



Chapter 10

稳定性与频率补偿

Stability and Frequency Compensation

中科大微电子学院

黄鲁、程林

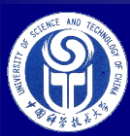
教材：模拟CMOS集成电路设计

Behzad Razavi



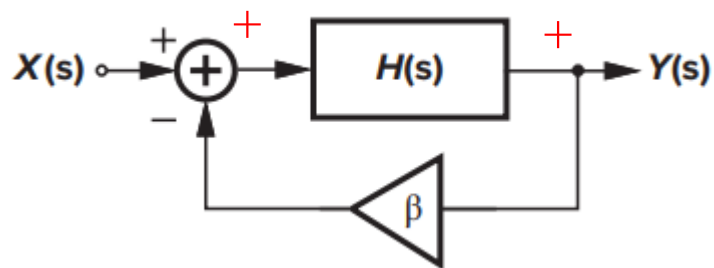
第10章内容

- 10.1 概述
- 10.2 多极点系统
- 10.3 相位裕量
- 10.4 频率补偿基础
- 10.5 两级运放的补偿
- 10.6 两级运放的转换速率
- 10.7 其它补偿技术



10.1 概述 General considerations

稳定性仅针对负反馈电路



$$Y(S) = H(S)(X(S) - \beta Y(S))$$

闭环传输函数:

$$\frac{Y}{X}(s) = \frac{H(s)}{1 + \beta H(s)}$$

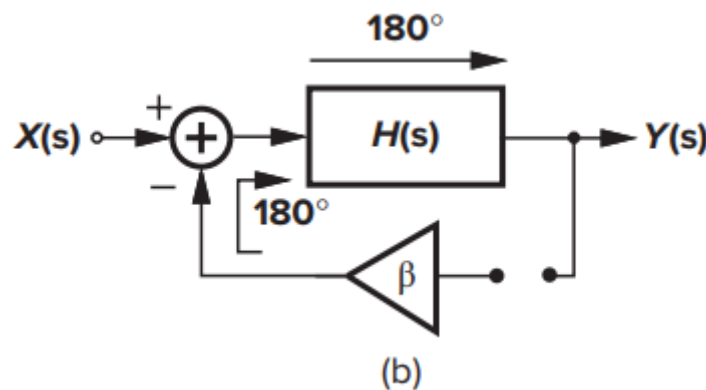
如果:

$$|\beta H(j\omega_1)| = 1$$

巴克豪森判据

$$\angle \beta H(j\omega_1) = -180^\circ$$

closed-loop “gain” goes to infinity,
circuit can amplify noise until to oscillate



(1) 即某个频率时, 负反馈能变成正反馈!

(2) 当某个频率正反馈时, 若环路增益 > 1 时发生自激振荡

$$\beta \leq 1$$

环路增益 (开环), 不是闭环增益



Stability criteria (判据)

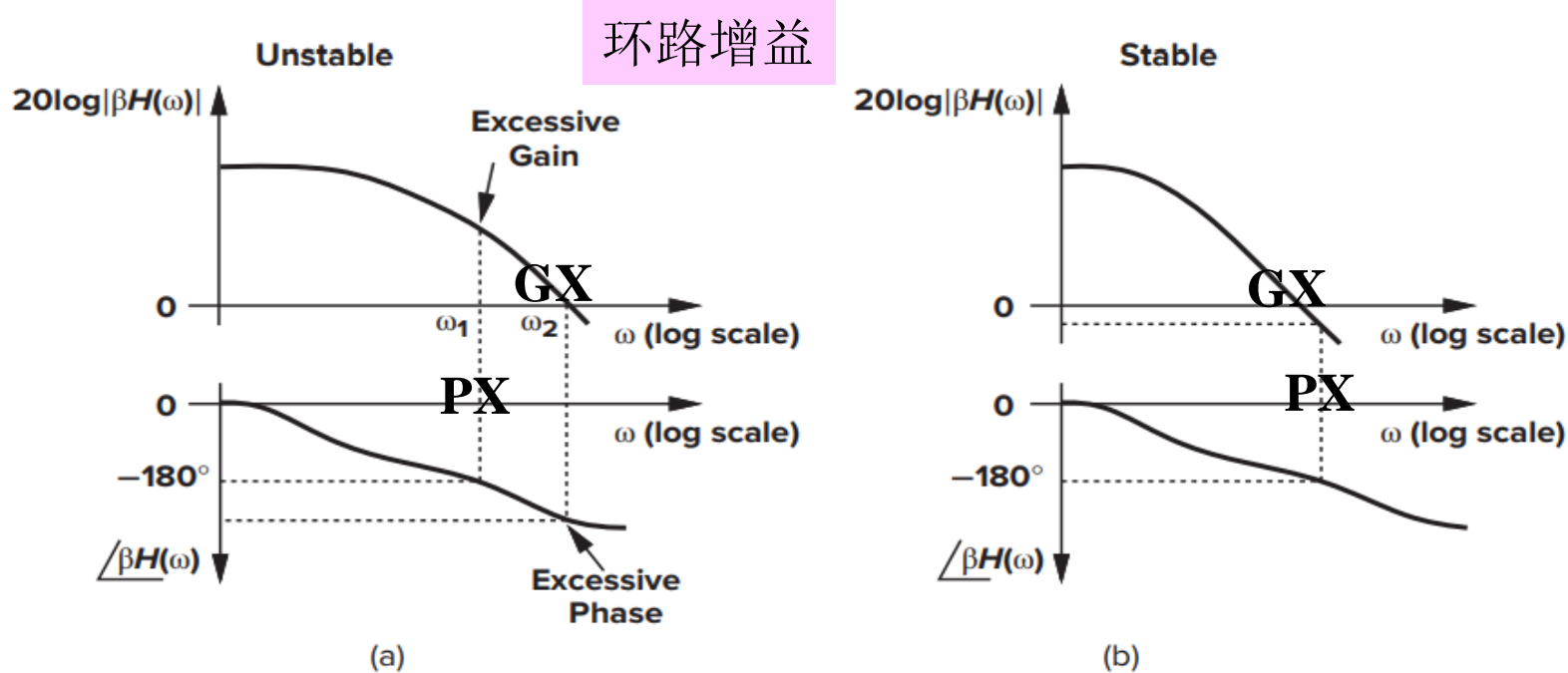
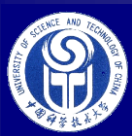


Figure 10.2 Bode plots of loop transmission for (a) unstable and (b) stable systems

增益交点GX频率： 环路增益 = 1 (0dB) 的频率，一般小于基本放大器的单位增益带宽；

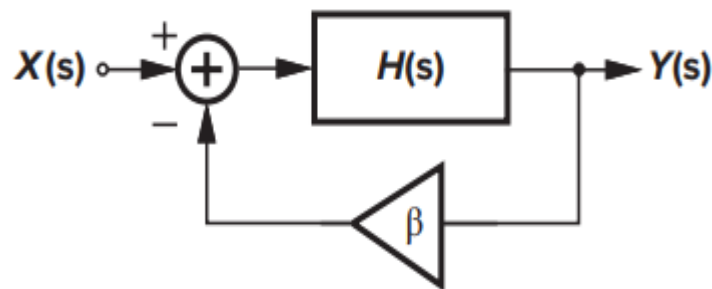
相位交点PX频率： 环路相位 = -180° （开环传输函数H为正）的频率。

稳定系统中，增益交点GX必定在相位交点PX之前，即 $GX < PX$ 。

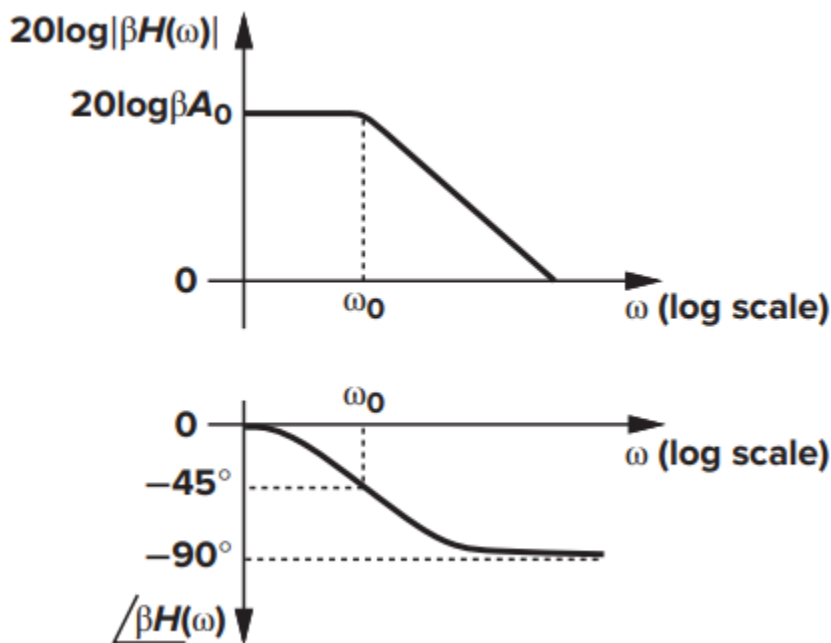


单极点前馈放大器的环路增益波特图

单极点系统:
$$H(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_0}}$$



环路增益:



闭环增益:

$$\frac{Y}{X}(s) = \frac{\frac{A_0}{1 + \beta A_0}}{1 + \frac{s}{\omega_0(1 + \beta A_0)}}$$

低频: $s < \omega_0(1 + \beta A_0)$ 时,

$$A_{closed} \approx \frac{A_0}{1 + \beta A_0} \approx \frac{1}{\beta}$$



例 10.1

Explain whether the system depicted in Fig. 10.3 becomes more or less stable if the feedback is weakened, i.e., if β is reduced.

推论：稳定系统的增益交点GX < 相位交点PX。相隔越远，稳定性越好。

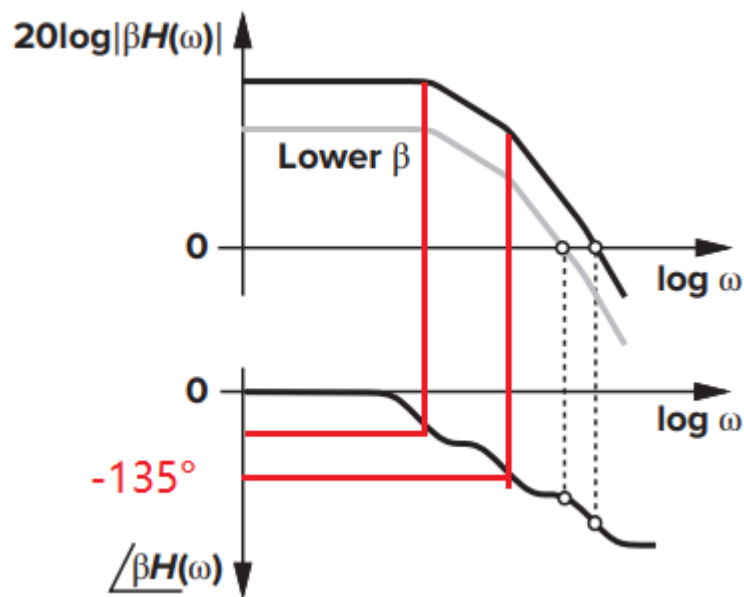


Figure 10.3

β 越小，环路增益越小；
GX 频率越小，电路系统越稳定。

电压跟随器=单位增益负反馈
 $\beta = 1$ ，最大反馈，
此时环路增益=开环增益H=最大；
电路系统稳定性最差。

弱反馈有利于系统稳定



10.2 多极点系统 Multi-Pole Systems

大多数实用运放是多极点的。**信号通路**上的每个MOS管一般至少会产生一个极点。

若反馈减弱即 β 减小，则环路幅频曲线下移，相位曲线不变；

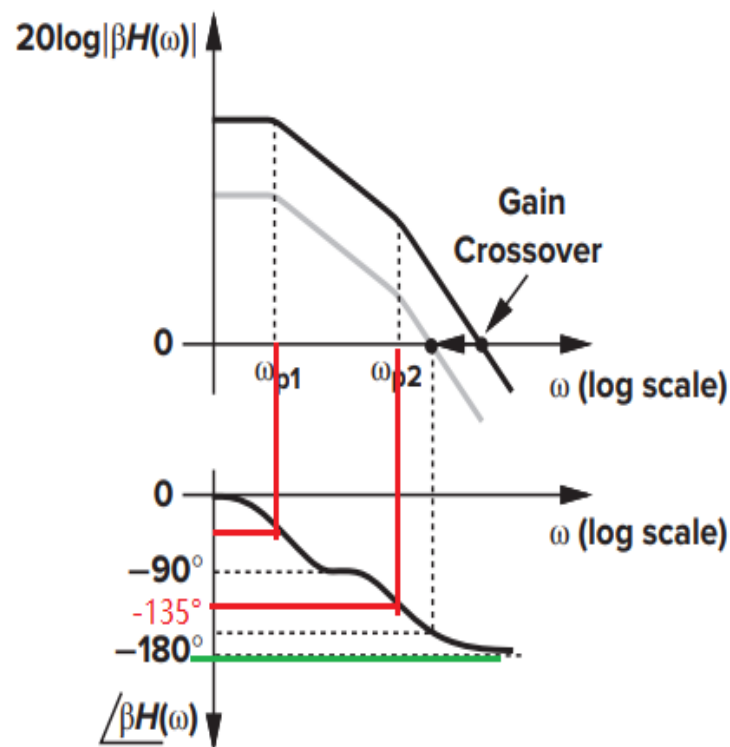
因此，增益交点GX向原点移动。

$\angle \beta H(j\omega_{GX})$ 相移减小，系统更稳定。

因此弱反馈有利于系统稳定

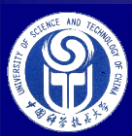
稳定系统中，增益交点GX频率必定在相位交点PX频率之前， $GX < PX$ 。

每个极点导致在很高频率时相位滞后 90° ；
每个**极点**频率处，幅频**下降3dB**，波特图上以**-20dB/10倍**频程下降；
每个**零点**频率处，幅频**上升3dB**，波特图上以**20dB/10倍**频程上升。



$$\text{设 } 0.1\omega_{p2} > 10\omega_{p1}$$

$$\beta H(s) = \frac{\beta A_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$



高阶（3阶以上）系统

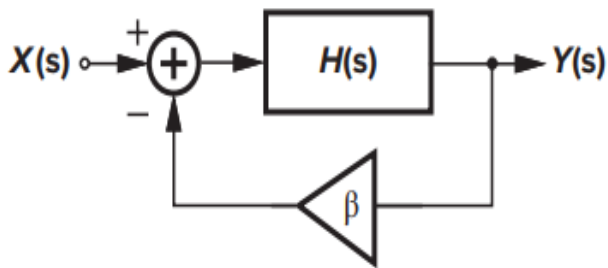
三阶以上系统，**必然存在**
某个频率点： ω_1

$$H(s) = \frac{A_o}{(1 + \frac{s}{\omega_{p1}})(1 + \frac{s}{\omega_{p2}})\cdots(1 + \frac{s}{\omega_{pN}})}$$

