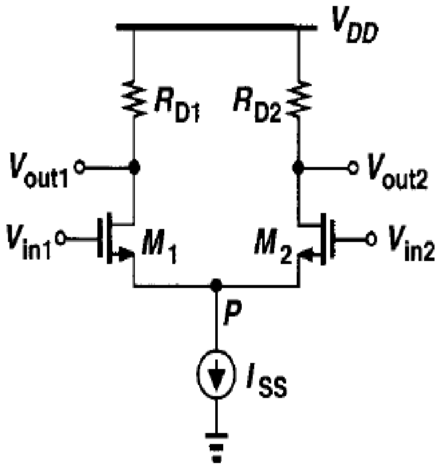
当全部Iss流过其中一个MOS时，另一个FET截止。最大差模输入：

由式（4.5）$\Delta V_{inMAX} = V_{in1} - V_{in2} = \sqrt{\dfrac{2I_{D1}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}} - \sqrt{\dfrac{2I_{D2}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}} = \sqrt{\dfrac{2I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}}$

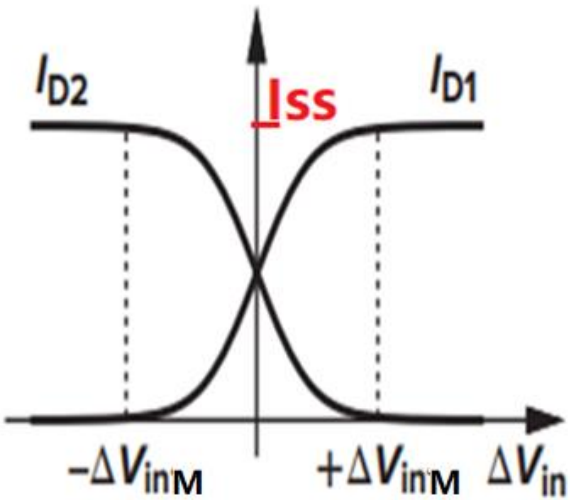
推论：若输入管W/L小或尾电流源 Iss大，则差动输入变化范围可以较大。

问题：由式（4.9）$\Delta V_{in} = \sqrt{\dfrac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}}$时，　$\Delta I_D = 0$对吗?

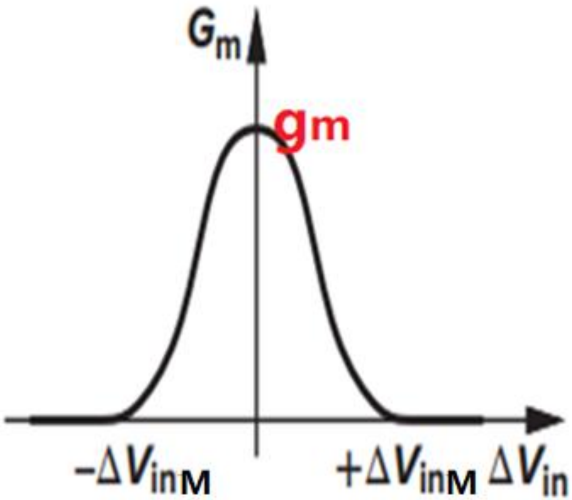
差动对漏极电流和跨导~输入关系



$$\Delta V_{in} = V_{in1} - V_{in2}$$



(a)

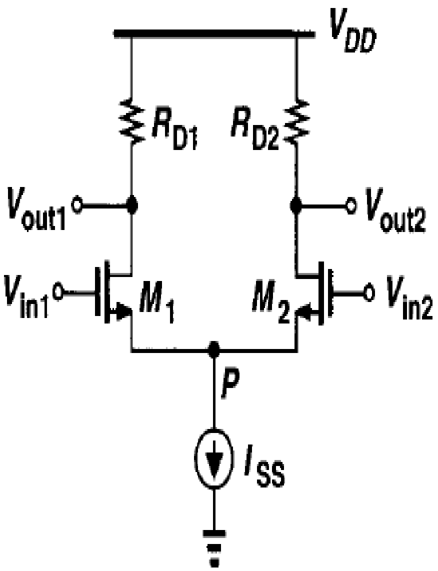


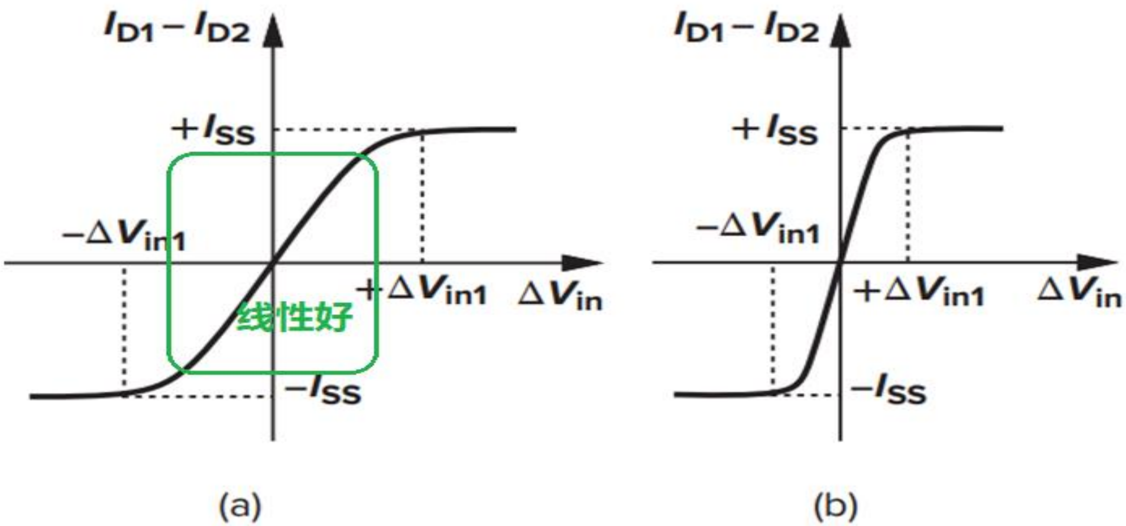
(b)

$$\Delta V_{inM} = \Delta V_{inMAX} = \sqrt{\frac{2I_{SS}}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}}} = V_{GS1MAX} - V_{GS2MIN} = V_{GS1MAX} - V_{TH}$$

较大的**最大差模输入范围**好处是：线性范围较大！

增大Iss和减小W/L可使线性得到改善





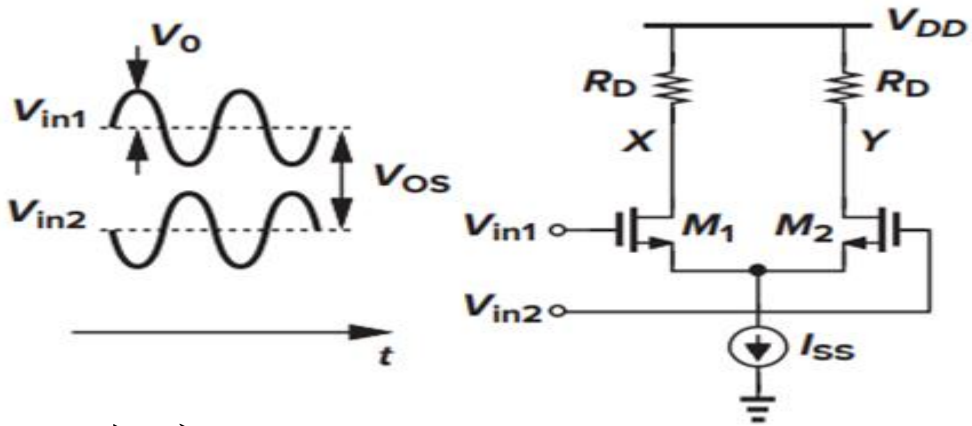
较大的输入（交变）信号使输出产生非线性

记电路可以处理的最大差模输入$\Delta V_{in1} = \Delta V_{inMAX} = \sqrt{\dfrac{2I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\dfrac{W}{L}}}$

$$= \sqrt{\frac{2\times 2I_{SS}/2}{\mu_n C_{ox}\dfrac{W}{L}}} = \sqrt{\frac{2\times 2I_{D1CM}}{\mu_n C_{ox}\dfrac{W}{L}}} = \sqrt{2}V_{OD1}\ ,\ V_{OD1} = V_{GS1} - V_{TH}$$

例4.5 差动输入直流电平失衡Vos情况

假设失衡电压$V_{OS} = \Delta V_{in1}/2$，式中$\Delta V_{in1} = \Delta V_{inMAX} = \sqrt{\dfrac{2I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}}$



Vos=直流Vin1-Vin2

(a)

画出输出电压波形，求信号电压增益。

失衡，用大信号分析。
利用：ISS=ID1+ID2
求ID1和ID2

由式（4.9）$\Delta I_D = I_{D1} - I_{D2} = \dfrac{1}{2}\mu_n C_{ox}\dfrac{W}{L}\Delta V_{in}\sqrt{\dfrac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}} - \Delta V_{in}^2}$

$$=\sqrt{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}I_{SS}}\;V_{OS}\sqrt{1-\frac{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}{4I_{SS}}V_{OS}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}I_{SS}\sqrt{1-\frac{2}{4\times 2^2}} = \frac{\sqrt{7}}{4}I_{SS} \approx 0.66I_{SS}$$

例4.5 失衡V_{OS}情况（续）

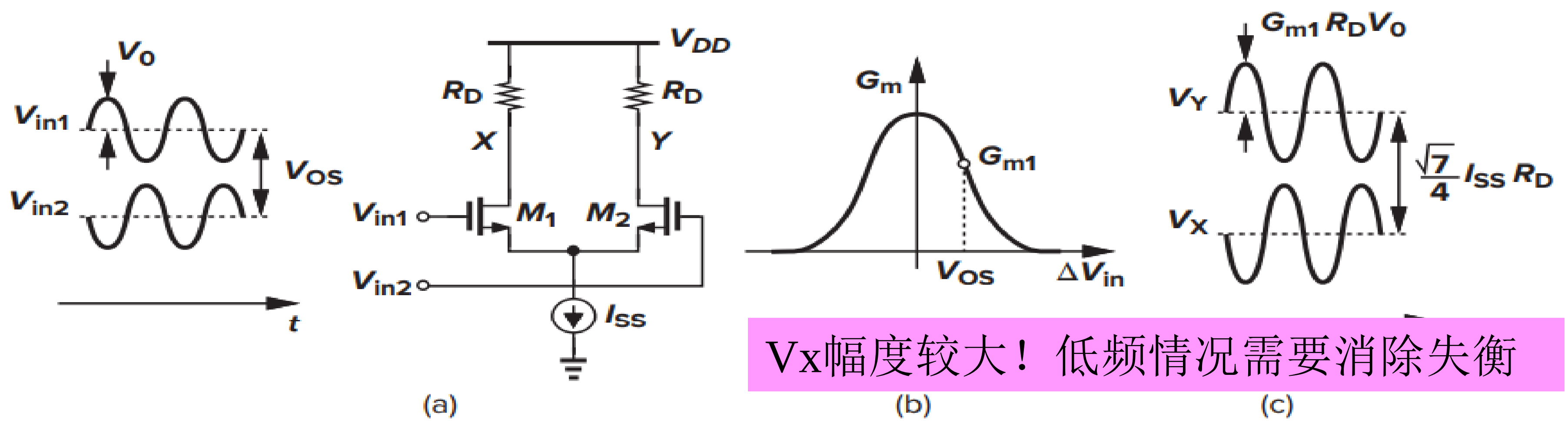
易得: 支路直流 $I_{D1}=0.83I_{SS}$， $I_{D2}=0.17I_{SS}$

直流电压 $V_X-V_Y= V_{DD}-I_{D1}*R_D-(V_{DD}-I_{D2}*R_D)$

$=-(I_{D1}-I_{D2})R_D=0.66I_{SS}*R_D$

$$\Delta V_{in}=V_{OS}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}}$$

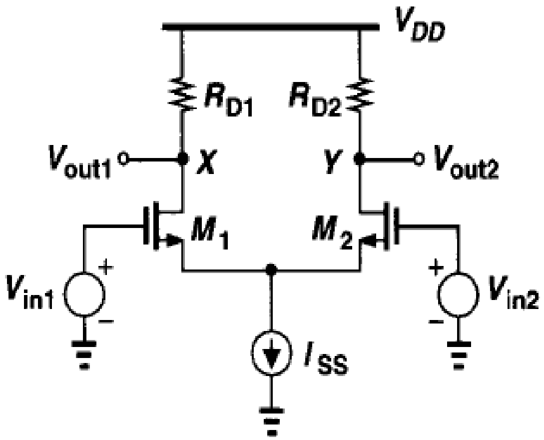
$$G_m=\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\frac{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}-2\Delta V_{in}^2}{\sqrt{\frac{4I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}-\Delta V_{in}^2}}=\frac{3I_{SS}}{2\sqrt{\frac{7I_{SS}}{2\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}}}=\frac{3}{\sqrt{14}}\sqrt{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}I_{SS}}$$