反馈系统的环路增益相移

$$\angle \beta H(j\omega_1) = -180^\circ, \text{ 正反馈}$$

若此频率点的**环路增益幅值** > 1 ，则
反馈电路在此频率点上产生振荡！



第1极点（最低频主极点），
第2极点之后都是次极点

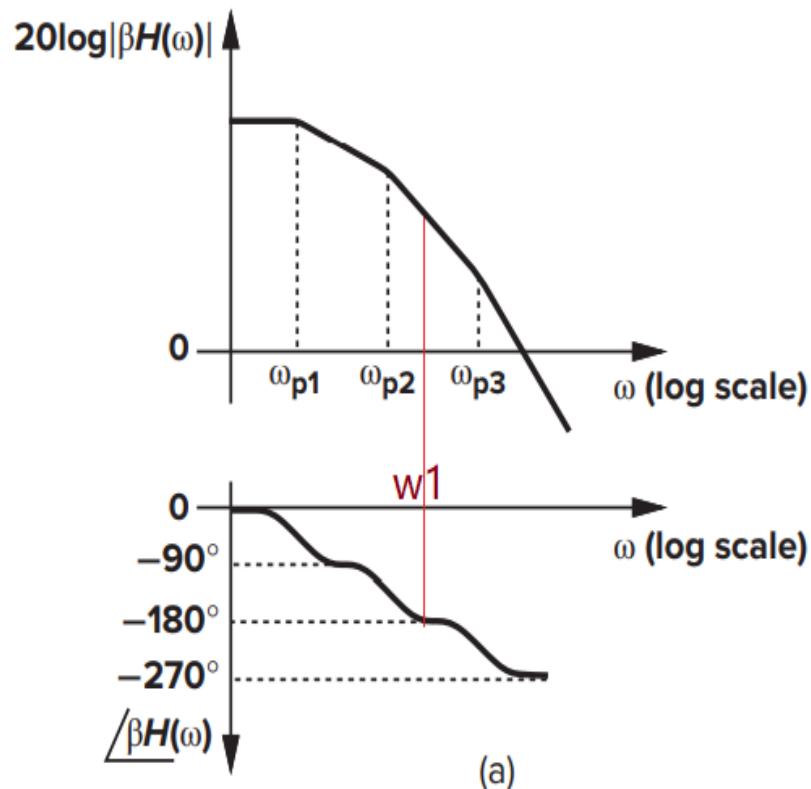


Figure 10.9 (a) Bode plots of loop transmission for a three-pole system



10.3 相位裕度 Phase Margin

GX与PX的关系:

稳定系统的环路增益 $|\beta H(j\omega)|$ 必须在 $\angle\beta H(j\omega)$ 达到 -180° 之前下降到 1 (0dB)。即 $GX < PX$ 。

GX应离PX应多远?

在增益交点GX处 $\beta H(j\omega_{GX}) = 1 \times \exp^{j\angle\beta H(j\omega_{GX})}$

本例(a)处于边缘稳定 $\angle\beta H(j\omega_{GX}) = -175^\circ$

$$\begin{aligned} \frac{Y}{X}(j\omega_1) &= \frac{H(j\omega_1)}{1 + \beta H(j\omega_1)} \\ &= \frac{\frac{1}{\beta} \exp(-j175^\circ)}{1 + \exp(-j175^\circ)} \\ &= \frac{1}{\beta} \cdot \frac{-0.9962 - j0.0872}{0.0038 - j0.0872} \end{aligned}$$

$$\left| \frac{Y}{X}(j\omega_1) \right| = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{0.0872} \approx \frac{11.5}{\beta}$$

记 ω_{GX} 为 ω_1
=右图中 ω_0

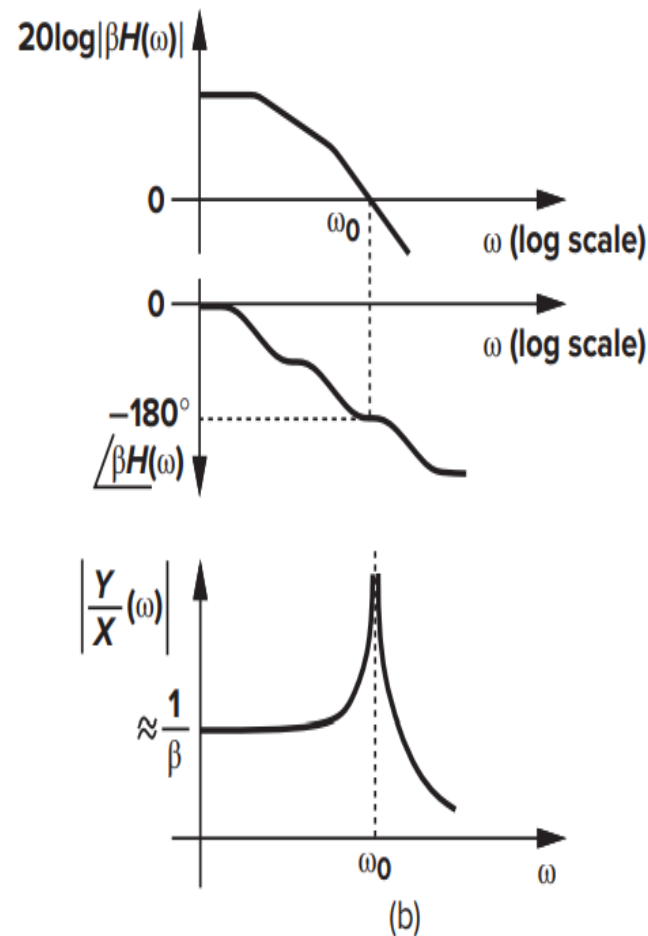


Figure 10.9 (b) closed-loop response
二阶系统一定是稳定的，但可能有振铃

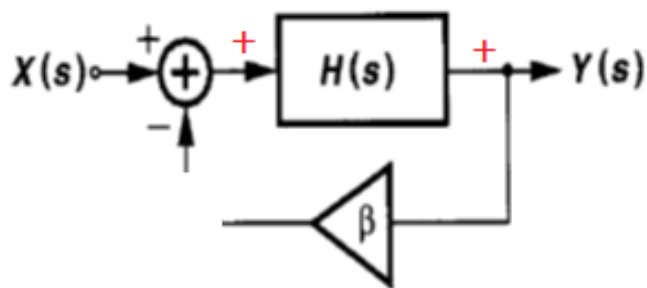
增益交点GX是**环路**概念，不是闭环增益



PM相位裕度（续）

GX距离PX较远（ $GX < PX$ ），则闭环系统稳定性好。

相位裕度： $PM = 180^\circ + \angle\beta H(\omega_{GX})$ ，负反馈， $H(\omega)$ 为同向放大器



Example 10.4

一个两极点系统被设计成 $|\beta H(j\omega_{P2})| = 1$

且 $\omega_{P1} \ll \omega_{P2}$ ，求 $PM = ?$

$$\therefore \angle\beta H(j\omega_{P2}) = -135^\circ$$

$$\therefore PM = 45^\circ$$

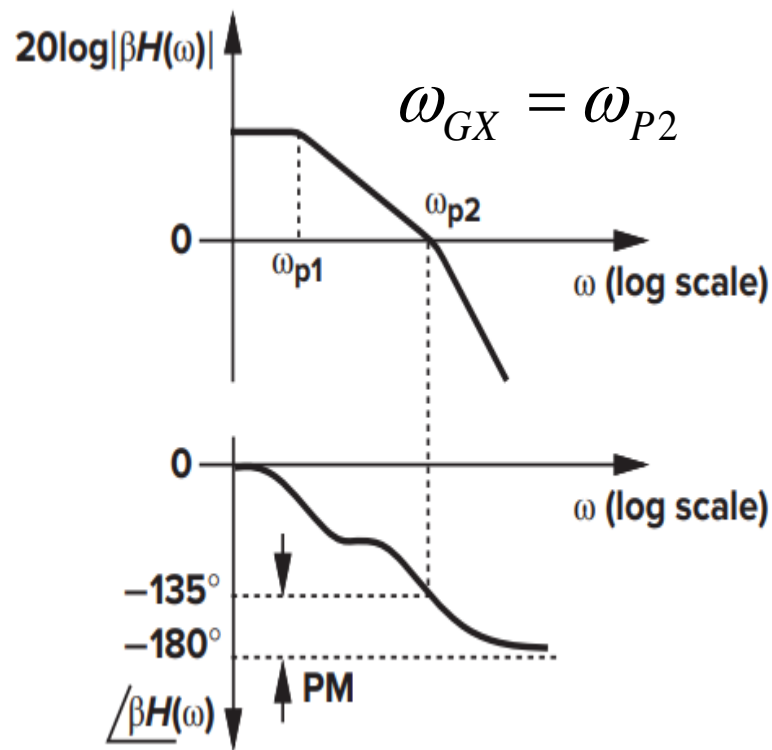


Figure 10.11



How much phase margin is adequate?

$$PM = 45^\circ, \text{ 即 } \angle \beta H(j\omega_{GX}) = -135^\circ$$

$$|\beta H(j\omega_{GX})| = 1$$

闭环增益（不是环路增益）：

$$\begin{aligned} \left| \frac{Y}{X}(j\omega_{GX}) \right| &= \left| \frac{H(j\omega_{GX})}{1 + \beta H(j\omega_{GX})} \right| \\ &= \left| \frac{\frac{1}{\beta} \exp^{-j135^\circ}}{1 + \exp^{-j135^\circ}} \right| \approx \frac{1.3}{\beta} > \frac{1}{\beta} \end{aligned}$$

$$\text{当 } PM = 60^\circ \quad \left| \frac{Y}{X}(j\omega_{GX}) \right| = \left| \frac{H(j\omega_{GX})}{1 + \beta H(j\omega_{GX})} \right| = \left| \frac{\frac{1}{\beta} \exp^{-j120^\circ}}{1 + \exp^{-j120^\circ}} \right|$$

$$= \frac{1}{\beta \left| 1 + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right|} = \frac{1}{\beta} \text{ 理想值}$$

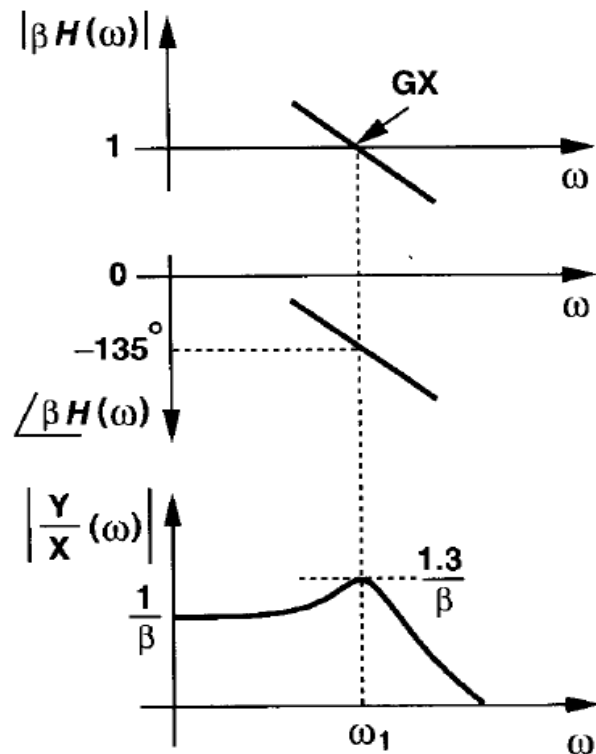


Figure 10.12 Closed-loop frequency response **for 45°** phase margin.

仅在GX 频率点上不理想



对于交变小信号, 60° phase margin 最佳

对于更大的PM (GX离PX更远、频率更小; 例如减小开环主极点), 系统更加稳定, 但时间响应减慢 (信号带宽变小)。

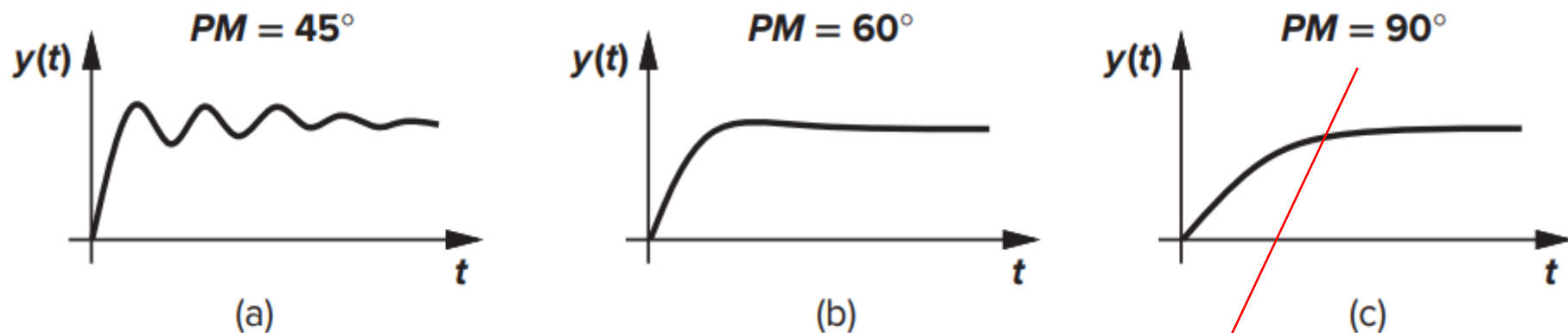
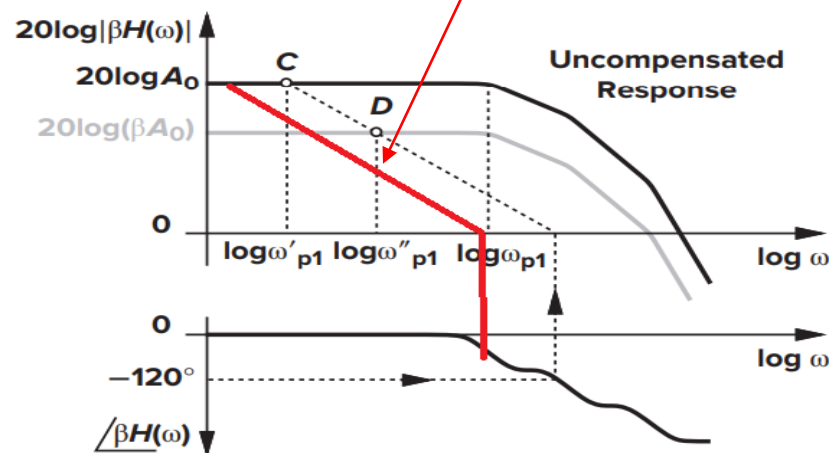


Figure 10.13 Closed-loop time response for 45° , 60° , and 90° phase margins.