Vx幅度较大！低频情况需要消除失衡

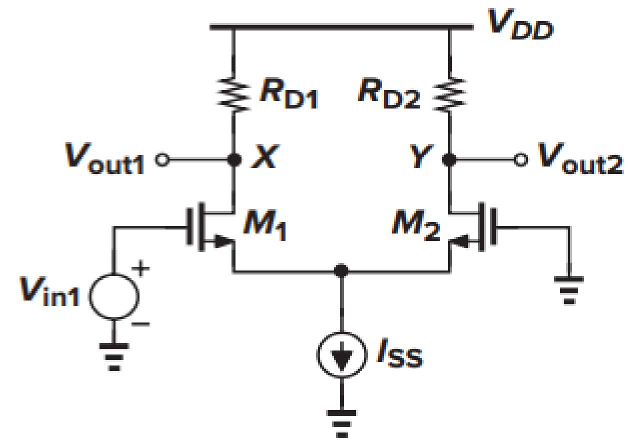
Small-signal behavior of differential pairs

- Method 1:superposition



叠加法：**线性**电路**多个输入**时，每次用一个输入，计算Vx和VY，将多个结果相加

$$g_{m1} = g_{m2} = g_m$$



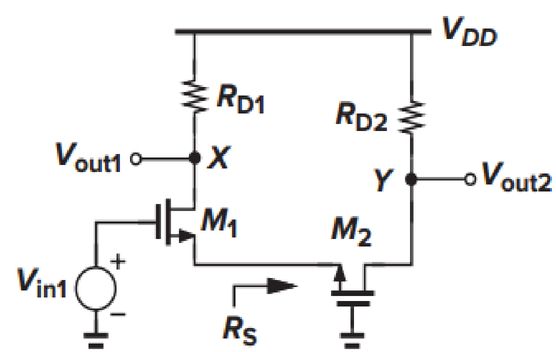
(a)

计算Vx

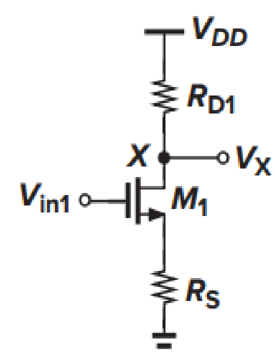
$$由 I_{D2} = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}(V_{GS2} - V_{TH})^2 \quad 忽略\lambda和\gamma$$

$$R_S = {\partial V_S}/{\partial I_S} = \frac{1}{{\partial I_S}/{\partial V_S}} = \frac{1}{-\partial I_{D2}/-\partial V_{GS2}} = \frac{1}{g_{m2}}$$

$$\frac{V_{X1}}{V_{in1}} = -\frac{R_D}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}}} = -\frac{g_m R_D}{2}$$



(b)



(c)

Set Vin2 to zero: 计算V_Y

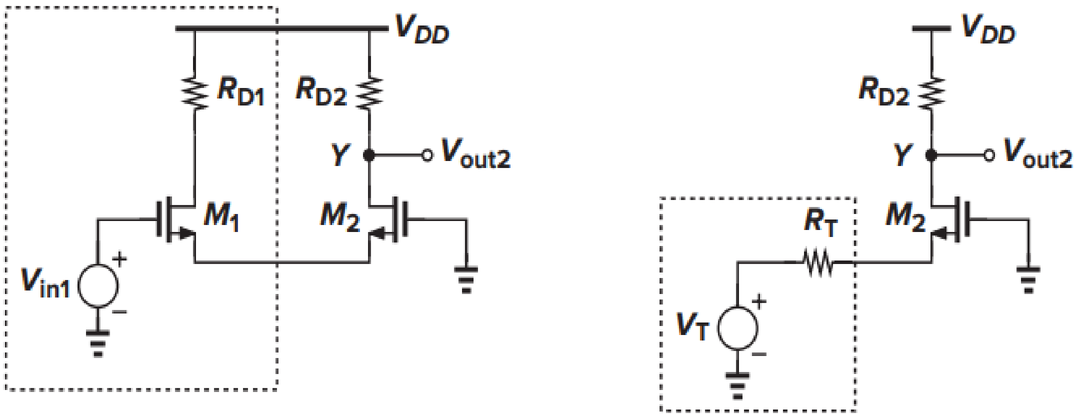
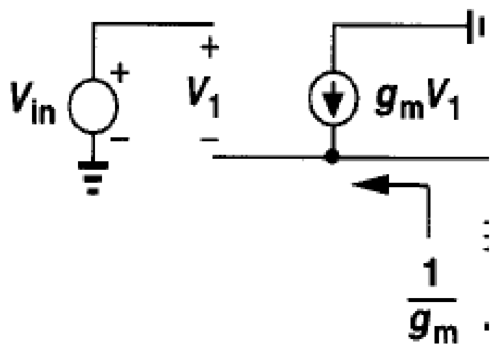


Figure 4.18 Replacing M_1 by a Thevenin equivalent.



令 $V_{in1} = 0$

$$R_T = \frac{-V_1}{-g_{m1}V_1} = \frac{1}{g_{m1}}$$

开路电压：$V_T = I_{SC} * R_T = g_{m1}V_{in1} \times \frac{1}{g_{m1}} = V_{in1}$

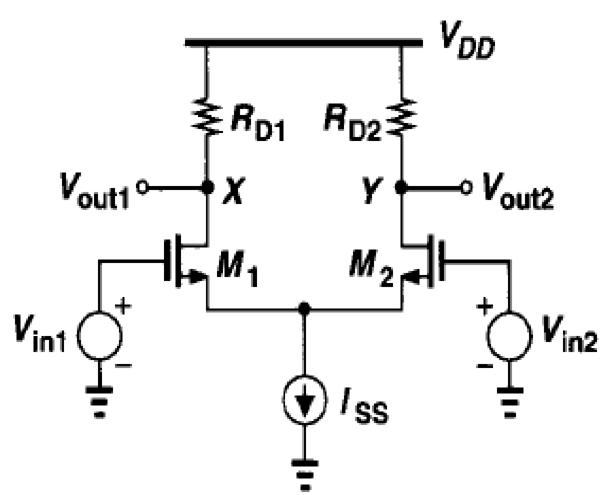
小信号 $\frac{V_{Y1}}{V_{in1}} = \frac{R_D}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}}} = \frac{g_m R_D}{2}$ $\therefore \quad V_{X1} - V_{Y1} = -g_m R_D V_{in1}$

Superposition叠加法（续）

V_{in1}=0，同理得：$V_{X2} - V_{Y2} = g_m R_D V_{in2} = -g_m R_D V_{in1}$

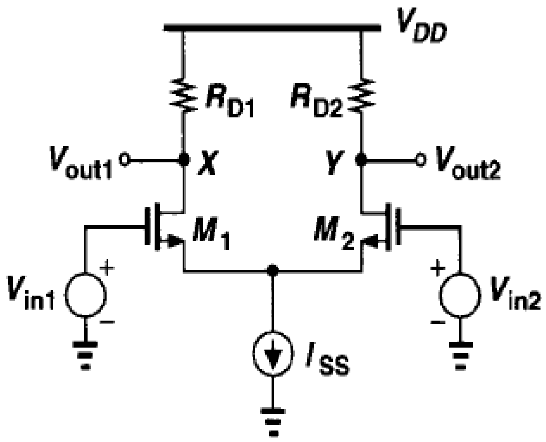
差动增益：$A_{vd} = \dfrac{V_X - V_Y}{V_{in1} - V_{in2}} = \dfrac{(V_{X1} + V_{X2}) - (V_{Y1} + V_{Y2})}{2V_{in1}} = -g_m R_D$

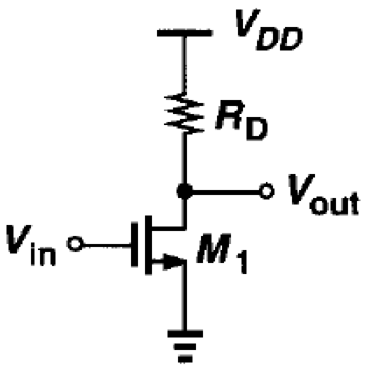
全差动电路的单边输出，
增益减半。



差动对与共源级的比较

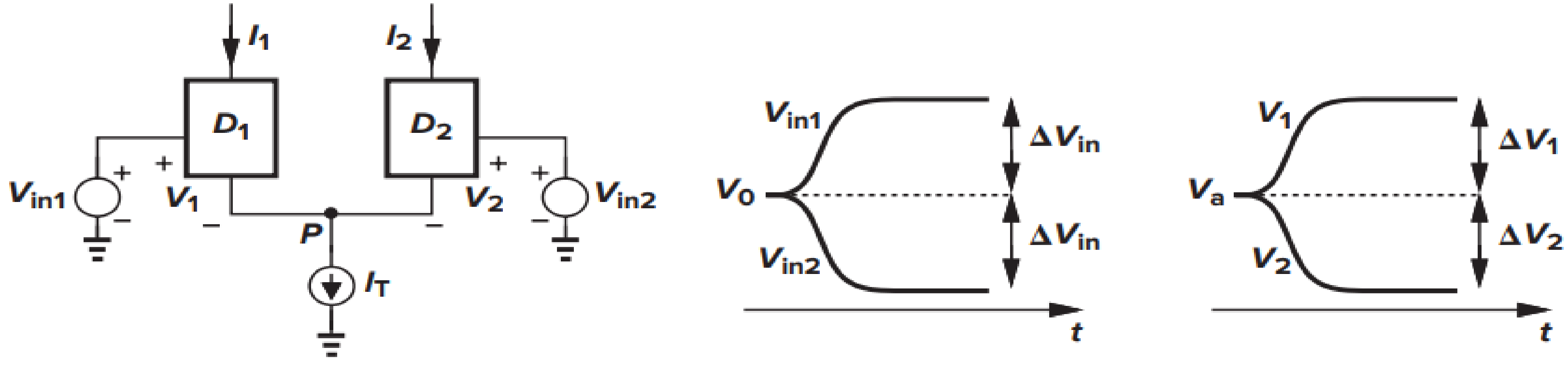
- 设总偏置电流相同，为I_{SS}.
- 平衡状态下，差分对中单边支路M1（M2）偏置电流$I_{D1}=I_{SS}/2$
- 差分对 $$g_m=\sqrt{2\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}I_{D1}}=\sqrt{2\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\frac{I_{SS}}{2}}$$
- 相同功耗情况下，差分对增益为单管共源级放大器的 $1/\sqrt{2}$





Method 2: concept of half circuit

差动对称电路的“虚地”点概念：P点交变信号电压为0（很小或较小）。



(a) (b) (c)

设差分输入：$V_{in1} = V_{CM} + \Delta V$

$$V_{in2} = V_{CM} - \Delta V$$

I_T为电流源， $\therefore\ g_m \Delta V_1 + g_m \Delta V_2 = 0$

若能保证2个管g_m相同，则$\Delta V_1 = -\Delta V_2$

即 P点电位不变, 交流虚地！ 适合幅度变化小的信号！

半边电路概念的应用

- 半边电路概念适合分析全差动输入的对称差动对。

小信号 $\frac{V_X}{V_{in1}} = -g_m R_D$

$$\frac{V_Y}{V_{in2}} = \frac{V_Y}{-V_{in1}} = -g_m R_D$$

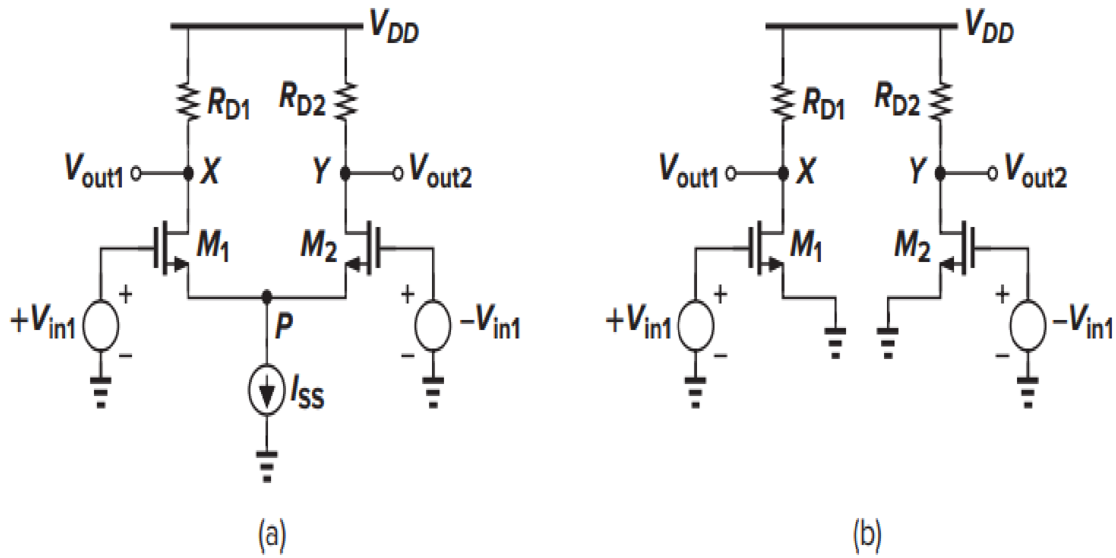


Figure 4.22 Application of the half-circuit concept.

$$差动增益A_v = \frac{V_X - V_Y}{V_{in1} - V_{in2}} = \frac{V_X - V_Y}{2V_{in1}} = -g_m R_D$$

半边电路计算简单（全差分结构、输入信号变化幅度小）

Example 4.7 计算差动增益

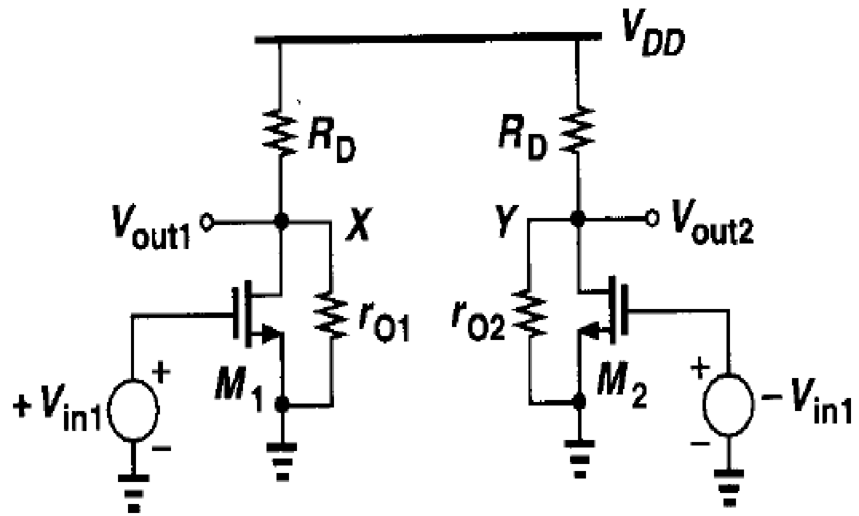
考虑沟道长度调制效应

设 $r_{o1} = r_{o2} = r_o$

$$\frac{V_X}{V_{in1}} = -g_m(R_D \parallel r_o)$$

$$\frac{V_Y}{V_{in2}} = \frac{V_Y}{-V_{in1}} = -g_m(R_D \,||\, r_o)$$

即 $$\frac{V_Y}{V_{in1}} = g_m(R_D \,||\, r_o)$$



$$\lambda \neq 0 \quad \Leftrightarrow r_o \neq \infty$$

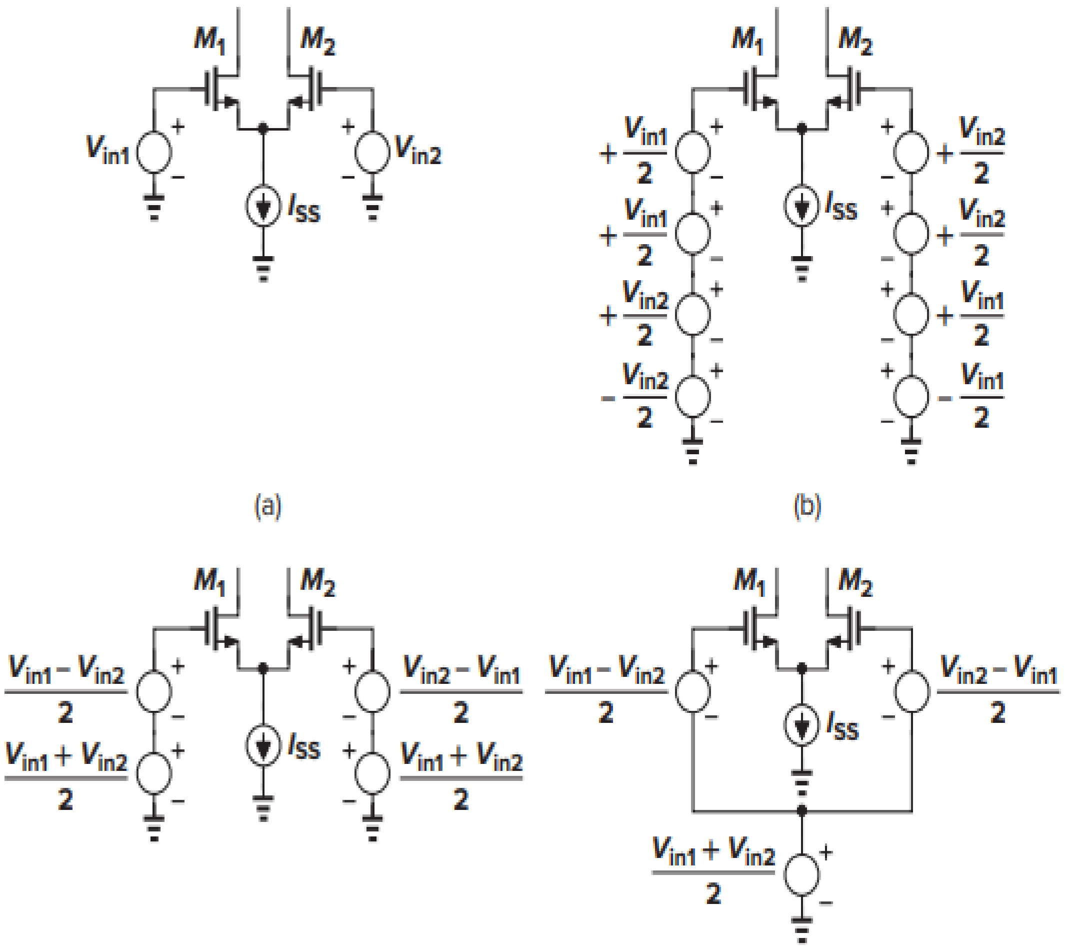
$$A_{vd} = \frac{V_X - V_Y}{V_{in1} - V_{in2}} = \frac{V_X - V_Y}{2V_{in1}} = -g_m(R_D \,||\, r_o)$$

任何输入自动分解成差模信号分量+共模信号分量

$$V_{in1} = \frac{V_{in1} - V_{in2}}{2} + \frac{V_{in1} + V_{in2}}{2}$$

$$V_{in2} = -\frac{V_{in1} - V_{in2}}{2} + \frac{V_{in1} + V_{in2}}{2}$$

对所有V_{in}均成立

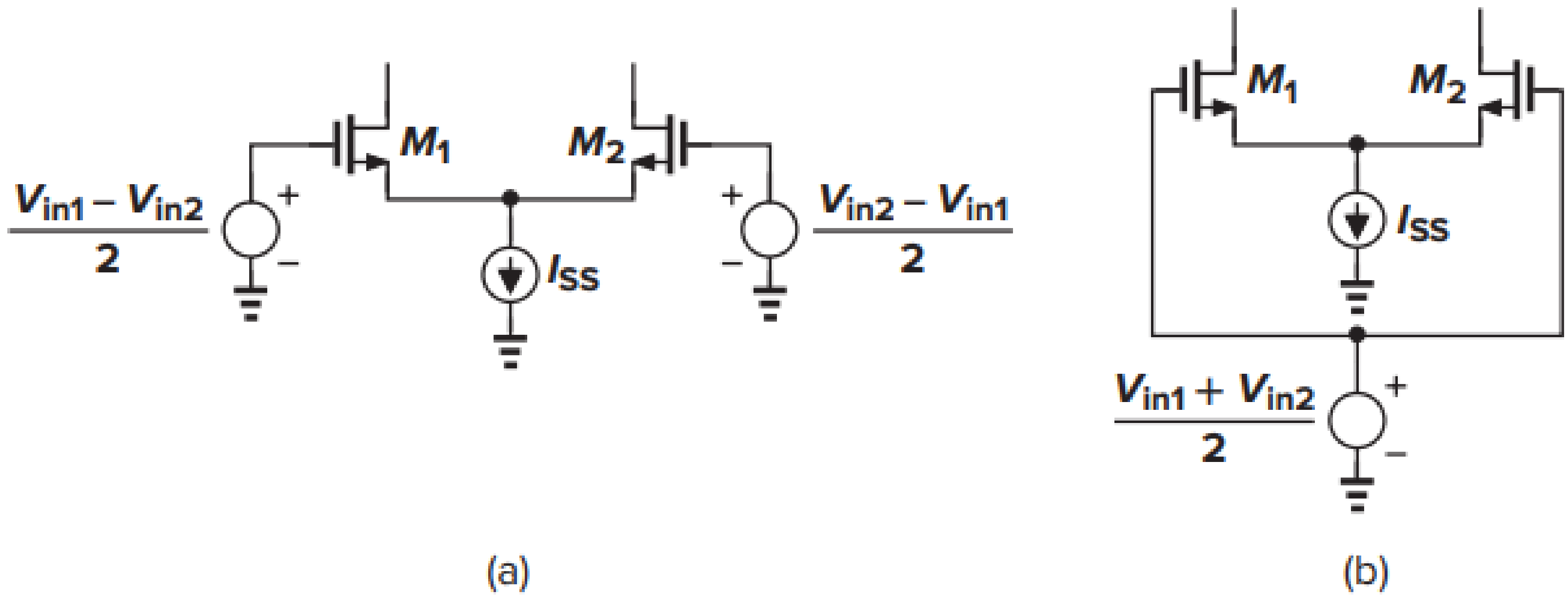


(a) (b) (c) (d)

实际电路需要保证两边直流电压工作点一致，否则gm失配

差动信号应无直流分量，无论大小均视为变化量。

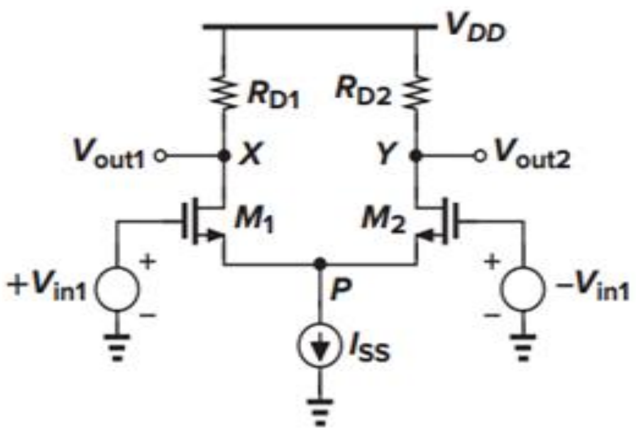
输入信号中的差模分量与共模分量（续）



原则上，总输出信号
=共模信号(噪声)输出 + 差模信号输出
=共模增益（很小）*共模信号（噪声） + 差模增益*差模信号

这里“增益”与采取单边输出还是差动输出有关。

Example 4.8



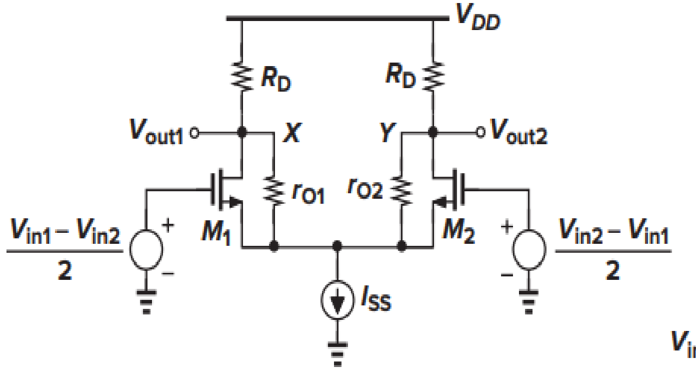
设 $V_{in1} \neq V_{in2}$，$\lambda \neq 0$，计算 V_X 和 V_Y