一般而言, PM 不是重要关键参数

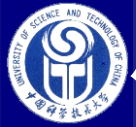
一般取 $PM = 60^\circ$ (小信号, AC 仿真)



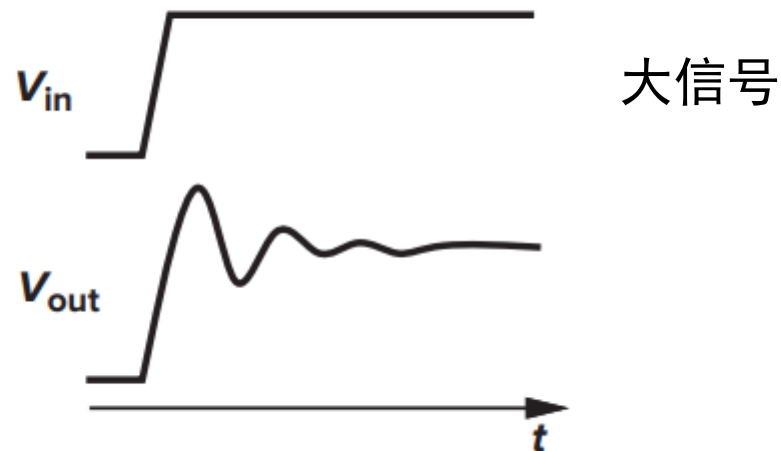
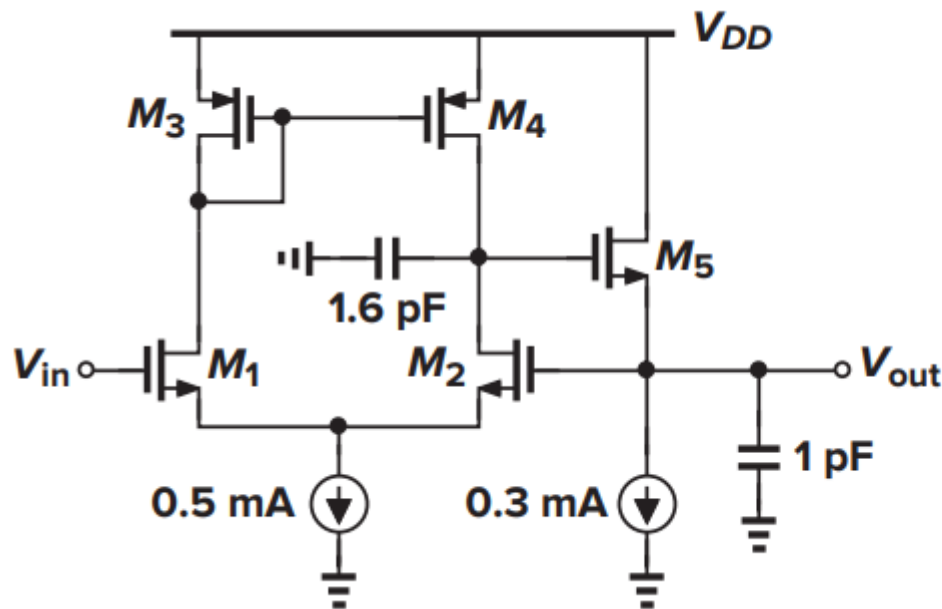


大信号带宽小于小信号带宽

- 相位裕量的概念（环路频域计算）适合处理小幅度信号电路的设计。
- 大信号阶跃响应与前图10.13不符合；大信号带宽较小。
原因：偏置电压和偏置电流的较大偏离所导致的非线性，以及在瞬态过程引起极点频率和零点频率变化（RC与工作点有关），导致复杂的时间响应；另外，转换速率限制了输出变化斜率。
- 对于大信号应用，采用闭环系统的时域仿真计算更合适，即瞬态仿真；
- 手工计算时，用转换速率或压摆率估算大信号的最大变化速率。



例：单位增益缓冲器，相位裕度仅小信号



相位裕度与大信号输出的波动无关

设所有晶体管： $\frac{W}{L} = \frac{50 \mu m}{0.6 \mu m}$

SPICE模拟得到：相位裕度PM= 65°

单位增益频率（GX点）为150MHz。

Vout波动说明：虽然单位增益放大器相位裕量很好，但大信号稳定性不好。**大幅度的信号变化，导致小信号参数改变。**



10.4 频率补偿基础（系统稳定方法）

- 当电路有3个以上极点时，若有反馈应用，须检查是否需要进行频率（或称相位）补偿，即修正开环传输函数（相当于反馈系数=1时的环路增益），确保闭环电路稳定，实质是使环路增益的 $G_X < P_X$ 。
- 使运放系统稳定的方法：
 - 减小环路增益总相移，使相位交点 P_X 向外推，如图10.15（a），但电路设计上比较难实现（例如减小次极点节点的寄生电容）。
 - 降低增益，使增益交点 G_X 向内推，如图10.15（b）。

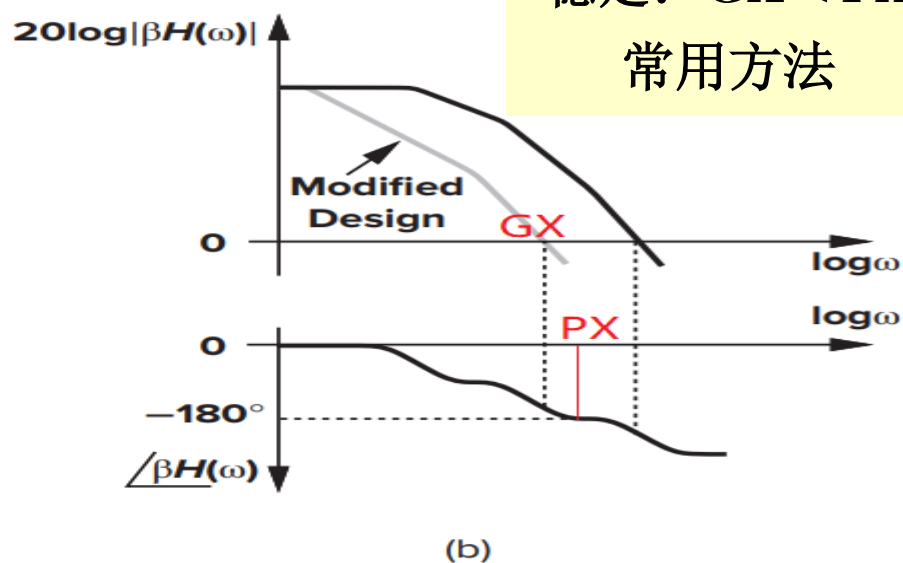
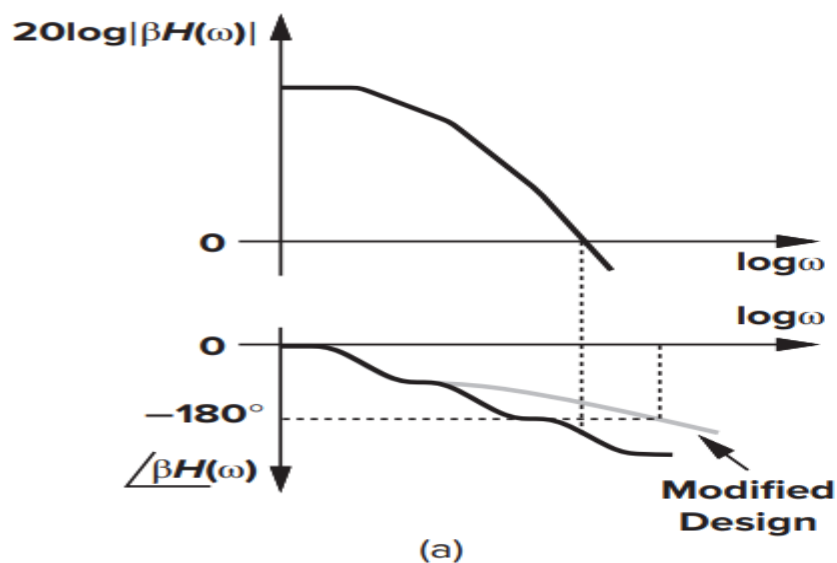
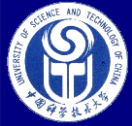


Figure 10.15 Frequency compensation by (a) moving P_X out and (b) pushing G_X in.



频率补偿方法 (cont.)

- 减小相移的设计方法：

选择使极点数减至最少的电路结构。由于每级放大至少增加一个极点，因此**开环 $H(s)$ 级数减至最少**。前提是H能达到适当的**电压增益带宽积**和输出摆幅。

- 使增益交点**GX内推**的方法：频率补偿减小带宽（参考前图）。

将**增益交点向原点内推**，减小**开环H**带宽，实质上是减小GX频率，称为**频率补偿**。

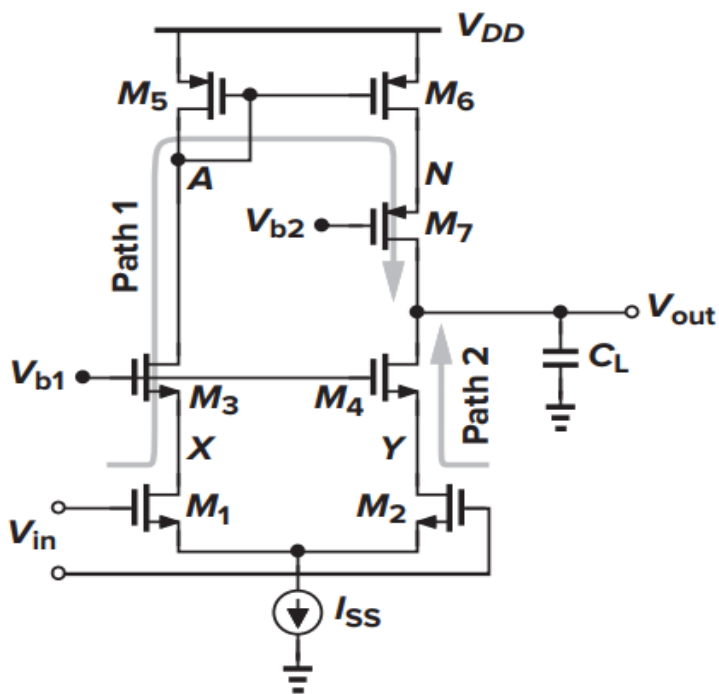
左图例，主极点估算：

Cascode结构输出电阻很大，因此输出极点 $\omega_{p,out}$ 值最小，靠近原点即主极点。

主极点通常确定开环 3 dB带宽：

$$f_{-3dB} = \frac{\omega_{p,out}}{2\pi}$$

研究开环运放H的稳定性，等效于采用 $\beta=1$ 电压跟随器（最坏情况），实际应用大多 $\beta < 1$ ，更有利于稳定性。





例 极点估算

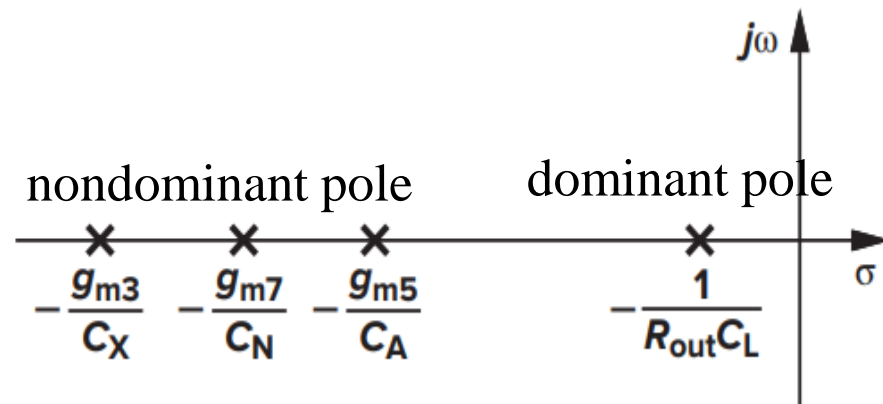
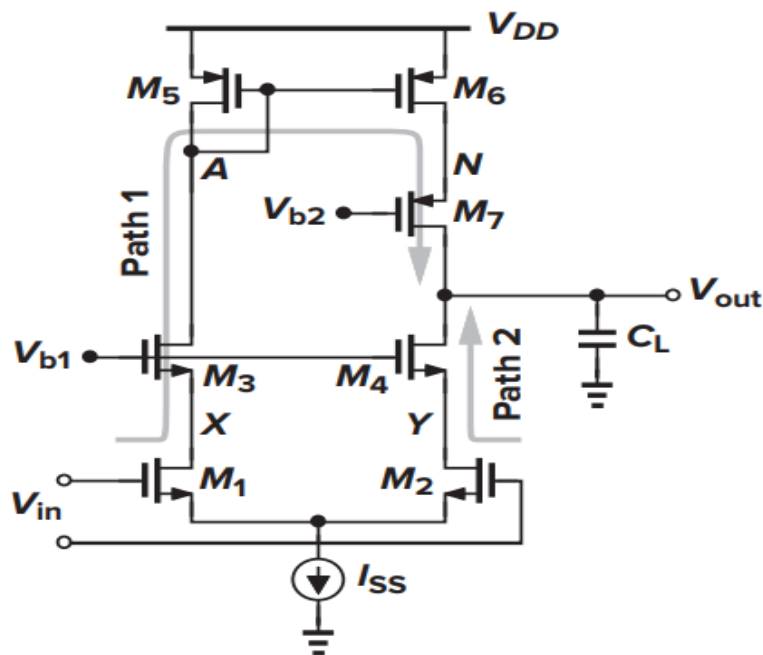


Figure 10.17 Pole locations

Figure 10.16 Telescopic op amp with single-ended output

- 节点X和Y的二个极点相等，通路1和通路2传输函数相加，因此它们是一个极点。
- 镜像极点A（第2极点）影响相位裕量。

若假设主极点频率 \ll 第2极点频率，则第2极点频率上总移相-135°。



例（续）运放环路增益的波特图

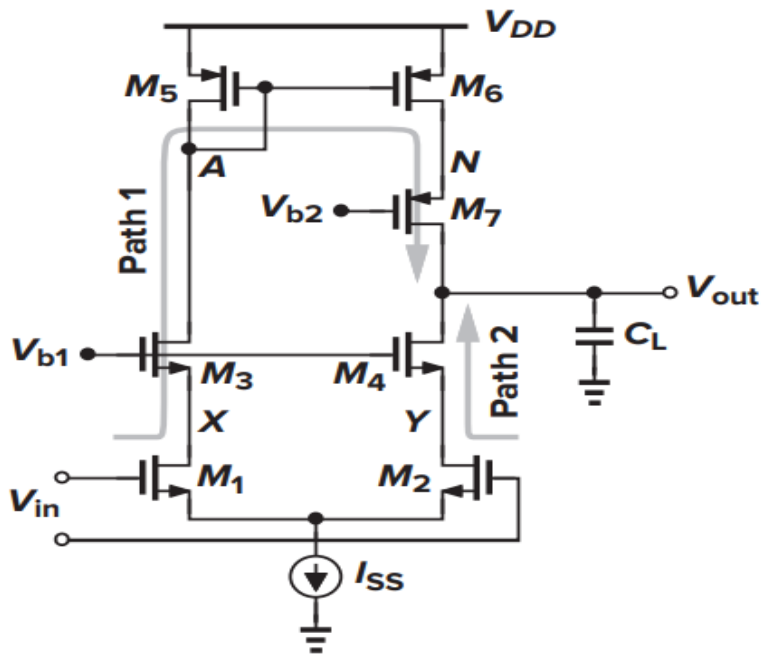


Figure 10.16 Telescopic op amp with single-ended output

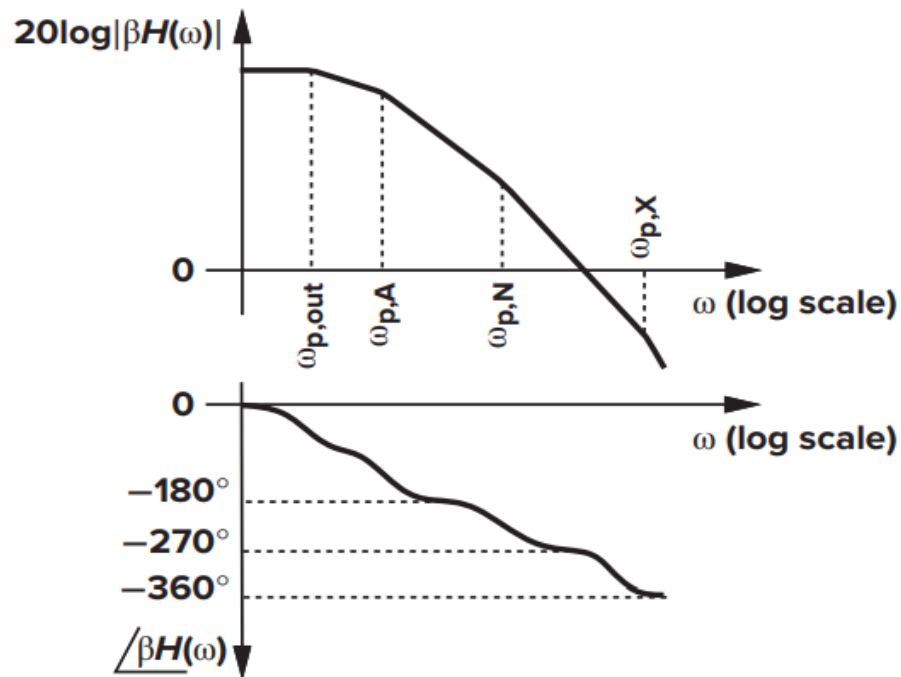


Figure 10.18 Bode plots of loop transmission for op amp of Fig. 10.16

$$C_A = C_{GS5} + C_{GS6} + C_{DB5} + 2C_{GD6} + C_{DB3} + C_{GD3}$$

（从A到N增益约为 -1）



补偿步骤 How do compensating?