- 差模小信号：

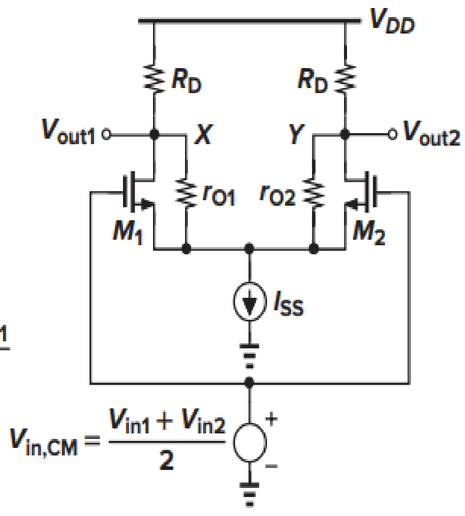
$$V_X = -g_m(R_D \,||\, r_o)\frac{V_{in1} - V_{in2}}{2}$$

$$V_Y = -g_m(R_D \,||\, r_o)\frac{V_{in2} - V_{in1}}{2}$$

$$V_X - V_Y = -g_m(R_D \| r_o)(V_{in1} - V_{in2})$$



(a)



(b)

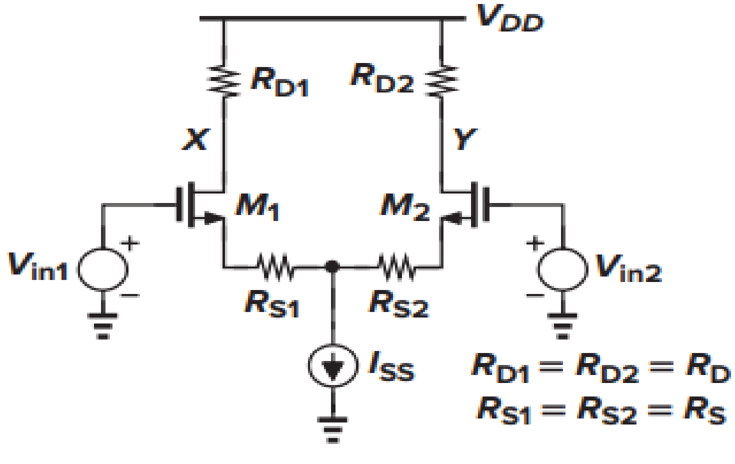
- 共模小信号（交变）：

M1和M2的漏电流均为Iss/2，Vx和Vy不变。差动输出 $A_{CM}=0$，共模抑制

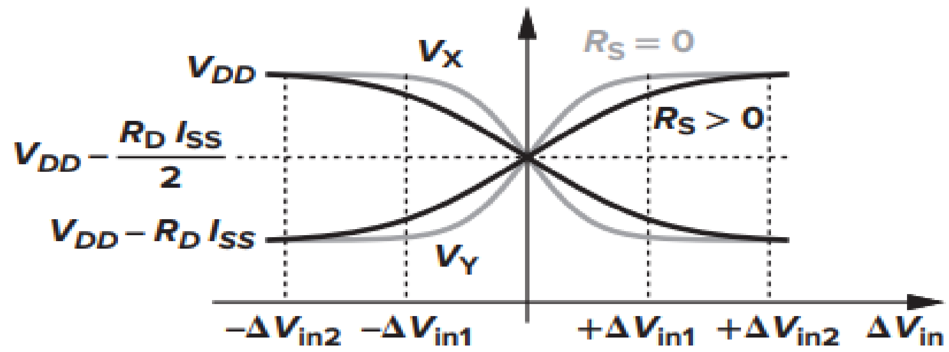
若 Vincm=(Vin1+Vin2)/2 上升，则 V_P 上升，Iss稍微上升（沟道长度调制）。Vx和Vy单端输出稍降。

4.2.3 带源极负反馈的差动对

提高线性度（大幅度信号时）：增大差动输入范围 2*RS



(a)



(b)

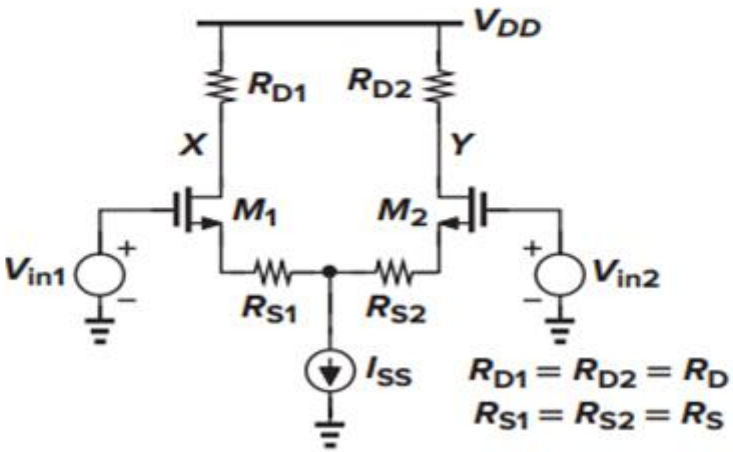
设差动输入很大，M2关断，则ID1=ISS，VGS2=VTH

Vin1-VGS1-RS ISS=Vin2-VTH, => Vin1-Vin2=VGS1-VTH+RS ISS

$$\therefore \quad R_S \neq 0\text{时关断}M2\text{所需的输入差动电压}\Delta V_{in2} = \sqrt{\frac{2I_{SS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}} + R_S I_{SS}$$

$$= \Delta V_{in1}\ (\text{即}R_S = 0\text{时关断}M2\text{所需的输入差动电压}) + R_S I_{SS}$$

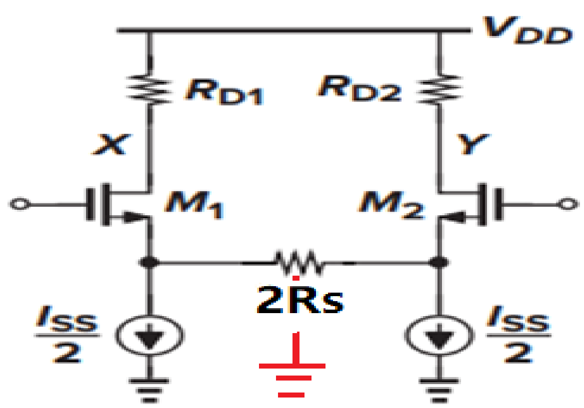
带源极负反馈的差动对：半边电路方法



设λ=0， γ=0, $\left|A_{vd}\right| = \dfrac{R_D}{1/g_m + R_S}$,

$$A_{vCM} = \frac{R_D/2}{1/(2g_m) + R_S/2 + r_{OSS}} \approx 0$$

输入和输出共模电压需提高Rs*Iss/2



2Rs=Rs+Rs

中间为差动交变信号地

无直流电压余度损失的分割尾电流源的负反馈差动对

4.3 common mode response

- 差动放大器的重要特点是对共模噪声的抑制。
- 设电流源输出电阻Rss（理想值为无穷大）

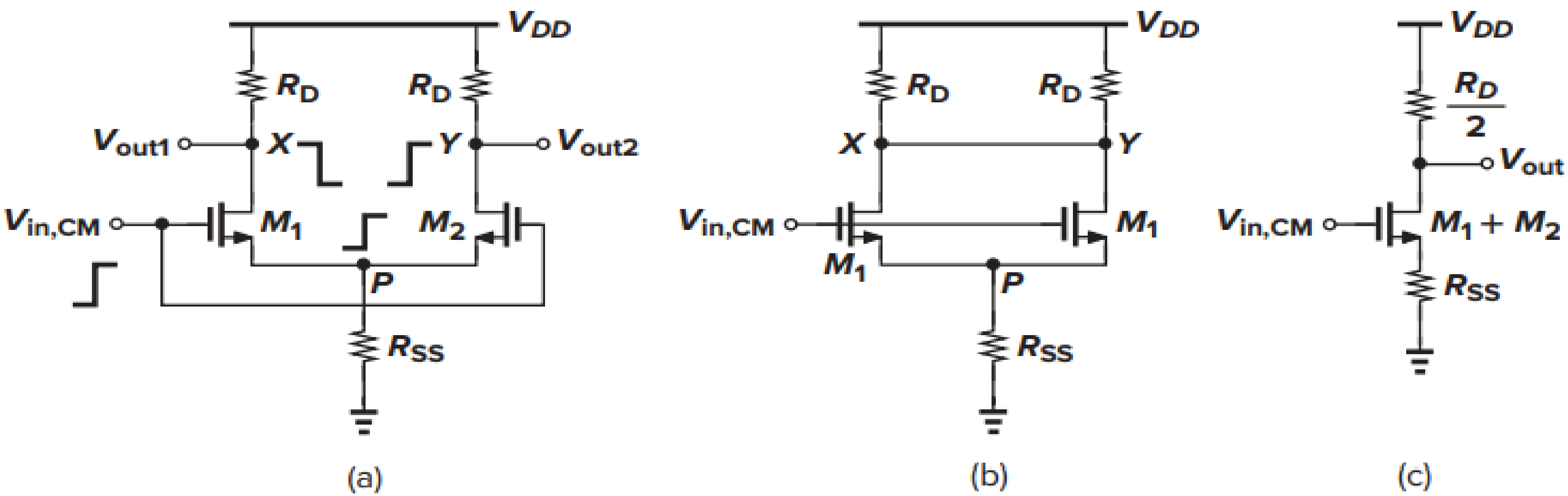


图4.29(a) 共模输入的差动对电路；图(a)的简化电路；图(b) 的等效电路(gm为单管的2倍)

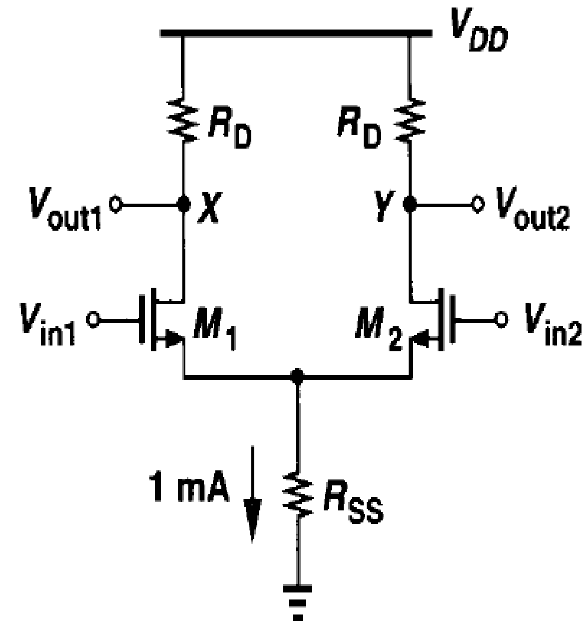
$$A_{v,CM}=\frac{\partial V_{out}}{\partial V_{in,CM}}=-\frac{R_D/2}{\frac{1}{2g_m}+R_{SS}}，\text{式（4.37）}$$

增大R_{SS}，减小$A_{v,CM}$

Example 4.9

已知：$I_{SS}=1mA,\ \left(\frac{W}{L}\right)_{1,2}=\frac{2.5}{0.5},\ \mu_n C_{ox}=50\mu A/V^2,$

$V_{TH}=0.6V,\ \lambda=\gamma=0,\ V_{DD}=3.3V$



(a) $V_{R_{SS}}$=0.5V，输入共模电压应是多少？

（b）差模增益=5时R_D=?