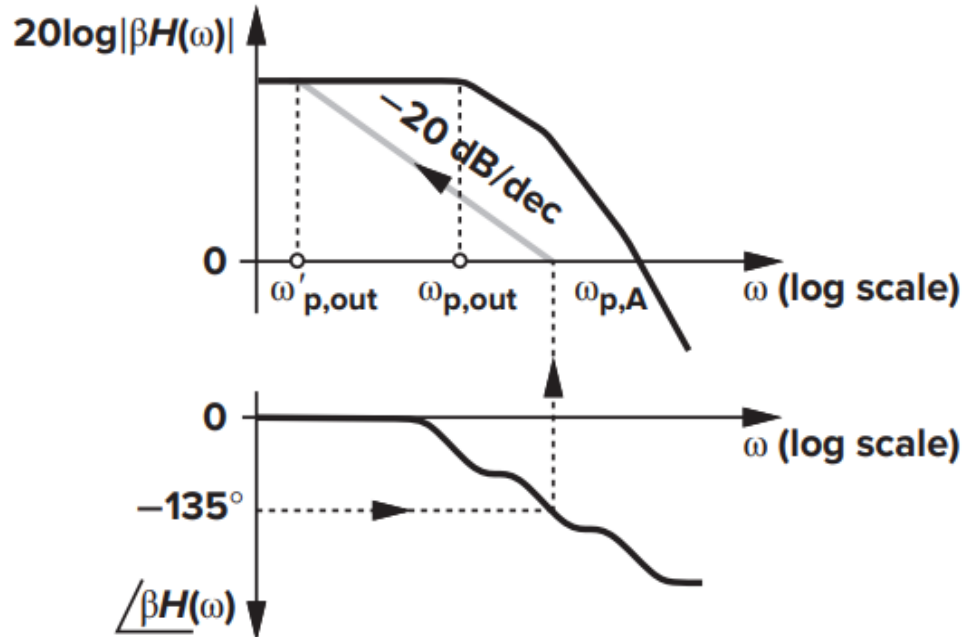
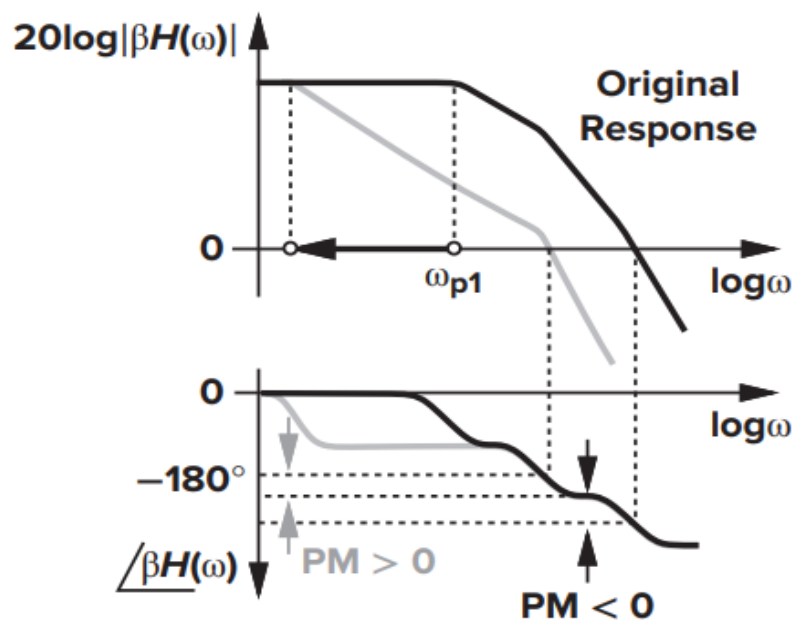


Figure 10.19 Translating the dominant pole toward the origin

$$\angle \beta H(\omega_{GX}) = PM - 180^\circ$$

设 $\omega_{p2} > 10\omega_{p1}$ 。无零点时环路增益第2极点处的总移相 -135° 。若第2极点频率处的环路增益幅度 > 0 dB, 则表明 $PM < 45^\circ$, 在 $\beta=1$ 应用情况下, 要求补偿后开环放大器 H (= 环路增益) 的单位增益频率 GX 小于 H 的第2 极点频率 ω_{p2} , 即 $PM > 45^\circ$



Increasing Rout does not compensate

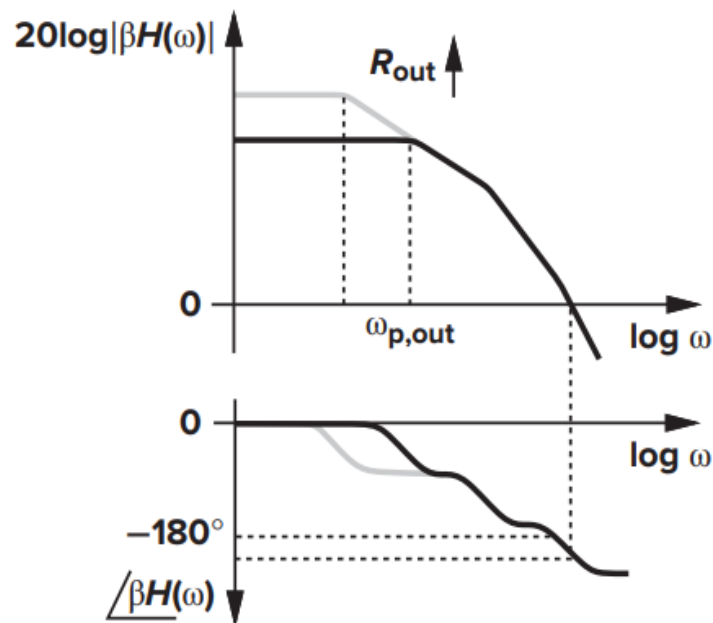


Figure 10.21 Bode plots of loop gain for higher output resistance

$$\omega_{p,out} = \omega_{p1} (\text{主极点}) = \frac{1}{R_{out} C_L}$$

$$\text{低频 } H(0) = A_0 = G_m R_{out}$$

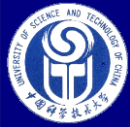
在增益交点GX频率处，
设忽略次极点影响（通常情况，下页）：

$$|\beta H(\omega_{GX})| \approx \left| \beta \frac{A_o}{1 + j \frac{\omega_{GX}}{\omega_{p1}}} \right| \approx \frac{\beta G_m}{C_L \omega_{GX}} = 1$$

$$\text{解得 } \omega_{GX} = \beta \frac{G_m}{C_L}, \text{ 与 } R_{out} \text{ 无关。}$$

增大Rout，没有使GX改变！

只能增加主极点关联节点的电容，会增加功耗！



相位裕度 60° 所要求的第2极点与GX关系

频率补偿后，第2（次）极点与增益交点（环路增益=1）频率的合理关系：
设相位裕度 = 60° 【至少 45° 即第2（次）极点= GX 】，主次极点足够远。

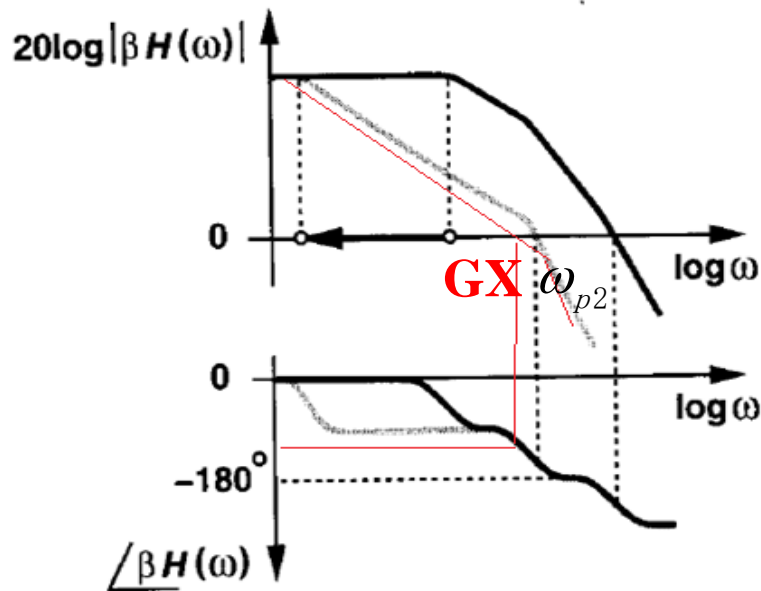
设可近似为2极点系统, 环路增益:

$$\beta H(s) = \beta \frac{A_o}{(1 + \frac{s}{\omega_{p1}})(1 + \frac{s}{\omega_{p2}})}$$

在增益交点 ω_{GX} 上: $\angle \beta H(\omega_{GX})$

$$= -\angle(1 + j \frac{\omega_{GX}}{\omega_{p1}}) - \angle(1 + j \frac{\omega_{GX}}{\omega_{p2}})$$

$$\approx -(90^\circ + 30^\circ) = -120^\circ \text{ (相位裕量 } 60^\circ \text{)}$$



$$\arctan(1 + j \frac{\omega_{GX}}{\omega_{p2}}) = 30^\circ, \text{ 得到 } \frac{\omega_{GX}}{\omega_{p2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 即 } \omega_{p2} = \sqrt{3}\omega_{GX} \approx 2\omega_{GX}$$

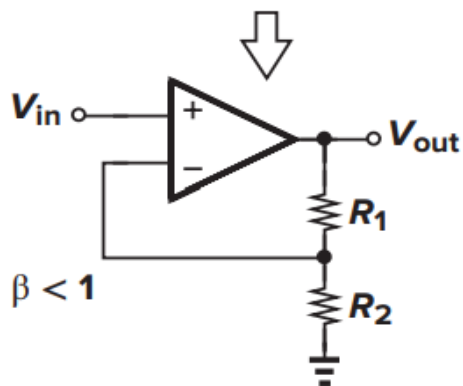
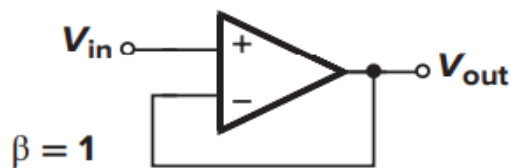
PM=60° 时增益交点GX频率 = (0.5~0.6) * 第2极点频率wp2（最小次极点）

波特图上环路增益斜率 = -20dB/十倍频;

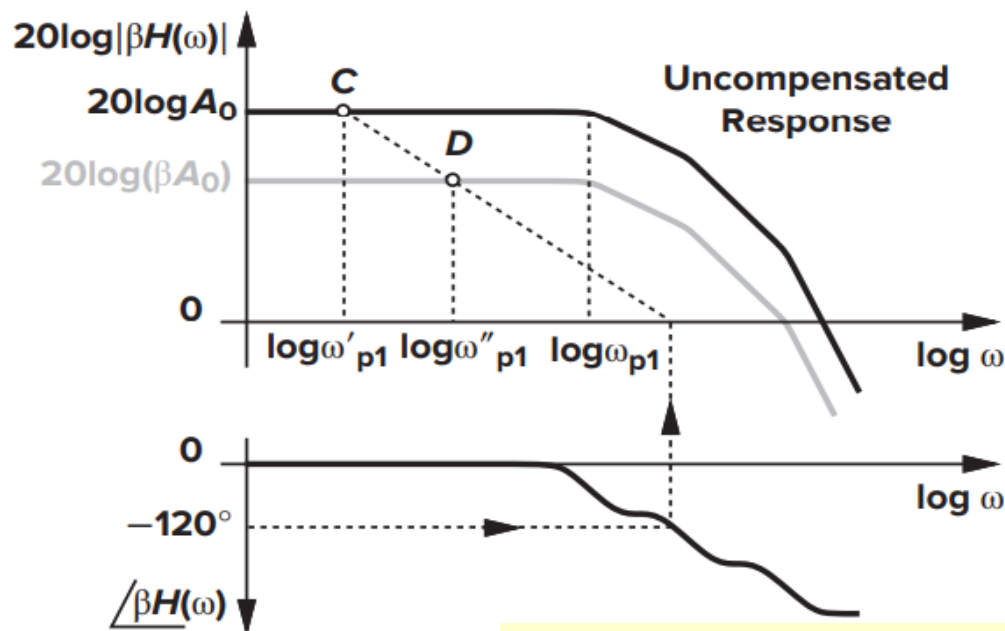
OP两个重要参数: 低频环路增益(与H的区别), 补偿后主极点频率



例 10.5 反馈系数小于1时的补偿



(a)