（c）输出共模电平？最低单端输出电平？

（d）输入共模增加50mV，输出变化多大？

解（a） $V_{in,CM}=V_{GS}+V_{Rss}$

$$R_{SS}=\frac{0.5V}{1mA}=500\Omega$$

$$I_{D1}=I_{D2}=0.5mA$$

$$V_{GS1}=V_{GS2}=\sqrt{\frac{2I_{D1}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}}+V_{TH1}=1.23V$$

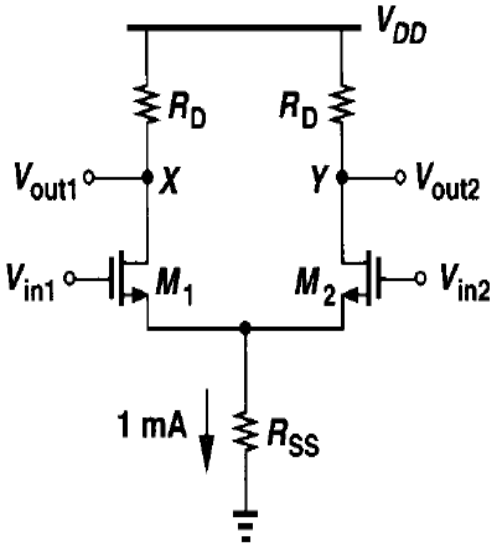
$$V_{in,CM}=V_{GS}+V_{RSS}=1.23V+0.5V=1.73V$$

Example 4.9 (cont.)

$$(b): \quad |A_v| = \left|\frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}}\right| = g_{m1}R_D = \sqrt{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} I_{SS}} R_D = 5$$

$$g_{m1} = \sqrt{2\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} I_{D1}} = \sqrt{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L} I_{SS}} = \frac{1}{632\Omega}$$

$$R_D = \frac{5}{g_{m1}} = 3.16k\Omega$$



(c)：共模输出 $V_X = V_{DD} - I_{D1}R_D = 3V - 0.5 * 3.16V = 1.42V$

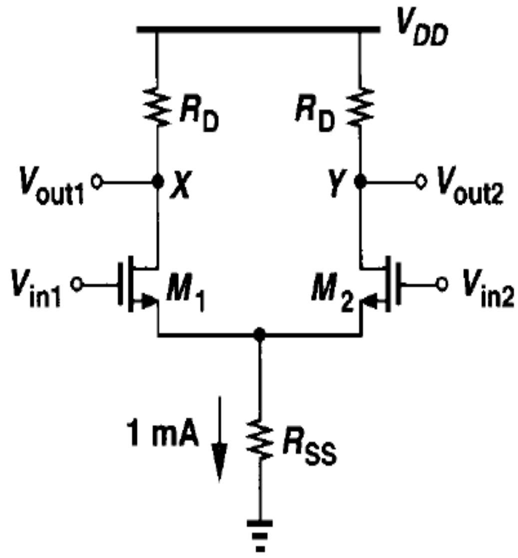
$$V_X \geq V_{in1} - V_{TH}$$

$$V_{X\min} = V_{in,CM} - V_{TH} = 1.73V - 0.6V = 1.13V$$

若输出电压减小0.29V（共模1.42V-最低1.13V）M1(或M2)晶体管就会进入线性区。

Example 4.9 (cont.)

问题：（d）输入共模增加50mV，
输出变化多大？



$$(d): \Delta V_{o,CM} = A_{v,CM}\Delta V_{in,CM} = -\frac{R_D/2}{\frac{1}{2g_m}+R_{SS}}\Delta V_{in,CM}$$

$$= -\frac{3160/2}{632/2+500}\times 50mV = -96.8mV$$

输出共模电平=1.42-0.0968 ≈ 1.32 V

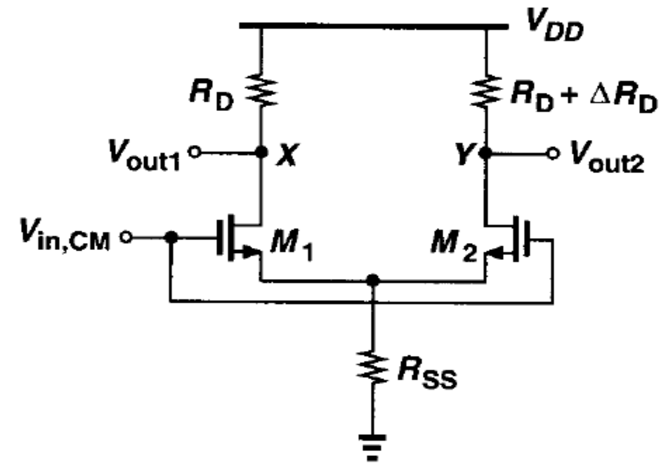
与 $V_{o\min} = 1.13\ V$ 相差不足 0.2 V

结果表明该结构不好，共模增益大，共模抑制差。
原因是Rss阻值太小（尾电流随输入电平变化）。

差分电路的问题：失配！

差分电路要求电路**严格对称**！

$$\text{小信号} A_{v,CM} = \frac{\partial V_{out}}{\partial V_{in,CM}} = -\frac{R_D/2}{\frac{1}{2g_m}+R_{SS}}$$

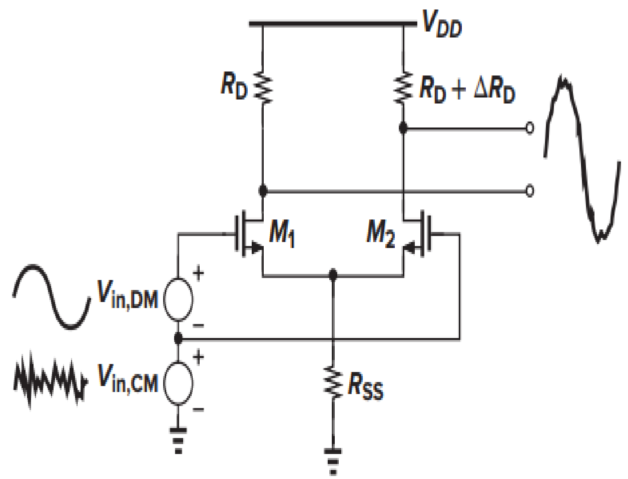


Rss=2Rss||2Rss

设负载失配ΔR_D：

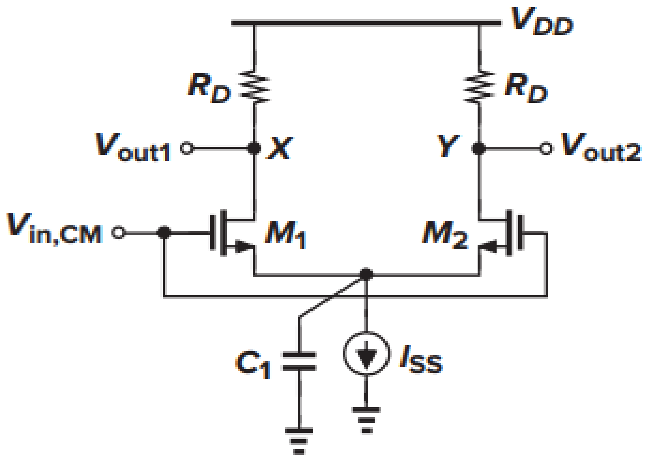
$$\Delta V_X \approx -\frac{R_D}{\frac{1}{g_m}+2R_{SS}}\Delta V_{in,CM}\ ,\quad \Delta V_Y \approx -\frac{R_D+\Delta R_D}{\frac{1}{g_m}+2R_{SS}}\Delta V_{in,CM}$$

导致共模输入产生差动输出，共模噪声对输出影响很大。Rss越大越好。



总结：差动电路的共摸响应取决于尾电流源和电路非对称性。
失配导致输入共模信号在输出端产生差模分量。

失配导致共模噪声转换为差模噪声“信号”



若尾电流源尺寸太大，则寄生电容C1大，高频时尾电流源的输出阻抗减小，不好。

实际差分电路的不对称性产生失配，主要来自输入晶体管，工艺误差造成的阈值电压和尺寸（包括版图不平衡）不一致，体现为gm不同、电流不同。

差动结构缺点：对工艺质量（失配）敏感，功耗稍大，版图要求对称。

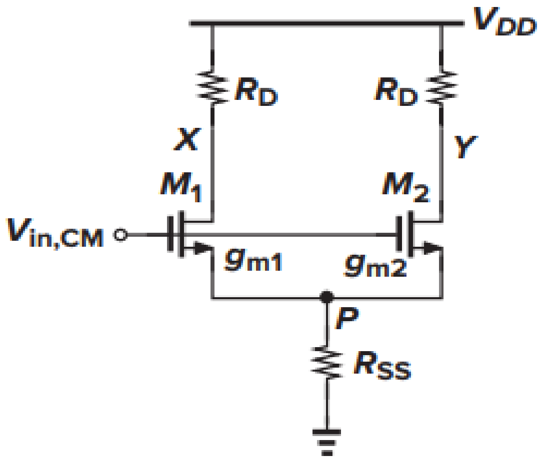
共模输入噪声影响：输入管不匹配情况

交变小信号　　**全部V和I都是小信号交变量**

$$I_{D1} = g_{m1}(V_{in,CM} - V_P)\,,\quad I_{D2} = g_{m2}(V_{in,CM} - V_P)$$

$$\Rightarrow V_P = (I_{D1} + I_{D2})R_{SS} = (g_{m1} + g_{m2})(V_{in,CM} - V_P)R_{SS}$$

上式右2式合并同类项：$V_P = \dfrac{(g_{m1} + g_{m2})R_{SS}}{1+(g_{m1} + g_{m2})R_{SS}} V_{in,CM}$



(b)

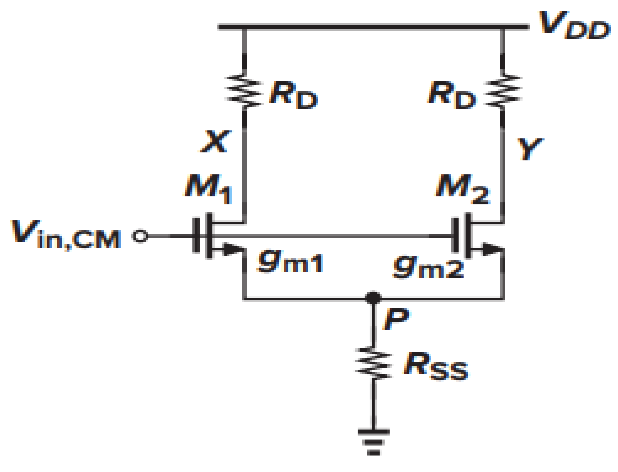
$$V_X = -I_{D1}R_D = -g_{m1}(V_{in,CM} - V_P)R_D = -g_{m1}\frac{1}{1+(g_{m1} + g_{m2})R_{SS}} V_{in,CM}R_D$$

$$V_Y = -I_{D2}R_D = -g_{m2}(V_{in,CM} - V_P)R_D = -g_{m2}\frac{1}{1+(g_{m1} + g_{m2})R_{SS}} V_{in,CM}R_D$$

由gm1和gm2失配产生的差动输出：

$$V_X - V_Y = -\frac{g_{m1} - g_{m2}}{(g_{m1} + g_{m2})R_{SS} + 1} V_{in,CM} R_D$$

应当极小



(b)

共模噪声VinCM转化成差动小信号误差：

$$A_{CM-DM}=\frac{V_X-V_Y}{V_{in,CM}}=-\frac{g_{m1}-g_{m2}}{(g_{m1}+g_{m2})R_{SS}+1}R_D=-\frac{\Delta g_m}{(g_{m1}+g_{m2})R_{SS}+1}R_D, \qquad 式(4.53)$$

Rss大有利于抑制失配的影响

Example 4.10

M3和M4的跨导失配 Δg_m。会多大比例的电源噪声（高频）以差动分量的形式出现在输出端？

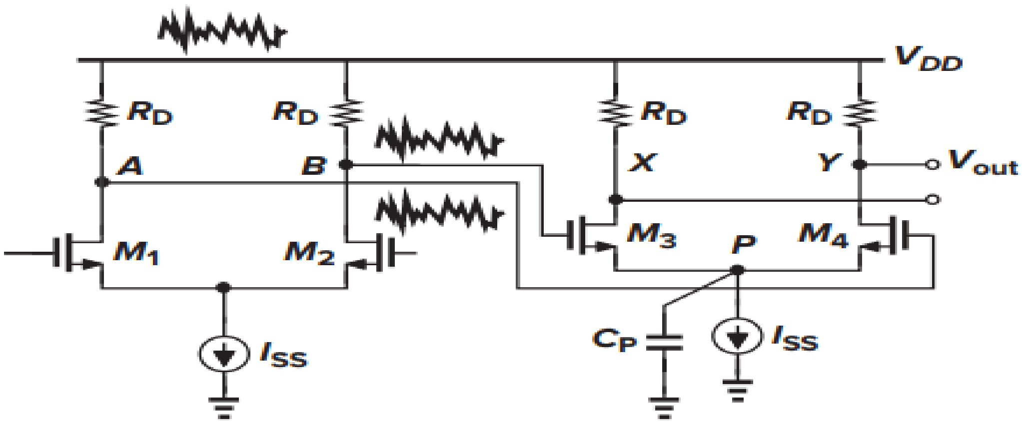


Figure 4.35

Assume $\lambda = \gamma = 0.$

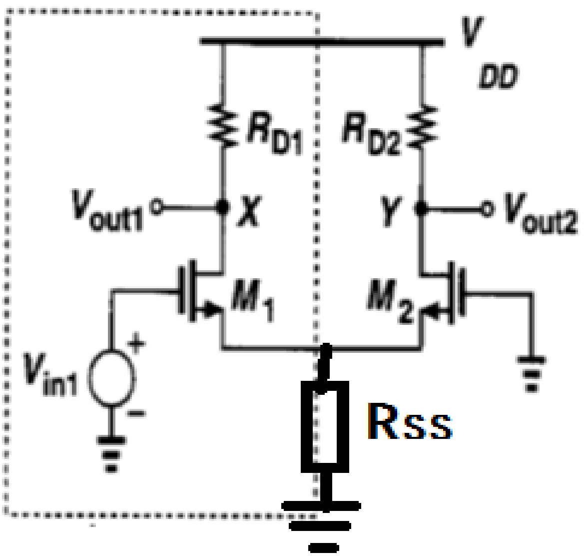
解：电源噪声是共模噪声。尾电源源的交流阻抗很大，因此电源噪声全部加到A点和B点成为M3和M4的共模输入（交变小信号）。

$$A_{CM\text{-}DM} = \frac{V_X - V_Y}{V_{in,CM}} = -\frac{\Delta g_m}{(g_{m3} + g_{m4})\left(\frac{1}{j\omega C_p} \,||\, R_{SS}\right) + 1} R_D$$

$$\left|A_{CM-DM}\right| = \frac{\left|\Delta g_m\right|}{\sqrt{(g_{m3} + g_{m4})^2 \left|\frac{1}{\omega C_p}\right|^2 + 1}} R_D$$