(b) 补偿后PM=60°，
环路增益的GX相位

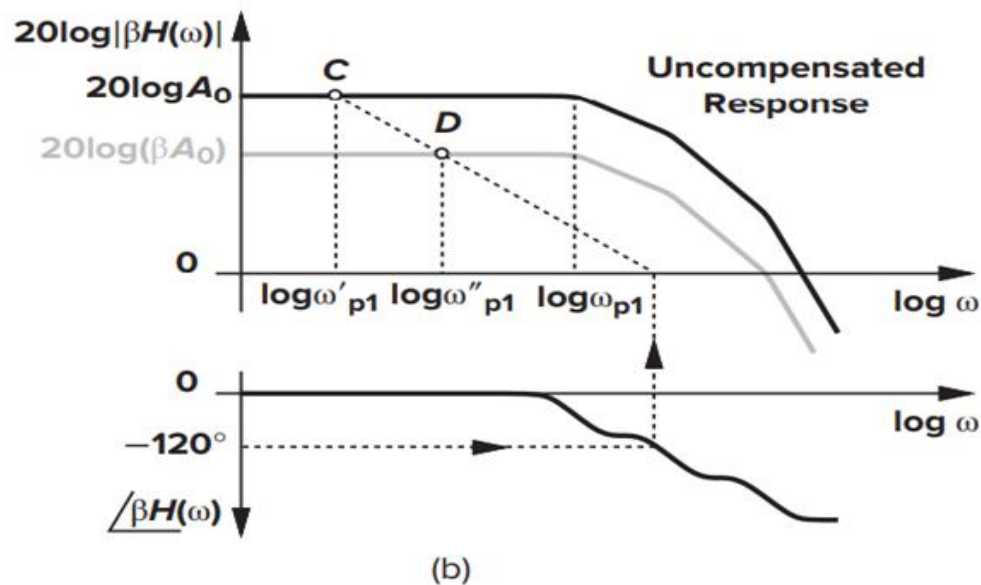
$\beta = 1$ 时，补偿将主极点 ω_{p1} 推向原点，减小为C点频率 ω'_{p1} ，
在 $\beta < 1$ 情况下，未补偿的环路增益下降了：

$$20 \lg A - 20 \lg \beta A = -20 \lg \beta,$$

主极点成为D点频率 ω''_{p1} 。



例 10.5（续） 反馈系数小于1时的补偿



设 $\beta=1$ 时补偿电容为 C_c 。

CD 段斜率(极点下降):
 $-20 \text{ dB} / \text{十倍频程} (1\text{g})$;

$$\frac{-20 \lg \beta}{\lg \omega''_{p1} - \lg \omega'_{p1}} = 20$$

$$\lg \omega''_{p1} - \lg \omega'_{p1} = \lg \frac{\omega''_{p1}}{\omega'_{p1}} = \lg \frac{1}{\beta}$$

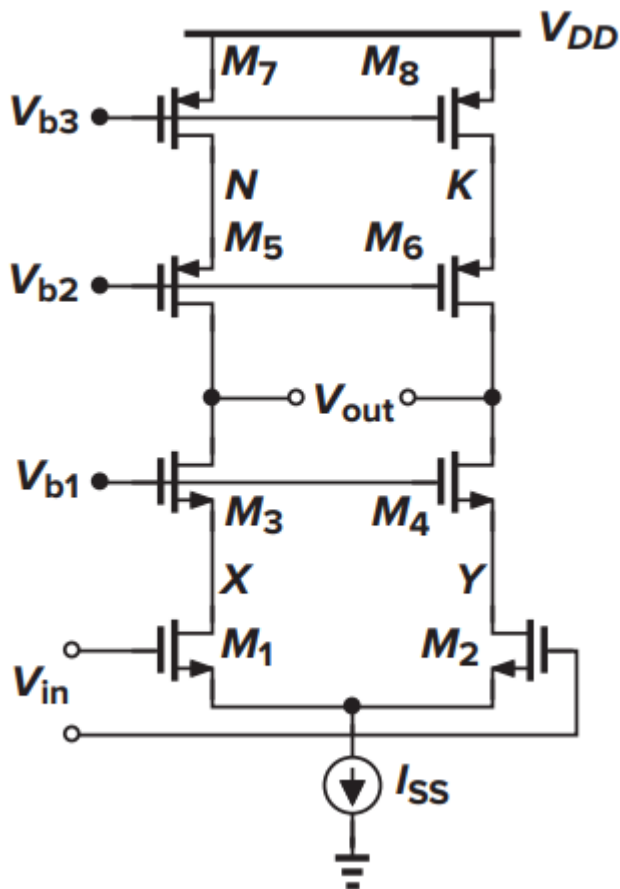
$$\therefore \frac{\omega''_{p1}}{\omega'_{p1}} = \frac{1}{\beta}, \quad \text{闭环增益} \approx \frac{1}{\beta} > 1, \text{ 补偿电容为 } \beta C_c, \text{ 减小}$$

可否直接将 H 设计得小一些？不行！

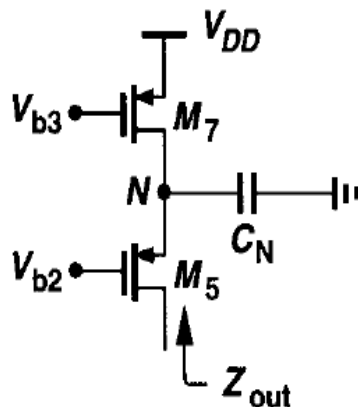
大的环路增益保证**闭环增益精度**，大的开环增益保证**闭环输入虚短**。



Fully differential telescopic cascode



负载电容不增加电路极点的个数（阶数），只改变输出极点的数值。



$$Z_N = r_{O7} || (C_N s)^{-1}$$

$$C_N = C_{GS5} + C_{SB5} + C_{GD7} + C_{DB7}$$

$$Z_{out} = (1 + g_{m5} r_{O5}) Z_N + r_{O5},$$

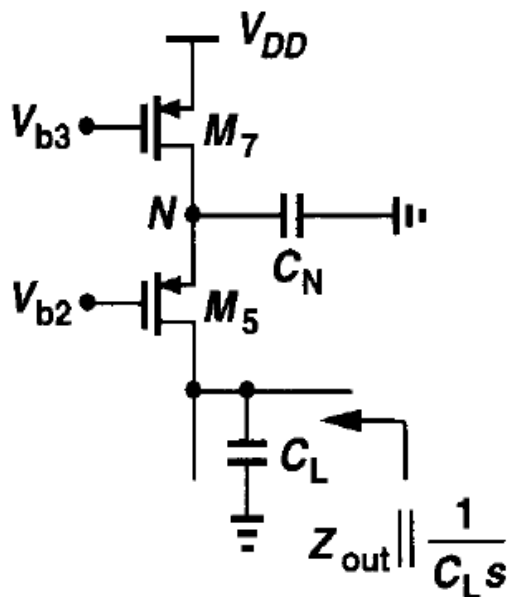
$$\approx (1 + g_{m5} r_{O5}) \frac{r_{O7}}{r_{O7} C_N s + 1}.$$

Figure 10.23 Fully differential telescopic op amp



Fully differential telescopic cascode (cont.)

信号路径上电路节点关联的独立电容数决定了传输函数对应的极点数



$$Z_{out} \parallel \frac{1}{C_L s} = \frac{(1 + g_{m5} r_{O5}) \frac{r_{O7}}{r_{O7} C_N s + 1} \cdot \frac{1}{C_L s}}{(1 + g_{m5} r_{O5}) \frac{r_{O7}}{r_{O7} C_N s + 1} + \frac{1}{C_L s}}$$

$$= \frac{(1 + g_{m5} r_{O5}) r_{O7}}{[(1 + g_{m5} r_{O5}) r_{O7} C_L + r_{O7} C_N] s + 1}$$

time constant: $(1 + g_{m5} r_{O5}) r_{O7} C_L + r_{O7} C_N$

图10.23中，全差动CASCODE运放的负载管（不是输入管，即不在信号路径上）M5~M8不会增加新极点！但会稍微降低输出极点频率值。但是，电流镜负载CASCODE运放由于有镜像极点（两支路相加引起），带宽比全差动CASCODE运放低。



10.5 Compensation of two-stage op amps

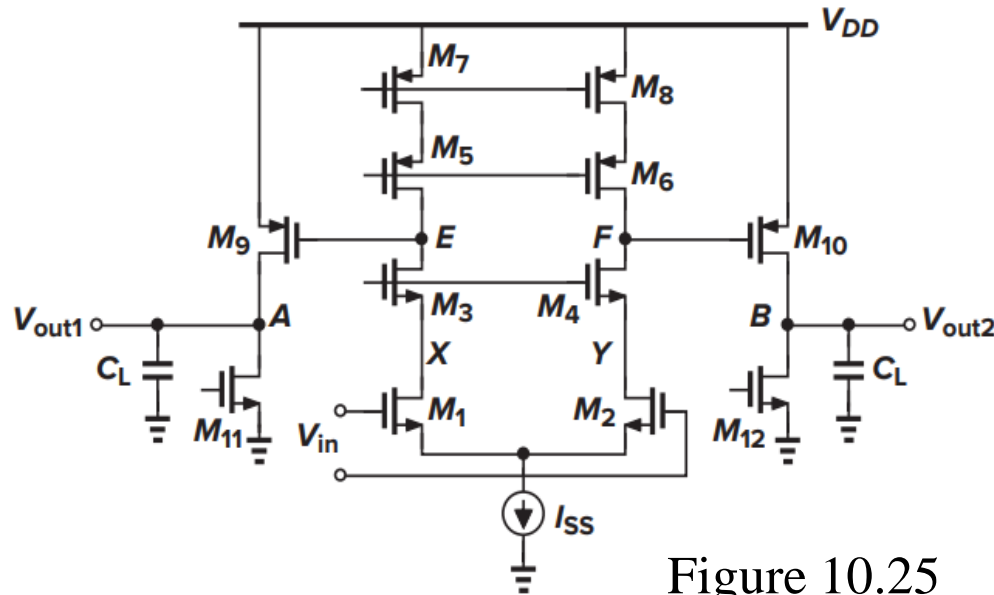


Figure 10.25

极点：X(Y)、E(F)、A(B)；
主极点：RC时间常数最大。
E节点或A节点，可能有双主极点。

电流源：M7,8、M11,12， I_{SS}

一个极点最大相移 -90° ；3极点电路构成负反馈系统时必然有某个频率相移 -180°

补偿是将主极点推向频率原点。
若 $PM > 45^\circ$ ，则环路增益（与开环H的区别？）第2极点频率大于补偿后的单位增益带宽

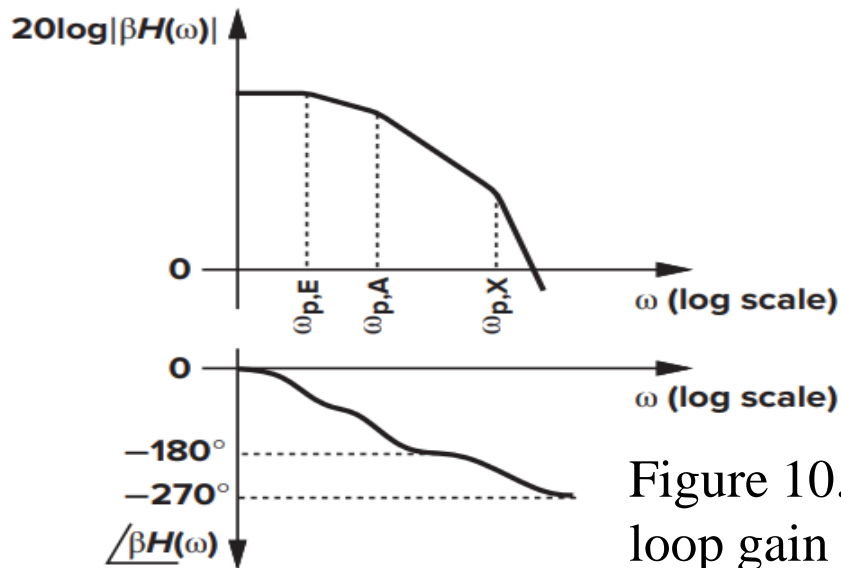


Figure 10.26 Bode plots of loop gain of two-stage op amp



Miller compensation: 减小片内电容

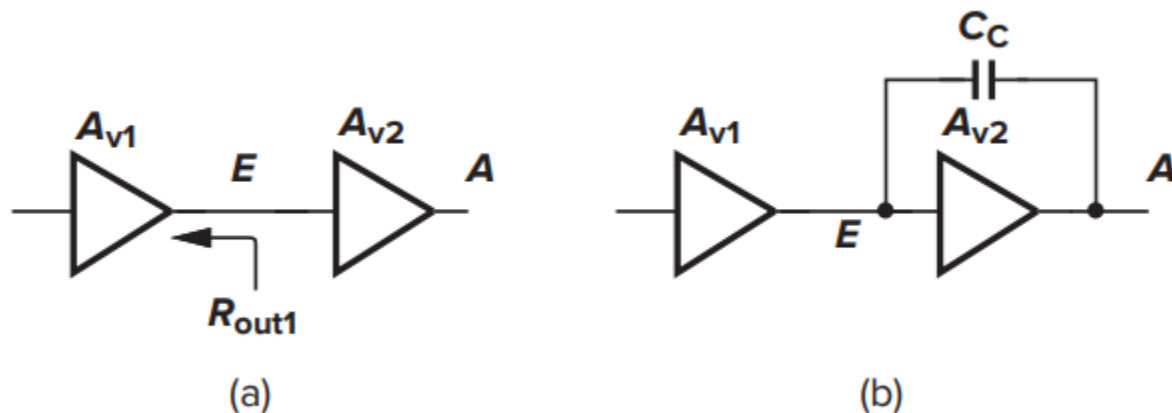


Figure 10.27 Miller compensation of a **two-stage op** amp

$$\text{时间常数} = R_{out1}[C_E + (1 + A_{v2})C_C]$$

A_{v2} 反向放大器。

密勒补偿方法只能用于2级放大器，要求第1级是高增益（**高输出阻抗**）放大器。

补偿 C_c 在内部预防闭环时不稳定，整个电路看成开环放大器 H 。

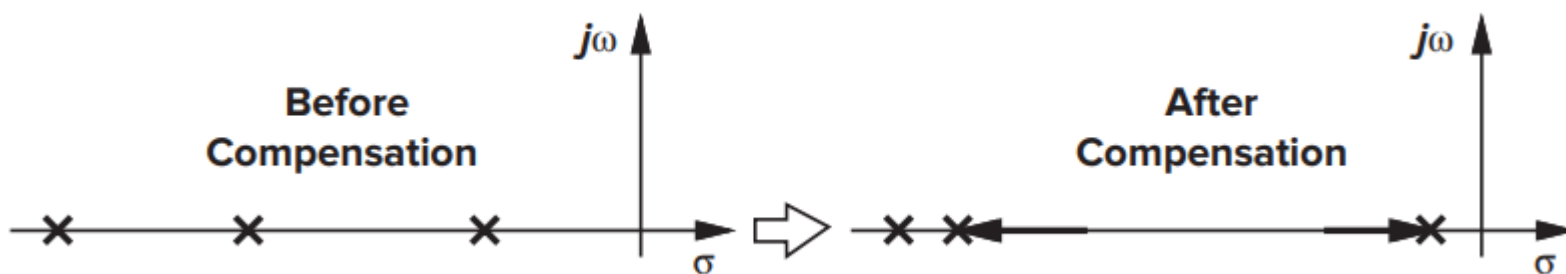


Figure 10.28 Pole splitting as a result of Miller compensation.

密勒补偿的附加优点：推高输出（第2）极点频率(相移 -135° ，增益交点 $G_X < P_X$)，有利于闭环稳定性



Miller compensation (续1)

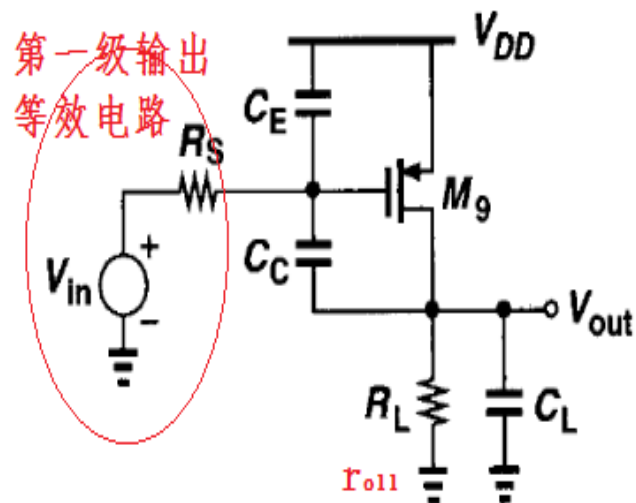
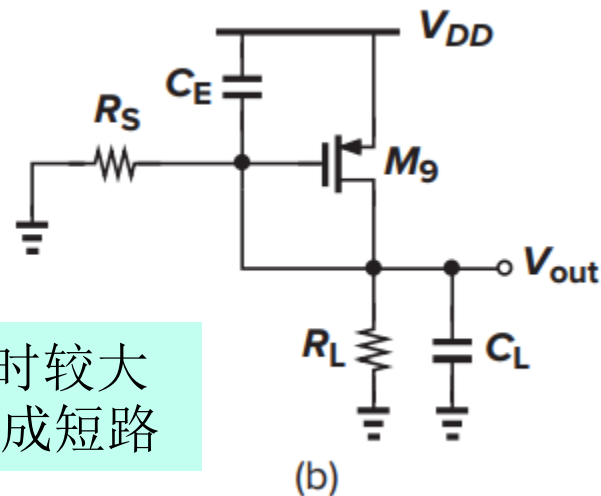


Figure 10.29

(a) Simplified circuit of a two-stage op amp,

(b) a rough model at high frequencies

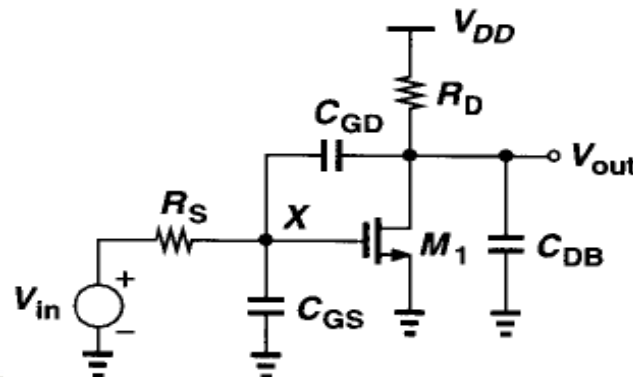


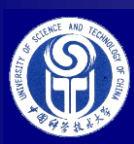
参考图10.25

$$R_S \approx g_{m3} r_{o3} r_{o1} \parallel g_{m5} r_{o5} r_{o7}$$

$$R_L = r_{o9} \parallel r_{o11}$$

NMOS和PMOS小信号等效模型相同。比较图6.13，并设主极点远小于次极点，则由式（6.35）与式（6.40）



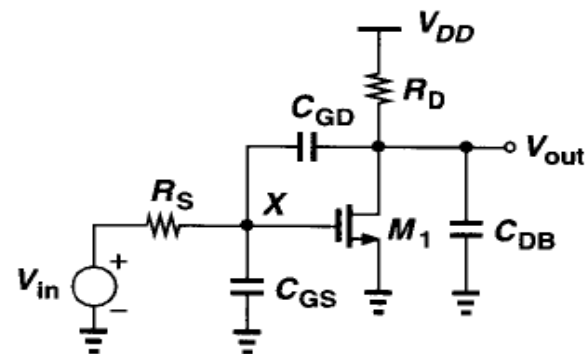


Miller compensation (续2)

对比:

$$\omega_{p1} \approx \frac{1}{R_S(1 + g_m R_D)C_{GD} + R_S C_{GS} + R_D(C_{DB} + C_{GD})} \quad (6.35)$$

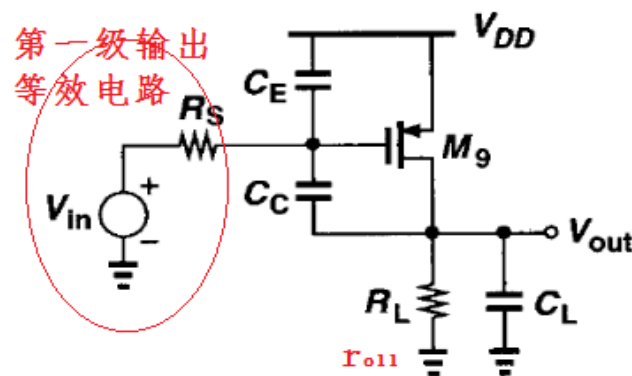
$$\omega_{p2} \approx \frac{R_S(1 + g_m R_D)C_{GD} + R_S C_{GS} + R_D(C_{DB} + C_{GD})}{R_S R_D(C_{GS} C_{DB} + C_{GS} C_{GD} + C_{GD} C_{DB})} \quad (6.40)$$

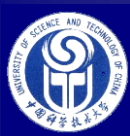


得到图10.29对应极点

$$\omega'_{p1} \approx \frac{1}{R_S[(1 + g_{m9} R_L)(C_C + C_{GD9}) + C_E] + R_L(C_C + C_{GD9} + C_L)} \quad (10.24)$$

$$\omega'_{p2} \approx \frac{R_S[(1 + g_{m9} R_L)(C_C + C_{GD9}) + C_E] + R_L(C_C + C_{GD9} + C_L)}{R_S R_L[(C_C + C_{GD9})C_E + (C_C + C_{GD9})C_L + C_E C_L]} \quad (10.25)$$

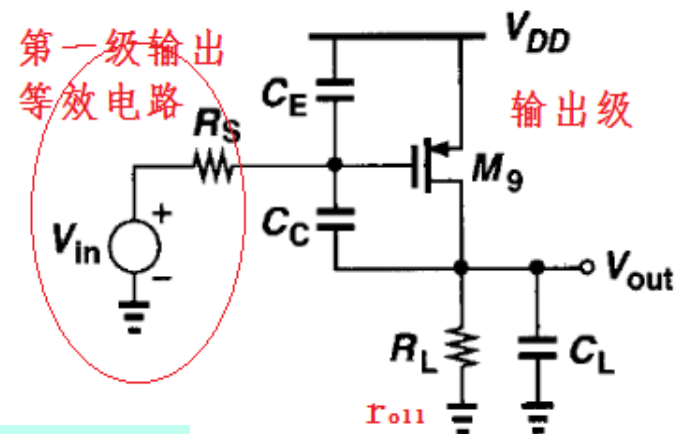




Comparing ω_{p2} before and after compensation

补偿（第1极点即主极点）前， $C_C=0$ ；
若 $PM > 45^\circ$ ，则开环第2极点角频率 $>$ 补偿后的单位增益角频率，即 $\omega_{p2} >$ 增益交点GX

补偿前输出极点 $\omega_{p2} \approx 1/(R_L C_L)$.



补偿后 $C_C + C_{GD9} \gg C_E$ ，可视为GD交流短路

$$\omega_{p2} \approx \frac{g_{m9}}{C_E + C_L} \approx \frac{g_{m9}}{C_L}$$

$$C_E \ll C_L$$

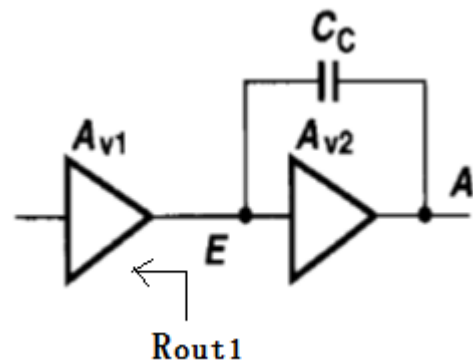
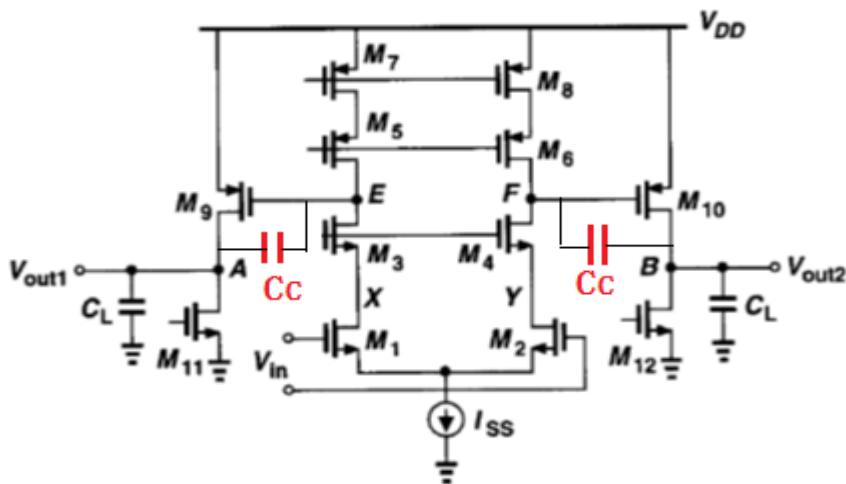
$$\text{补偿前后第2极点（次极点）改变} = \frac{g_{m9}/C_L}{1/R_L C_L}$$

$$= g_{m9} R_L = g_{m9} (r_{o11} || r_{o9}), \text{ 补偿后第2 极点角频率增大}$$

第2极点（次极点）相移 -135° ，GX $<$ ω_{p2} 。相当于GX减小，PM增大。



2级运放单位增益频率（高频）估算



$$PM = 180^\circ + \angle \beta H(\omega_{GX})$$

第一级： $A_{v1} = g_{m1} [R_{out1} \parallel 1/(A_{v2}sC_C)]$

总增益： $A_v = A_{v1}A_{v2}$

高频时（ ω_{GX} 一定为高频）： $A_v(s) \approx g_{m1} \frac{1}{A_{v2}sC_C} A_{v2} = \frac{g_{m1}}{sC_C}$

$s = j\omega_{GX}$ 时 $|A_v(\omega_{GX})| = 1$, 解得 $\omega_{GX} = \frac{g_{m1}}{C_C}$,

若有 $\beta < 1$, $|\beta A_v(\omega_{GX})| = |\beta \frac{g_{m1}}{\omega_{GX}C_C}| = 1$, 则得到 $\omega_{GX} = \beta \frac{g_{m1}}{C_C}$ 。PM增大



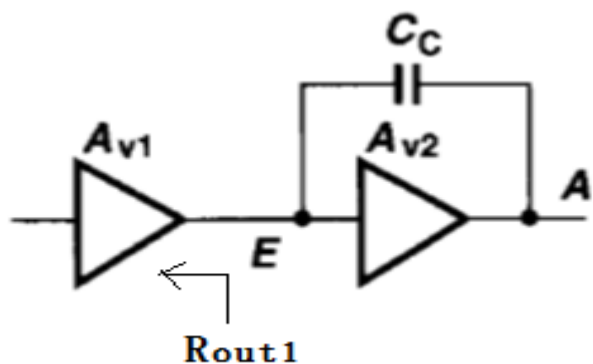
单位增益频率估算（续）

也有记单位增益角频率为 $\omega_u = \omega_{GX}$ ，

$$|A_v(\omega_u)| = 1, \quad \omega_u \approx \frac{g_{m1}}{C_c}, \quad f_u \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_c}$$

先前曾有结论：

若 $PM=60^\circ$ ，则单位增益角频率 = $(0.5 \sim 0.6) \times$ 第2极点（次极点）角频率；
稳定系统**开环**增益 H (=电压跟随器的环路增益)的单位增益频率即 GX ，一般应小于第2极点频率（设 $PM > 45^\circ$ ）



虽然 C_c 补偿电路本身是局部负反馈，补偿后整个运放应作为一个高增益**开环**放大器，构成负反馈信号处理应用电路，其中 C_c 不影响**闭环**增益，但影响转换速率（大信号）、**功耗**和稳定性。设计运放时要先确定 C_c 。



Effect of **zero** of transfer function

仅用密勒效应分析电路会丢失零点。

由第6章，参考图6.13和式（6.30）：

$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{-(g_m - C_{GD}s)R_D}{R_S R_D \xi s^2 + [R_S(1 + g_m R_D)C_{GD} + R_S C_{GS} + R_D(C_{DB} + C_{GD})]s + 1}$$

$$\xi = C_{GS}C_{DB} + C_{GS}C_{GD} + C_{GD}C_{DB} \quad (6.30)$$

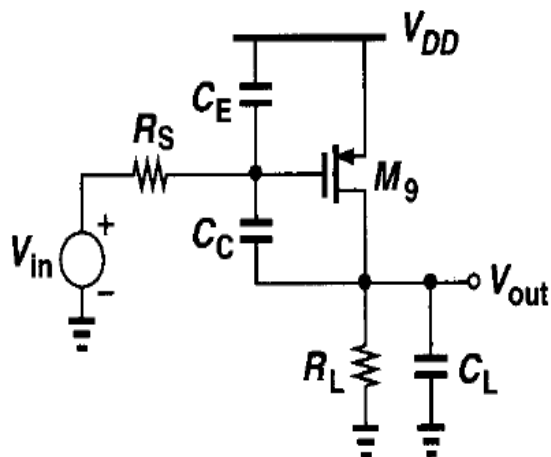
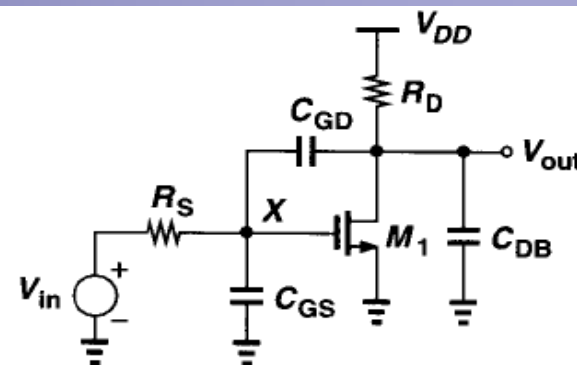