共模抑制比Common-mode rejection ratio

$$CMRR = \left|\frac{A_{DM}}{A_{CM-DM}}\right| \qquad 注意区别 \left|\frac{A_{DM}}{A_{CM}}\right|$$

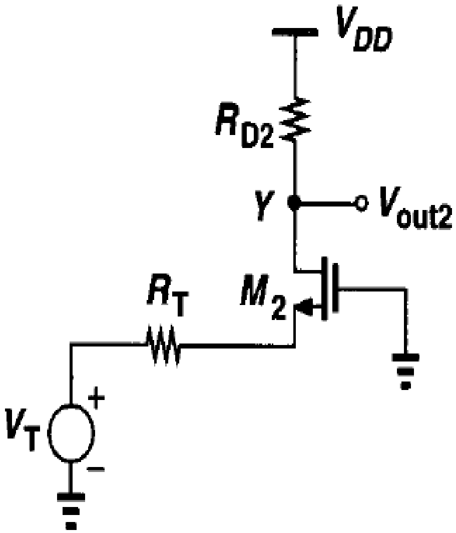


设MOS失配：$g_{m1} \neq g_{m2}$， I_{SS}的$R_{SS} \neq \infty$

采用叠加定律 （失配时半边电路分析不成立）：

令 $V_{in2} = 0$， $\dfrac{V_X}{V_{in1}} = -\dfrac{R_D}{\dfrac{1}{g_{m1}} + \dfrac{1}{g_{m2}} \,||\, R_{SS}}$

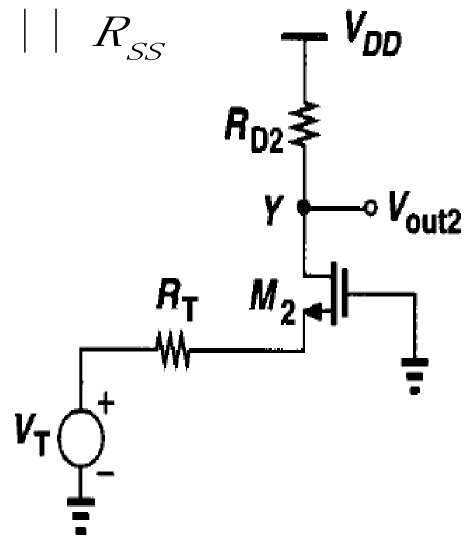
$$R_T = \frac{1}{g_{m1}} \,||\, R_{SS} = \frac{\frac{1}{g_{m1}} R_{SS}}{\frac{1}{g_{m1}} + R_{SS}} = \frac{R_{SS}}{1 + g_{m1} R_{SS}}$$



$$V_T = V_{in} g_{m1}\left(\frac{1}{g_{m1}} \| R_{SS}\right) = V_{in} \frac{g_{m1} R_{SS}}{1 + g_{m1} R_{SS}}$$

Common-mode rejection ratio (cont.)

$$\frac{V_{out2}}{V_T} = \frac{R_{D2}}{\frac{1}{g_{m2}} + R_T} \qquad R_T = \frac{1}{g_{m1}} \,||\, R_{SS}$$



$$\frac{V_y}{V_{in1}} = \frac{V_T}{V_{in1}} \times \frac{V_y}{V_T} = \frac{g_{m1}R_{SS}}{1 + g_{m1}R_{SS}} \times \frac{R_D}{\frac{1}{g_{m2}} + R_T}$$

$$= \frac{g_{m1}R_{SS}}{1 + g_{m1}R_{SS}} \times \frac{R_D}{\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{g_{m1}} \,||\, R_{SS}}$$

$$(V_X - V_Y)_{Vin1} = \left(\frac{-R_D}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} \,||\, R_{SS}} - \frac{g_{m1}R_{SS}}{1 + g_{m1}R_{SS}} \times \frac{R_D}{\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{g_{m1}} \,||\, R_{SS}} \right) \times V_{in1}$$

同理$(V_X - V_Y)_{Vin2} = \left(\frac{R_D}{\frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} \,||\, R_{SS}} \times \frac{g_{m2}R_{SS}}{1 + g_{m2}R_{SS}} + \frac{R_D}{\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{g_{m1}} \,||\, R_{SS}} \right) \times V_{in2}$

CMRR (cont.)

$$\because \quad V_{in1} = -V_{in2} \qquad A_{DM} = \frac{(V_X - V_Y)_{tot}}{V_{in1} - V_{in2}} = \frac{(V_X - V_Y)_{in1} + (V_X - V_Y)_{in2}}{V_{in1} - V_{in2}}$$

$$= -\frac{R_D}{2}\,\frac{g_{m1} + g_{m2} + 4g_{m1}g_{m2}R_{SS}}{1 + (g_{m1} + g_{m2})R_{SS}} \qquad (4.56)$$

当 $g_{m1} = g_{m2} = g_m$ ， $A_{DM} = -g_m R_D$

当 $g_{m1} \neq g_{m2}$

$$\mathrm{CMRR} = \left|\frac{A_{DM}}{A_{CM\text{-}DM}}\right| = \left|\frac{-\dfrac{R_D}{2}\,\dfrac{g_{m1} + g_{m2} + 4g_{m1}g_{m2}R_{SS}}{1 + (g_{m1} + g_{m2})R_{SS}}}{-\dfrac{\Delta g_m}{(g_{m1} + g_{m2})R_{SS} + 1}R_D}\right|$$

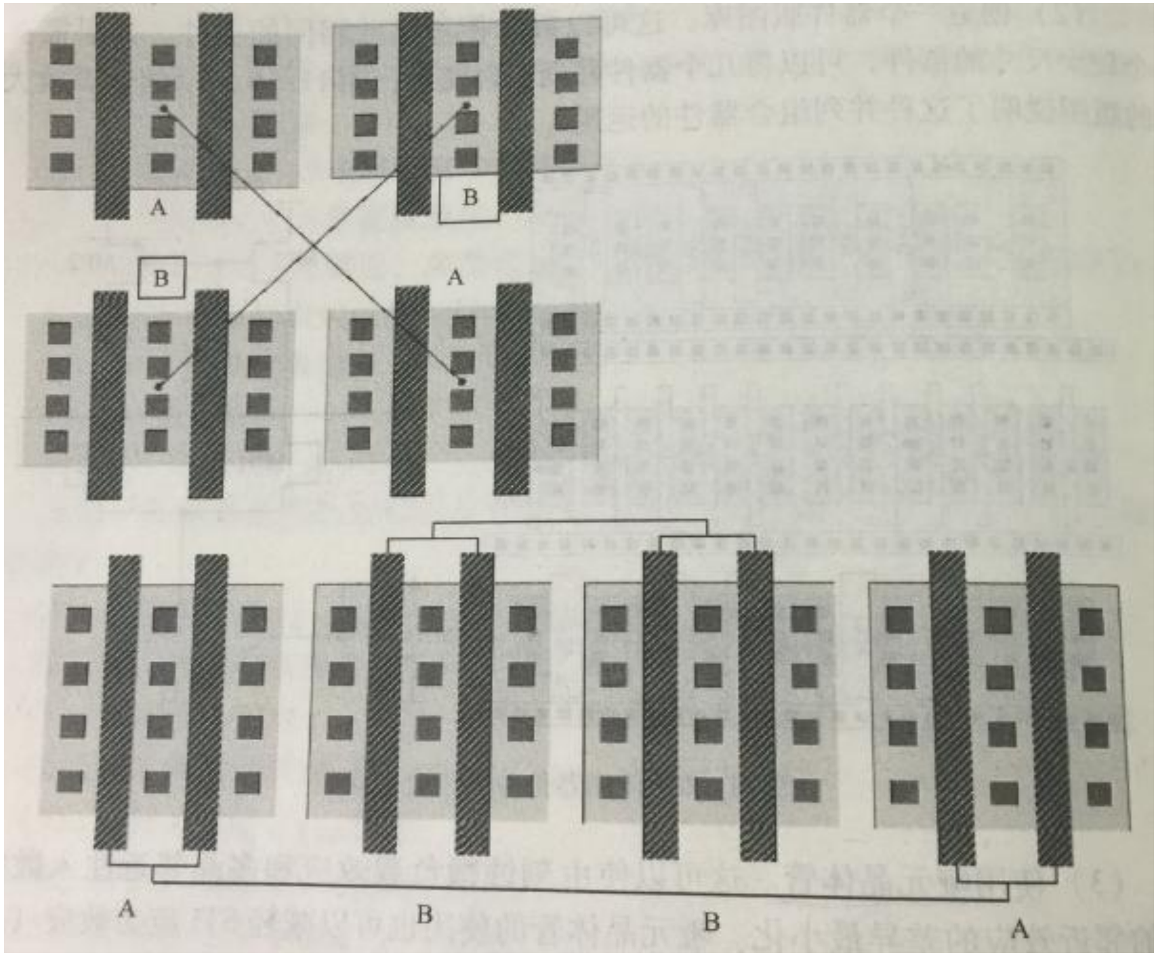
$$= \left|\frac{g_{m1} + g_{m2} + 4g_{m1}g_{m2}R_{SS}}{2\Delta g_m}\right|$$

版图设计：质心法（对称）

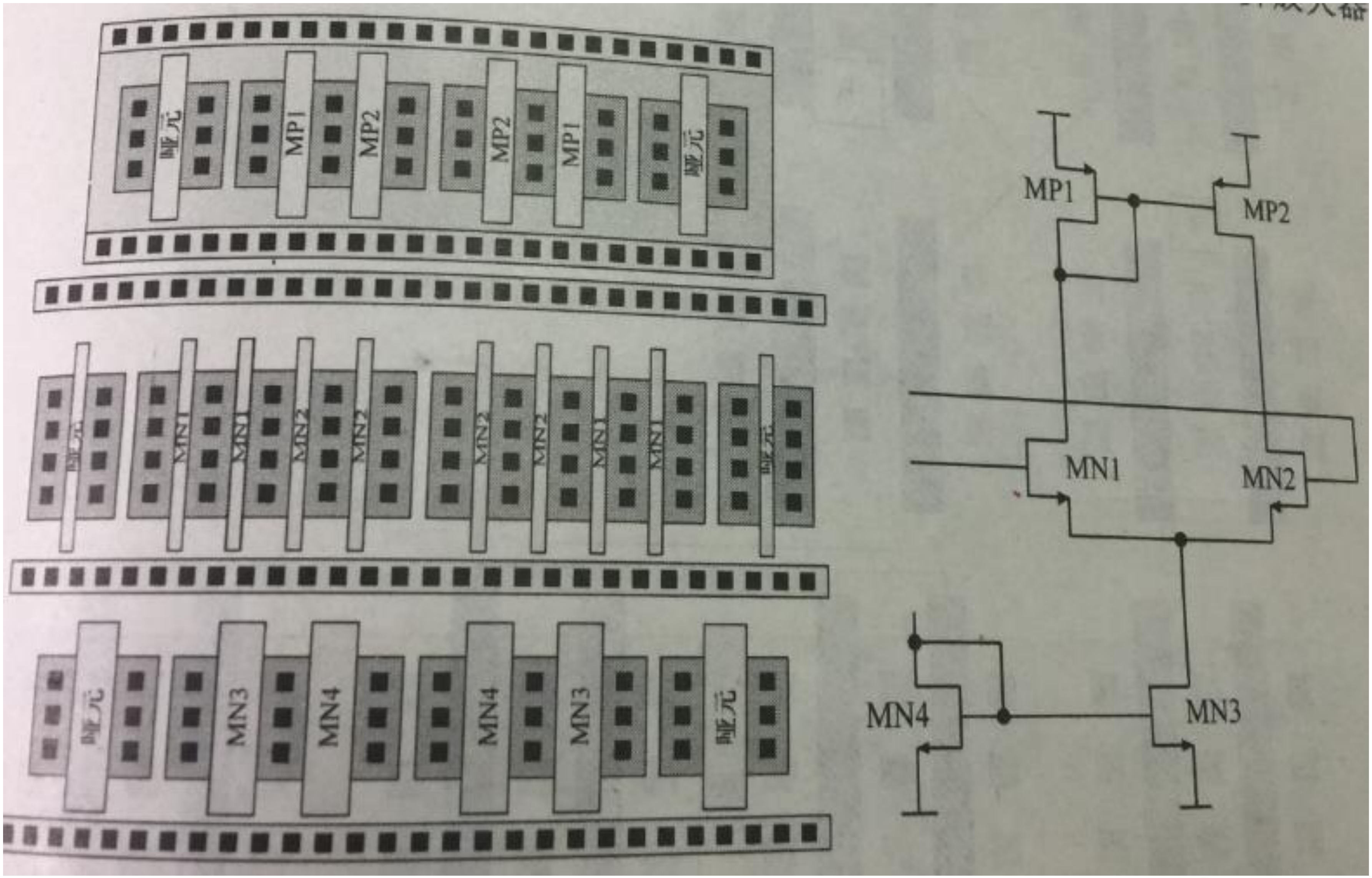
- 质心法布局W/L大的MOS

交叉
对角

分割
对称



哑元器件（改善临近注入效应）



4.4 MOS为负载的差动对

- 差动增益可用半边电路

$$A_{DM} = -g_{mN}\left(\frac{1}{g_{mP}} \parallel r_{oP} \parallel r_{oN}\right) \approx -\frac{g_{mN}}{g_{mP}}$$

$$g_{m1} = \sqrt{2\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}I_{D1}}$$