Figure 10.29

得到图10.29零点： $\omega_z = g_{m9}/(C_C + C_{GD9})$

零点表达式： $1 \pm \frac{s}{\omega_z}$ ，令=0，得到 ω_z ，

若 ω_z 结果为正值（s系数为-），

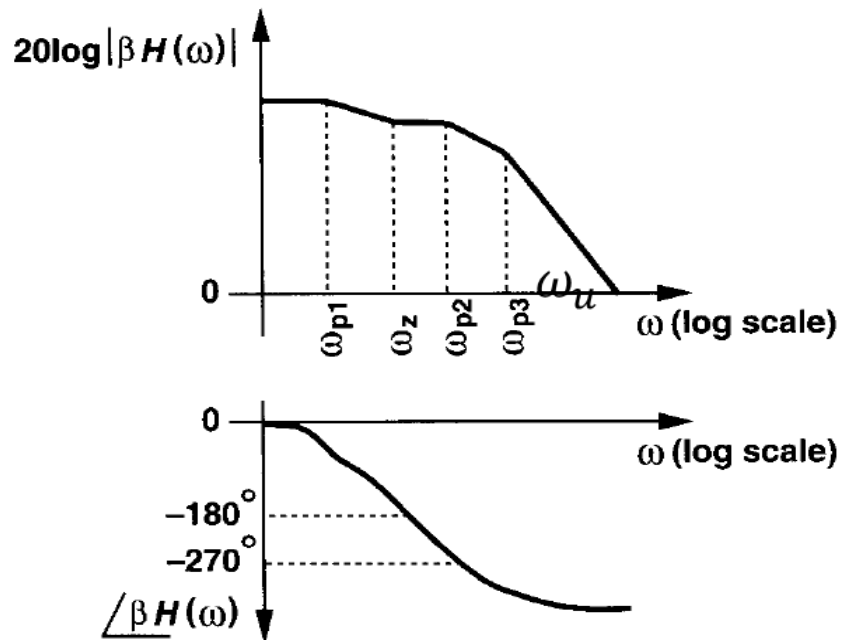
称为s复频域右半平面零点，相移为负（坏零点）；

若 ω_z 结果为负值（s系数为+），

称为s复频域左半平面零点，相移为正（好零点）。



零极点相位特性



S复频域有个**右半**平面零点，使得电路等同于**4阶**极点系统，闭环**可能**不稳定！

$$\text{单独 } C_c \text{ 补偿后 } \omega_{p2} \approx \frac{g_{m9}}{C_L},$$

C_c 很大，栅漏极高频交流短路。

$$\omega_z \approx \frac{g_{m9}}{C_c} \quad M_9 \text{ 漏电流与 } C_c \text{ 交变电流相等}$$

$$\text{单位增益频率 } \omega_u \approx \frac{g_{m1}}{C_c},$$

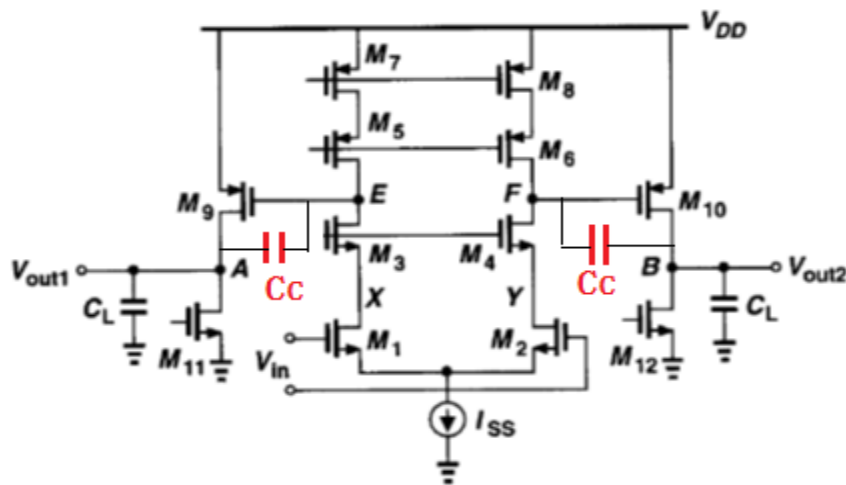
稳定：零点 $\omega_z > \omega_u$ ，即 $g_{m1} < g_{m9}$

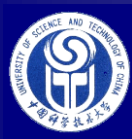
在零点（分子）频率处： $1 \pm j$ ，

相移 $\arctg(\pm 1) = \pm 45^\circ$

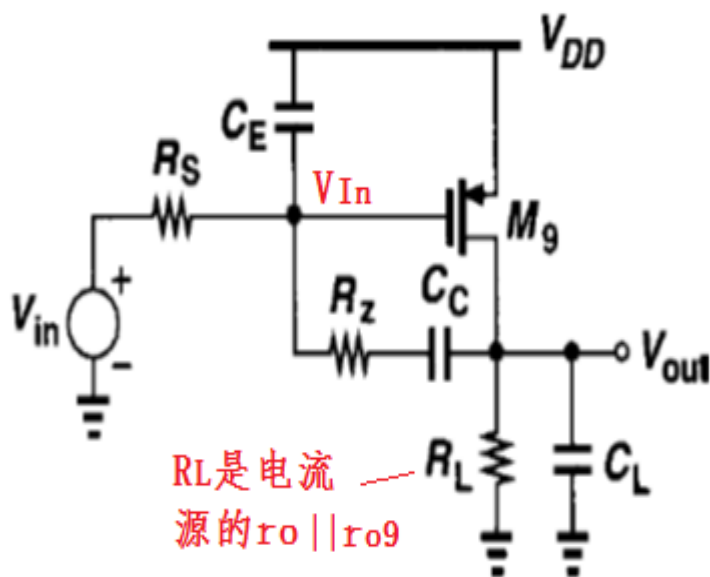
在极点（分母）频率处： $1+j$ ，

相移 $-\arctg(1) = -45^\circ$





Modify zero使相移变正



2条信号路径（一条必有电容）电流相等，或使输出电压不变时，得到零点角频率。

$$\frac{V_{in}}{R_Z + \frac{1}{s_Z C_C}} = g_{m9} V_{in}, \quad R_Z + \frac{1}{s_Z C_C} = \frac{1}{g_{m9}}$$

$$s_Z C_C = \frac{1}{\frac{1}{g_{m9}} - R_Z}, \quad \omega_Z = \frac{1}{C_C \left(\frac{1}{g_{m9}} - R_Z \right)}$$

$$\left(1 - \frac{s}{\omega_Z}\right) = "0"$$

使 $R_Z > g_{m9}^{-1}$ ，零点角频率 < 0 ，在s复频域左半平面

最好使s负半平面零点与第2极点相消

$$\frac{1}{C_C (g_{m9}^{-1} - R_Z)} = \frac{-g_{m9}}{C_L + C_E} = -\omega_{p2}$$

$$R_Z = \frac{C_L + C_E + C_C}{g_{m9} C_C} \approx \frac{C_L + C_C}{g_{m9} C_C}$$

真实电阻受温度影响，难以与 g_{m9} 倒数相关，可用线性区电阻替代

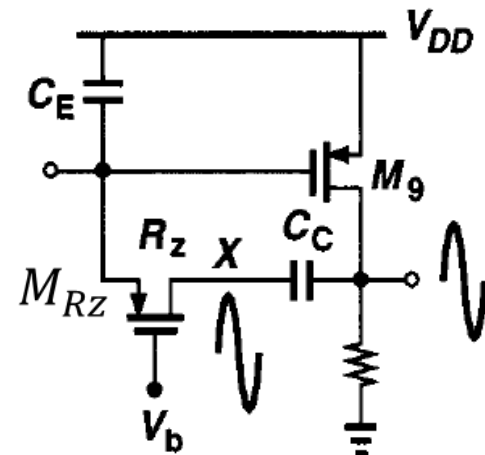


Difficulties in Modifying zero

零点抵消 ω_{p2} :
$$R_z \approx \frac{C_L + C_C}{g_{m9} C_C}$$

前提是 C_E 远小于 $C_L + C_C$

零极点抵消法需要 C_L 恒定，因此不适合开关电容电路



如何用线性区电阻替代 R_Z :

设置 V_b 使 M_{RZ} 的 $|V_{GS}| > |V_{TH}|$ ，则 M_{RZ} 自动工作在线性区！相当于小电阻。

输出变化很大时， M_{RZ} 导通电阻变化大，不好。

频率补偿是降低主极点(G_X 减小)，米勒效应（反馈）产生了零点，不是为了抵消极点而制造零点。米勒电容目的是降低电容值，并非必须使用。

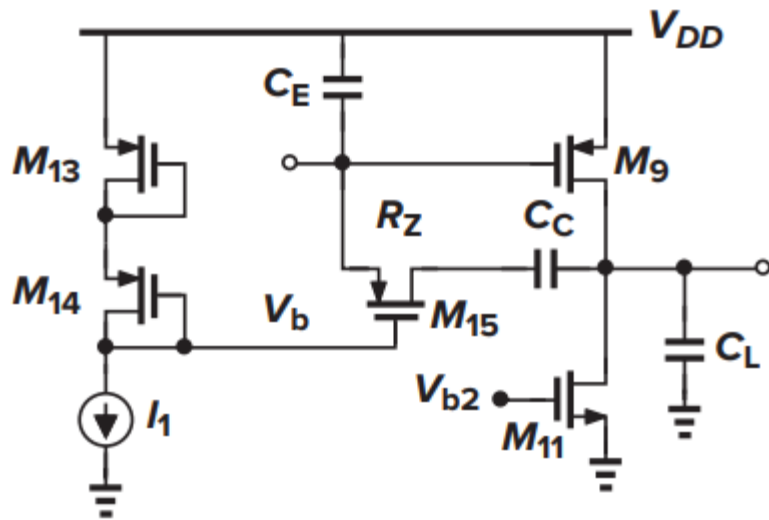
验证： R_Z 较小， C_C 高频短路：

$$\omega_{p2} = \frac{g_{m9}}{C_L}, \quad \omega_z = \frac{1}{C_C \left(\frac{1}{g_{m9}} - R_Z \right)}$$

$$= \frac{1}{C_C \left(\frac{1}{g_{m9}} - \frac{C_L + C_C}{g_{m9} C_C} \right)} = - \frac{g_{m9}}{C_L}$$



Generation of V_b



$$\omega_Z \text{ 抵消 } \omega_{p2}, \text{ 则 } R_Z = R_{on15} = \frac{C_L + C_C}{g_{m9} C_C}$$

根据 I_{D9} 选择 I_1 ($=I_{D14}=I_{D13}$)，偏置是小电流，输出级是大电流，使得有镜像效果：

$$V_{GS13} = V_{GS9}, \quad V_{GS15} = V_{GS14}$$

$$g_{m14} = \mu_p C_{ox} (W/L)_{14} (V_{GS14} - V_{TH14})$$

$$R_{on15} = 1/[\mu_p C_{ox} (W/L)_{15} (V_{GS15} - V_{TH15})]$$

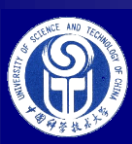
$$R_{on15} = g_{m14}^{-1} \frac{(W/L)_{14}}{(W/L)_{15}} = g_{m9}^{-1} \left(1 + \frac{C_L}{C_C} \right) \quad \omega_Z \text{ 抵消 } \omega_{p2}, M_{15} \text{ 自动线性区}$$

$$g_m = \sqrt{2\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} I_D}$$

$$(W/L)_{15} = \sqrt{(W/L)_{14}(W/L)_9} \sqrt{\frac{I_{D9}}{I_{D14}}} \frac{C_C}{C_C + C_L}$$

M_{13} (即 M_{14}) 和 M_9 为电流镜，

$$R_Z \propto \frac{1}{g_{m9}}, \quad \omega_Z \text{ 抵消 } \omega_{p2}$$



总结：不同的零点处理方法

若零点（角）频率很大，则无论正负，均视为无影响（高频时环路增益 < 1 ）

零点处理方案1：零点频率很大。

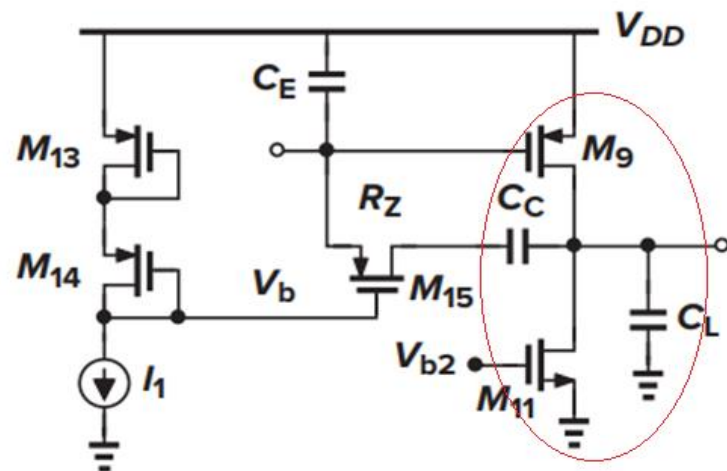
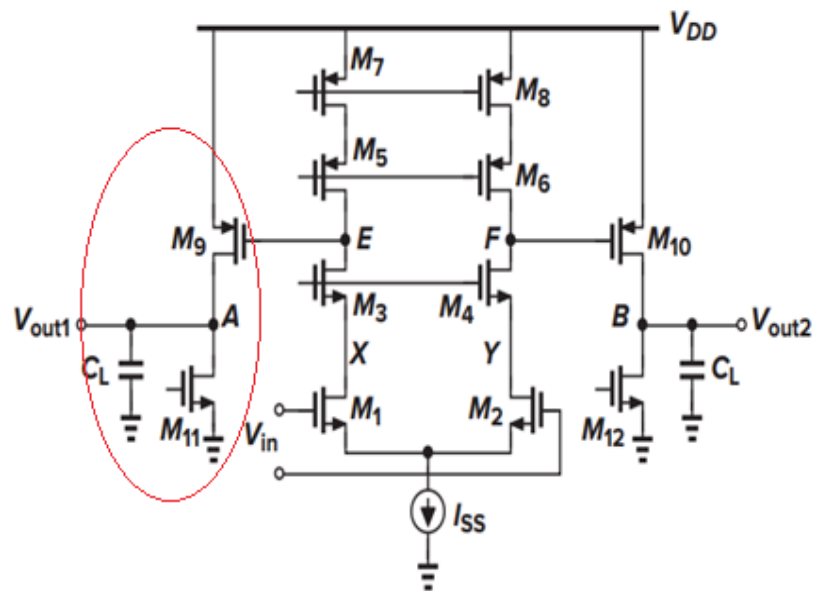
右下图中左半平面零点 $1 + \frac{S}{\omega_Z}$,

$$\text{这里 } \omega_Z \approx \frac{1}{C_C(R_Z - 1/g_{m9})}$$

令 $R_Z = 1/g_{m9}$ ，则 ω_Z 很大

当 $C_C + C_{GD9} \gg C_E$ 时：

$$\omega_{p2} \approx \frac{g_{m9}}{C_L + C_E} \approx \frac{g_{m9}}{C_L}$$





不同的零点处理方法(续)

零点处理方案2: 使 ω_z 抵消 $\omega_{p2} \approx \frac{g_{m9}}{C_L}$

MOS管电阻 $R_{on15} = \frac{C_L + C_C}{g_{m9}C_C}$, C_L 不变时可较精确地实现

$$\text{验证: } \omega_z \approx \frac{1}{C_C(R_z - \frac{1}{g_{m9}})} = \frac{1}{C_C(\frac{C_L + C_C}{g_{m9}C_C} - \frac{1}{g_{m9}})} = \frac{g_{m9}}{C_L}$$

零点处理方案3: 利用较大电阻 R_z , 零点分子项 $(1 + \frac{s}{\omega_z})$

例如, 取 $R_z = \frac{5}{g_{m9}} > \frac{1}{g_{m9}}$ (ω_z 前系数为+才能在 s 负半平面)