- 平衡点附近

$$A_{DM} \approx -\frac{g_{mN}}{g_{mP}} = \sqrt{\frac{\mu_n\left(\frac{W}{L}\right)_N}{\mu_p\left(\frac{W}{L}\right)_P}} \qquad (4.61)$$

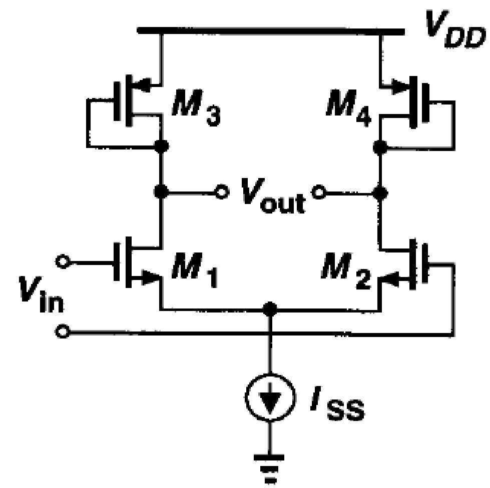
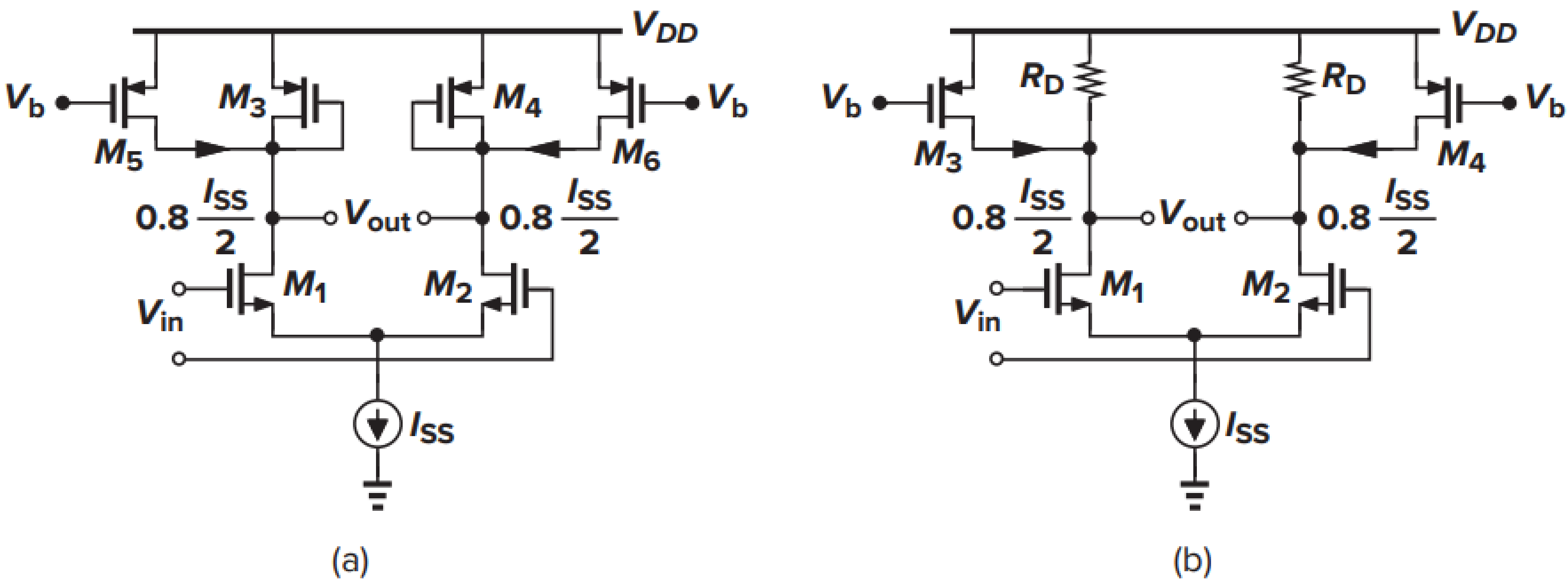


图4.37(a)以二极管为负载的差动对

注意增益方向：输入输出同侧为-，异侧为+

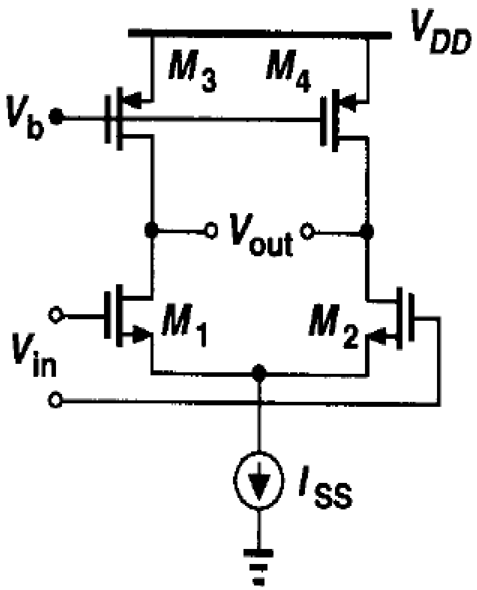
- 二极管负载减少了输出电压余度。
- 要增大增益，需减小负载管PMOS宽度即减小(W/L)p，Iss不变，从而|VGSP-VTHP|增大，X和Y点允许的共模电平下降，一般会导致输出范围减小。

辅助电流源二极管负载的差动对



采用减少负载PMOS二极管电流、而不是减少负载二极管宽度的方法，使负载PMOS的 gm减小来增大负载阻抗，可减小对输出电压范围的影响

电流源负载的差动对



$$A_{DM} = -g_{mN}(r_{oP} \| r_{oN})$$

电流源负载差动对的缺点：
输出共模电平不确定

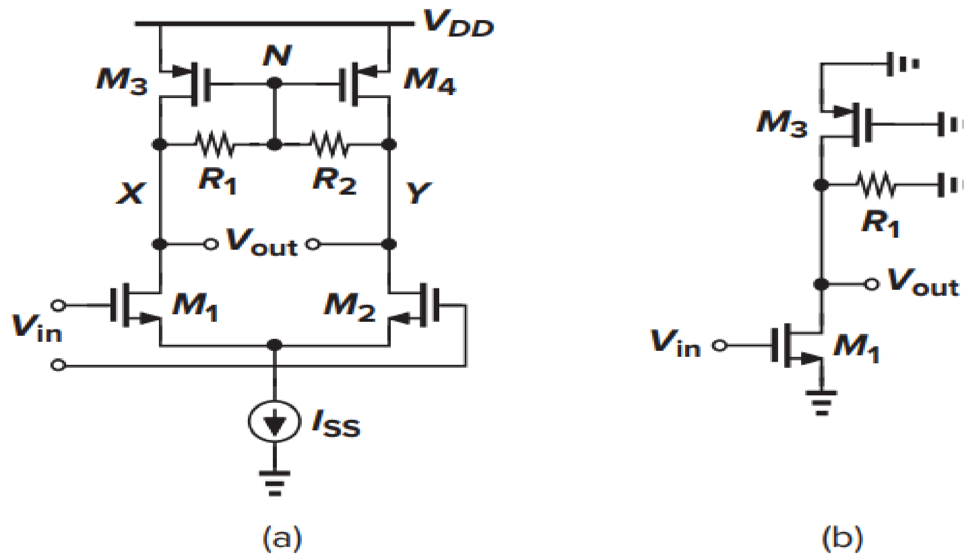
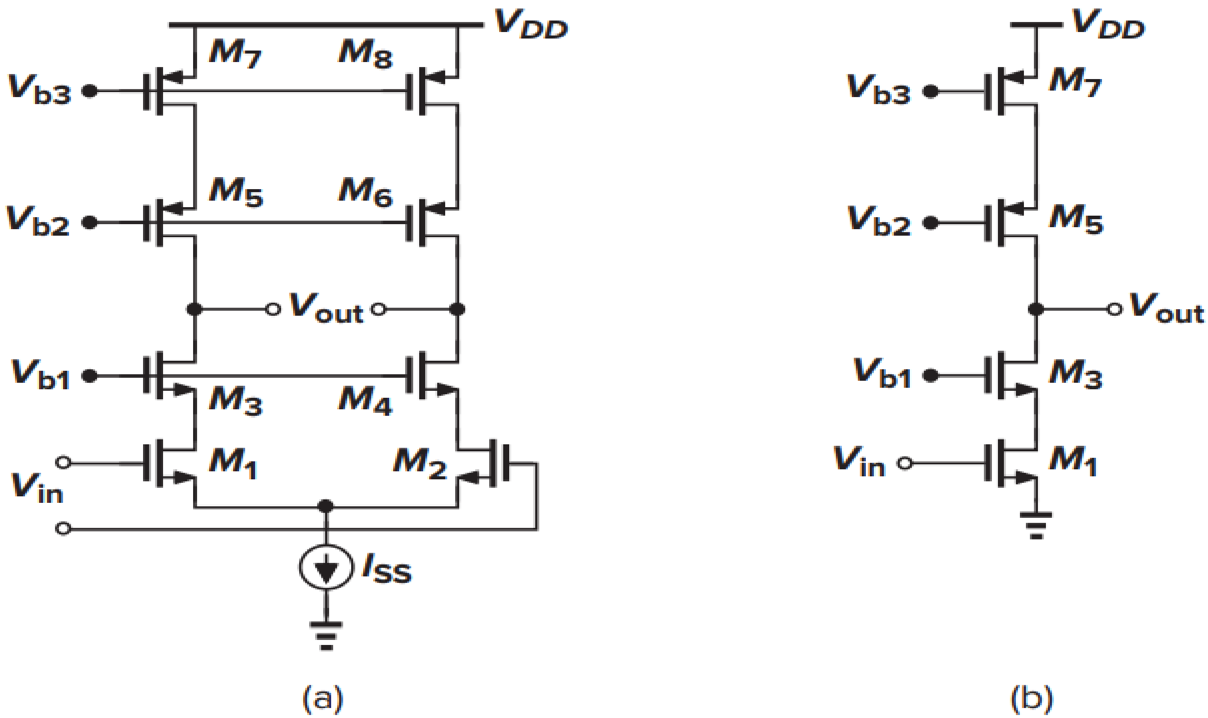


图4.38 自偏置电流源负载的差动对

$$A_{DM} = -g_{mN}(r_{oP} \,||\, r_{oN} \,||\, R_1)$$

对称电路中N点电平不变。
M3和M4交流模型为电流源，
而直流模型为二极管，
差动对电路输出共模电平
=VDD-VGS3(由Iss确定)

高增益cascode差动对（电流源负载）



M7和M8是电流源

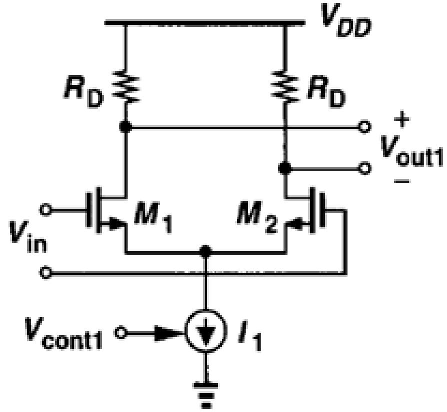
缺点：输入电压范围（余度）很小，只适合小信号放大。

注意：电流源负载差动器必须用某种负反馈方法确定输出共模电平。

4.5 吉尔伯特单元，模拟乘法器

如何实现$\Delta V_{out} = k\Delta V_{cout}\Delta V_{in} = k(V_{cont2} - V_{cont1})\Delta V_{in}$

考察：



增益是尾电流源偏置电压Vcont的线性函数

$$A_v = \frac{\Delta V_{out1}}{\Delta V_{in}} = -g_{m1}R_D = -\sqrt{2\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_1 \frac{I_1}{2}}R_D$$

$$= -\sqrt{\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_1 \frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_{cont1}(V_{cont1} - V_{TH})^2}R_D$$

$$= -\mu_n C_{ox}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{W}{L}\right)_1\left(\frac{W}{L}\right)_{cont1}} \times R_D \times (V_{cont1} - V_{TH})$$

$$= -K(V_{cont1} - V_{TH})，令K = \mu_n C_{ox}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{W}{L}\right)_1\left(\frac{W}{L}\right)_{cont1}} \times R_D$$

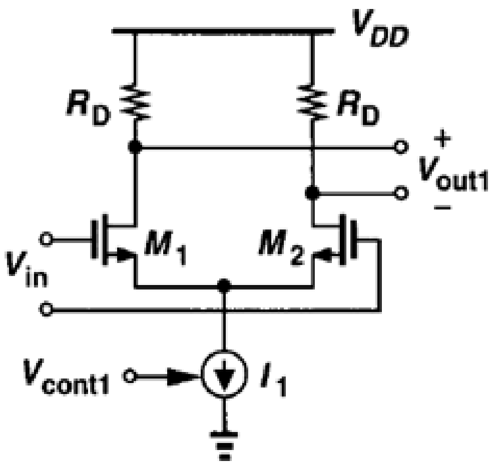
吉尔伯特乘法器构成电路的演变

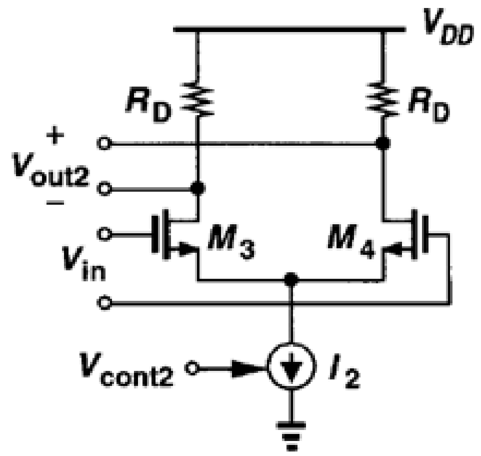
$$\Delta V_{out} = k(V_{cont2} - V_{cont1})\Delta V_{in}$$

$$= k(V_{cont2} - V_{TH} - V_{cont1} + V_{TH})\Delta V_{in}$$

$$= -k(V_{cont1} - V_{TH})\Delta V_{in} + k(V_{cont2} - V_{TH})\Delta V_{in}$$

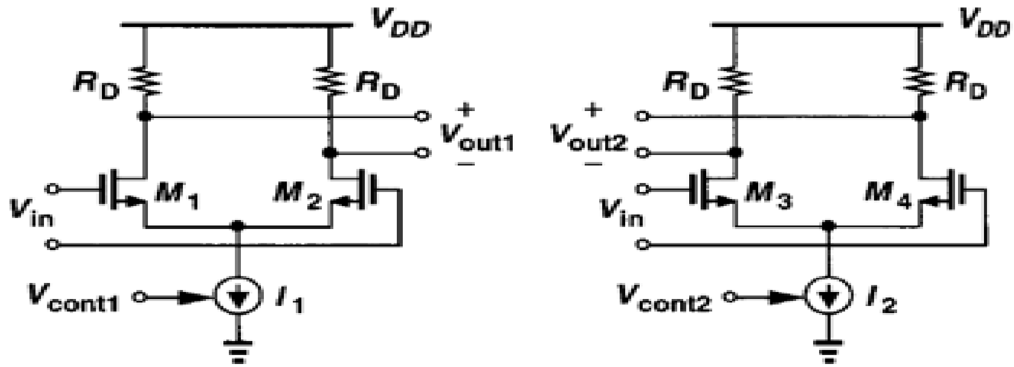
$$= V_{out1} + V_{out2}$$





注意V_{out2}与V_{out1}方向

Gilbert cell：电路演变



Vin相同， Vout1和 Vout2反相

大信号分析：

差动输出 $V_{out1} = [V_{DD} - R_D I_{D1}] - [V_{DD} - R_D I_{D2}]$

$= R_D(I_{D2} - I_{D1})$

差动输出 $V_{out2} = [V_{DD} - R_D I_{D4}] - [V_{DD} - R_D I_{D3}]$

$= R_D(I_{D3} - I_{D4})$

$V_{out} = V_{out1} + V_{out2} = R_D(I_{D2} - I_{D1}) + R_D(I_{D3} - I_{D4})$

$= R_D(I_{D2} + I_{D3}) - R_D(I_{D1} + I_{D4})$，如何实现？

$V_{out} = [V_{DD} - R_D(I_{D1} + I_{D4})] - [V_{DD} - R_D(I_{D2} + I_{D3})]$

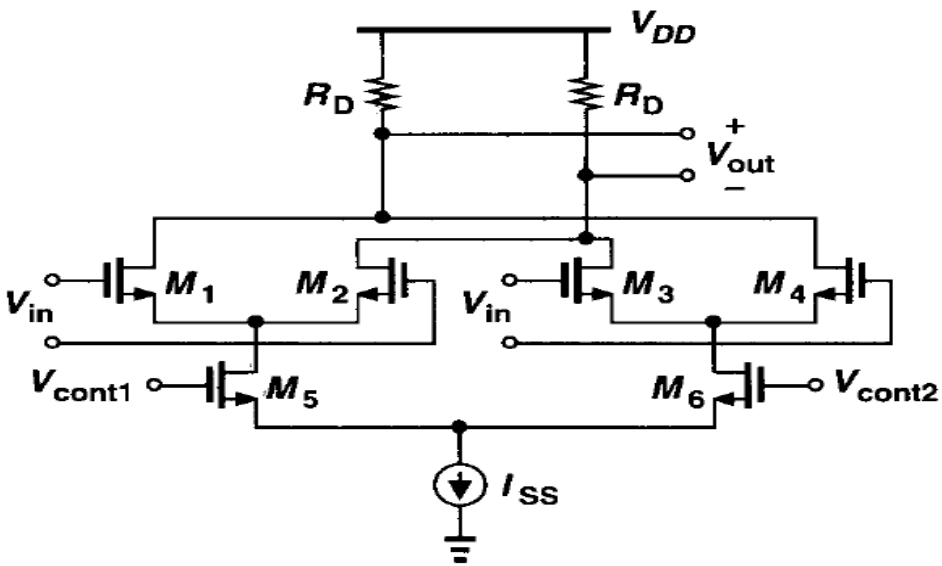
$= R_D(I_{D2} - I_{D1}) + R_D(I_{D3} - I_{D4}) = V_{out1} + V_{out2}$

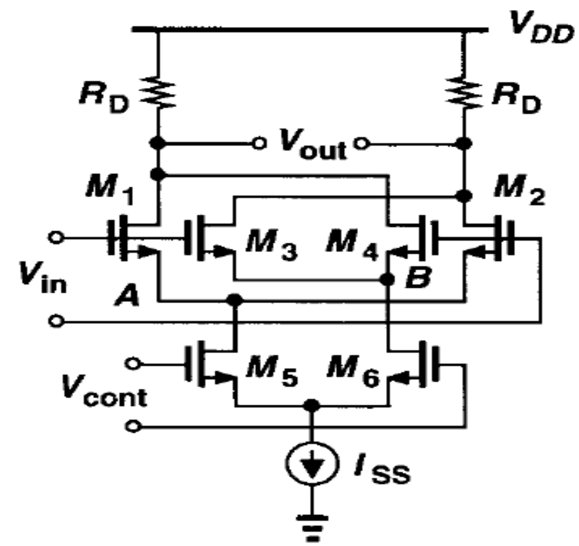
Gilbert cell 电路结构

$$V_{out} = [V_{DD} - R_D(I_{D1} + I_{D4})] - [V_{DD} - R_D(I_{D2} + I_{D3})]$$

$$= R_D(I_{D2} - I_{D1}) + R_D(I_{D3} - I_{D4}) = V_{out1} + V_{out2}$$

Gilbert cell

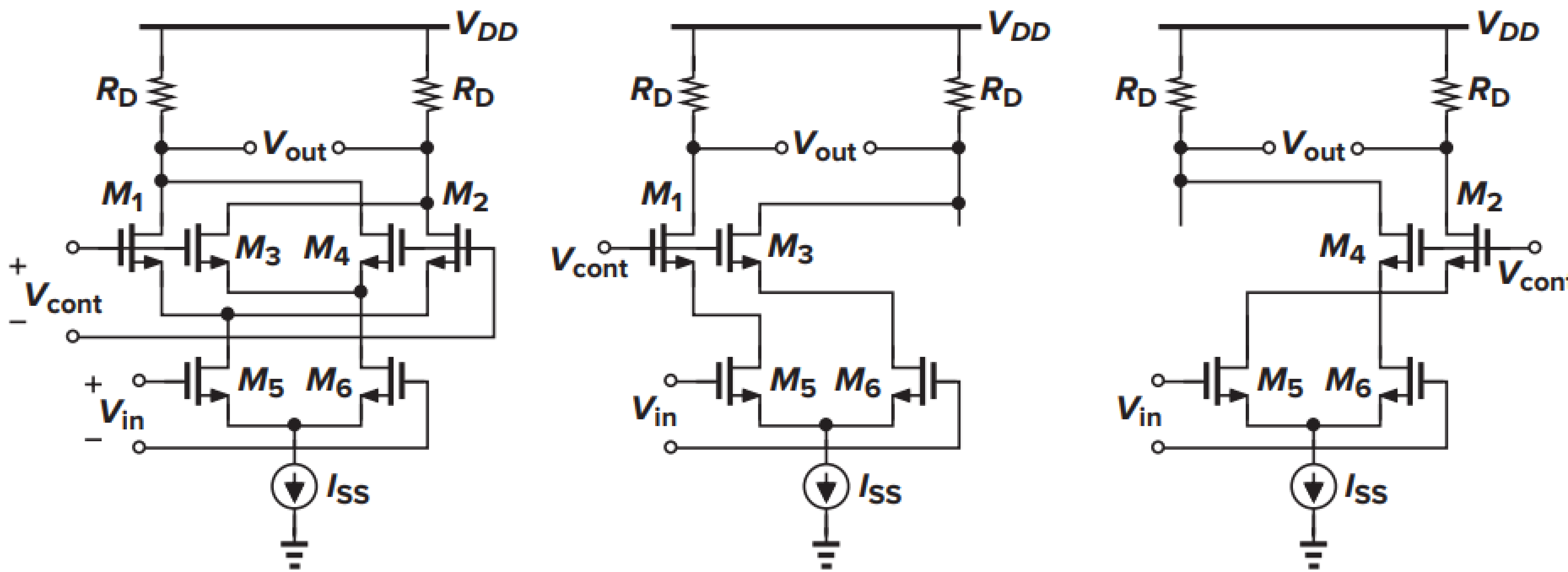




加上尾电流源，交变信号$\Delta V_{out} = V_{out} = k（V_{cont2} - V_{cont1}）\Delta V_{in} = k\Delta V_{cont} \times \Delta V_{in}$

- 吉尔伯特单元 可作为乘法器和Mixer。
- 输入交变信号较大时，输出中含有其它非理想混频信号和杂散信号。

微弱输入信号放下层，输出输入反向隔离较好



(a) (b) (c)

Vcont大信号，如CLK

注意纳米工艺射频电路中，D-S之间电容很大（金属1）

本章知识要点

- 差动放大器用于抑制电路外部（地和电源、输入信号中）的共模噪声（以及温度零漂）；
- 差动电路通过尾电流源高阻（大L）降低共模增益、输出相减来抑制共模噪声；并提高线性度；
- 差动电路可用半边电路方法进行微小信号分析；
- 差动电路两支路的输入偏置（直流工作点）应相同；
- 差动电路的缺点：对失配敏感，解决方法是采用高阻尾电流源、对称（质心法）版图和哑元器件改善临近注入效应；
- 差动电路的代价是面积和功耗，以及版图设计繁琐。