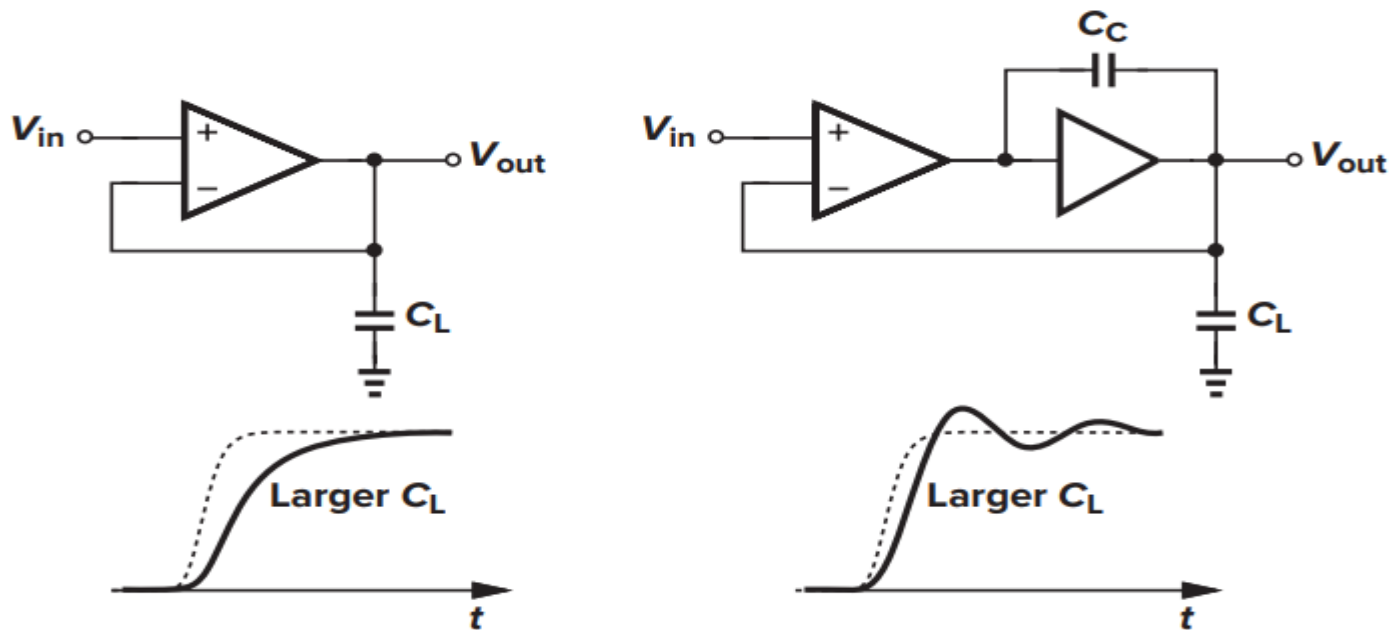
补偿支路电阻: $R_z = \frac{C_L + C_C}{g_{m9}C_C}$,

则 $C_C = \frac{C_L}{4}$, 优点是 C_C 较小, 缺点是可能补偿不够, PM 较小

$\omega_u = \omega_{GX} \approx \frac{g_{m1}}{C_C}$, C_C 小则 ω_u 大。只要 $\omega_u < \omega_{p2}$ 则 $PM > 45^\circ$



10.6 两级运放的转换速率



坏零点，
需改造

两级运放对负
载电容敏感

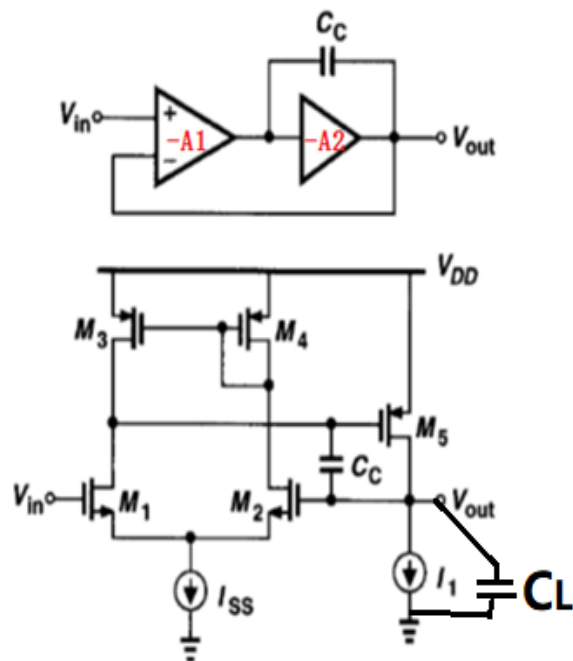
Figure 10.36 Effect of increased load capacitance on step response of one- and two-stage op amps.

一级运放的负载电容，使主极点向低频移动，有利于稳定性。
两级运放的负载电容，使次极点向低频移动，不利于稳定性。

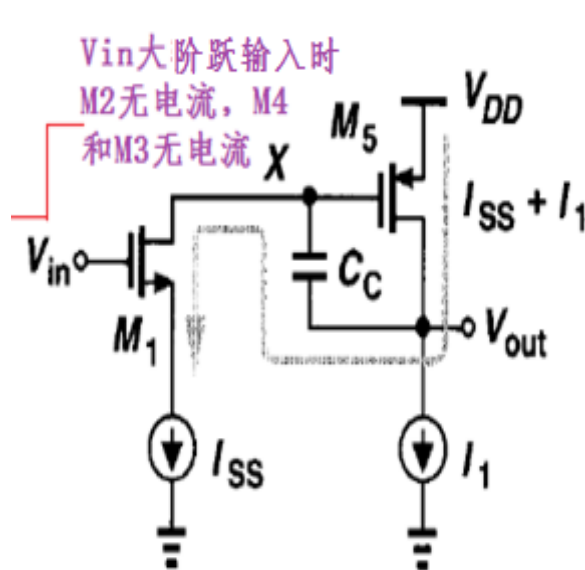
加载大幅度跃变输入信号时， V_{out} 端口电容的充放电导致存在转换速率的限制；采用瞬态仿真。



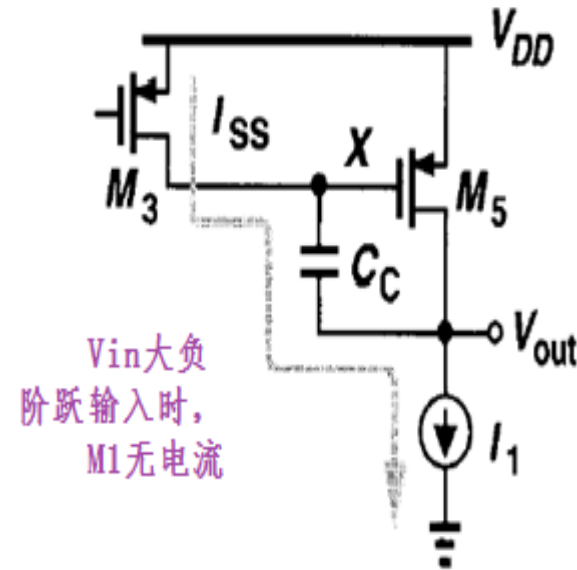
Slewing in two-stage op amps



X 信号变化很小，即虚拟地



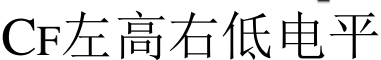
极端情况下 I_{SS} 对 V_{out} 充电，输出上升



极端情况下 I_{SS} 对 V_{out} 放电，输出下降

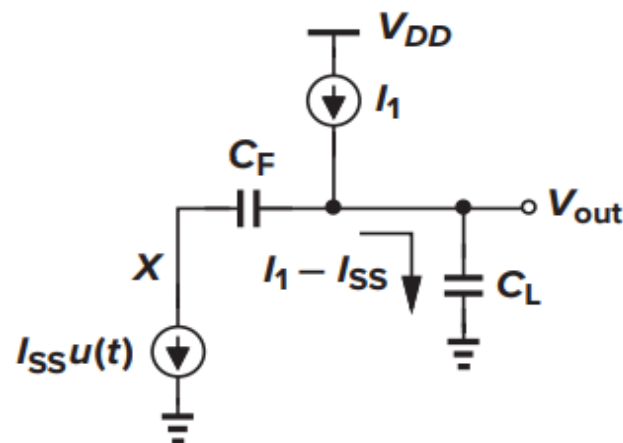
大幅度阶跃输入信号时，**初始(短)时间**内 V_{out} 变化量约为 $I_{SS} \cdot t / C_c$ ；
 C_c 影响转换速率 SR ， C_c 大则要求 I_{SS} 大；

V_{out} 上升时 $I_{D5} = I_1 + I_{SS}$ ，故输出管 M_5 宽度大，**输出支路电流大**；
实际设计中要考虑负载 C_L ，即 I_{D5} 和 I_1 能驱动 $C_L || C_c$ ，MOS 均保持在饱和区；
但转换速率 SR 应与负载 C_L 无关，为 I_{SS} / C_c ；**否则说明电路 M_5 和 I_1 设计过小。**



(a)

X虚地



若 $I_1 < I_{SS} + I_{SS}(C_L/C_F)$,
 M_{out} 截止 转换速率低

Figure 10.39 简化电路模型

加载大幅度跃变输入信号时， V_{out} 端口电容充放电导致存在转换速率。

图(a) **X交流虚地**，故 V_{out} 变化为负， C_L 放电，输出斜坡下降；

此时Mout管上ID电流 = $I_1 + I_{SS} + C_L dV_{out}/dt = I_1$ (恒流) + $I_{SS} + I_{SS}$ (C_L / C_F)

Vout斜率由CF充电速率确定 = I_{SS}/C_F 。

图(b) V_{out} 变化为正, C_L 充电, 输出斜坡上升;

Vout斜率由CF放电速率确定= I_{SS}/C_F 。

此时Mout管上ID电流 = $I_1 - I_{SS} - I_{SS} (C_L / C_F) > 0$,

结论: $I_1 = I_{SS} + I_{SS} (C_L / C_F) = M_{out}$ 漏极电流, 输出支路电流较大!



10.7 other compensation techniques

坏零点，
需改造

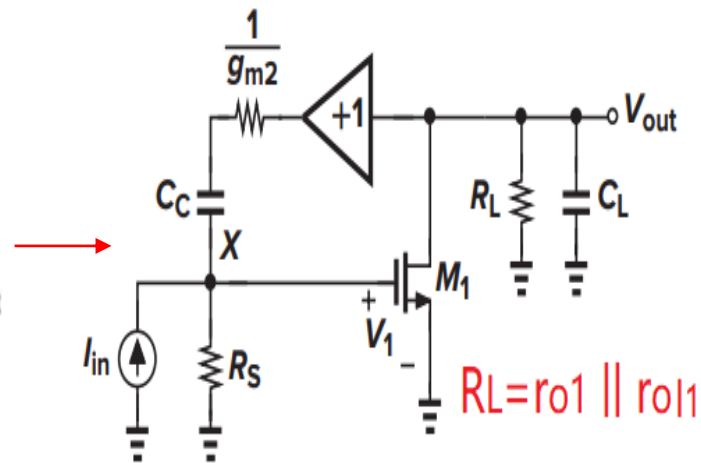
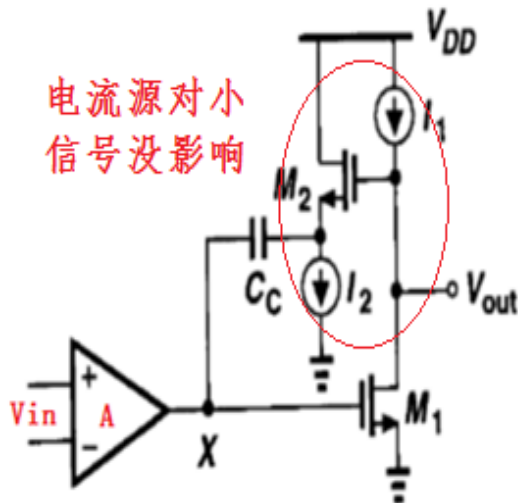
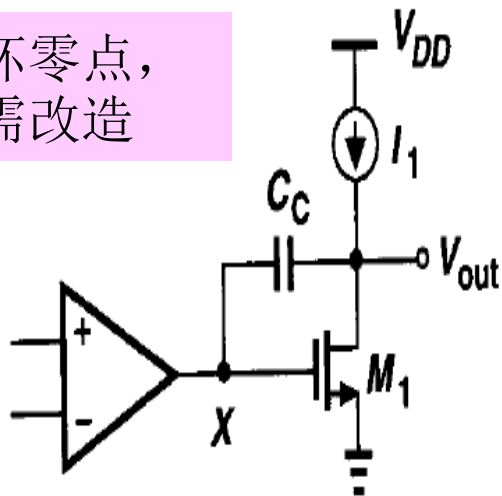


Figure 10.41 (a) Two-stage op amp with **right-half-plane zero** due to C_C ;
(b) addition of a source follower to remove the zero

Figure 10.42 Simplified equivalent circuit

图10.41(b)中， M_2 可能会限制 $V_{out} = V_{GS2} + V_{DSI2}$

输出级为V-C负反馈，
 R_s 为图10.41中A内的
输出阻抗， $I_{in} = A \cdot V_{in} / R_s$

图10.42中，令 $V_x = V_1$

$$-g_{m1}V_1 = V_{out} \left(\frac{1}{R_L} + sC_L \right)$$

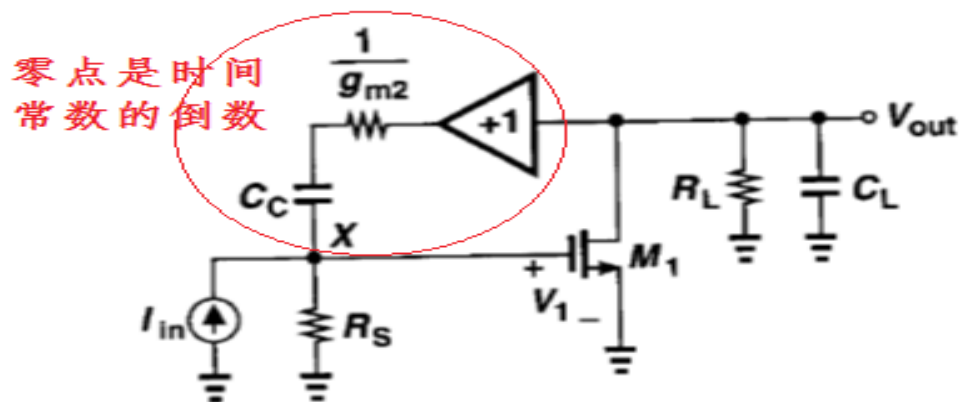
$$\therefore V_1 = -\frac{V_{out}}{g_{m1}R_L} (1 + sR_LC_L) \quad (10.39)$$



阻断补偿电容的前馈通路

$$\frac{V_{out} - V_1}{\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{C_C s}} + I_{in} = \frac{V_1}{R_S} \quad (10.40)$$

第2极点是高频， C_C 短路



$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m1} R_L R_S (g_{m2} + C_C s)}{R_L C_L C_C (1 + g_{m2} R_S) s^2 + [(1 + g_{m1} g_{m2} R_L R_S) C_C + g_{m2} R_L C_L] s + g_{m2}} \quad \text{s左半平面零点} \quad (10.41)$$

$$\because 1 + g_{m2} R_S \gg 1, \quad (1 + g_{m1} g_{m2} R_L R_S) C_C \gg g_{m2} R_L C_L$$

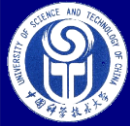
$$\omega_{p1} \approx \frac{g_{m2}}{g_{m1} g_{m2} R_L R_S C_C} \approx \frac{1}{g_{m1} R_L R_S C_C},$$

X点米勒效应进行极点近似估计

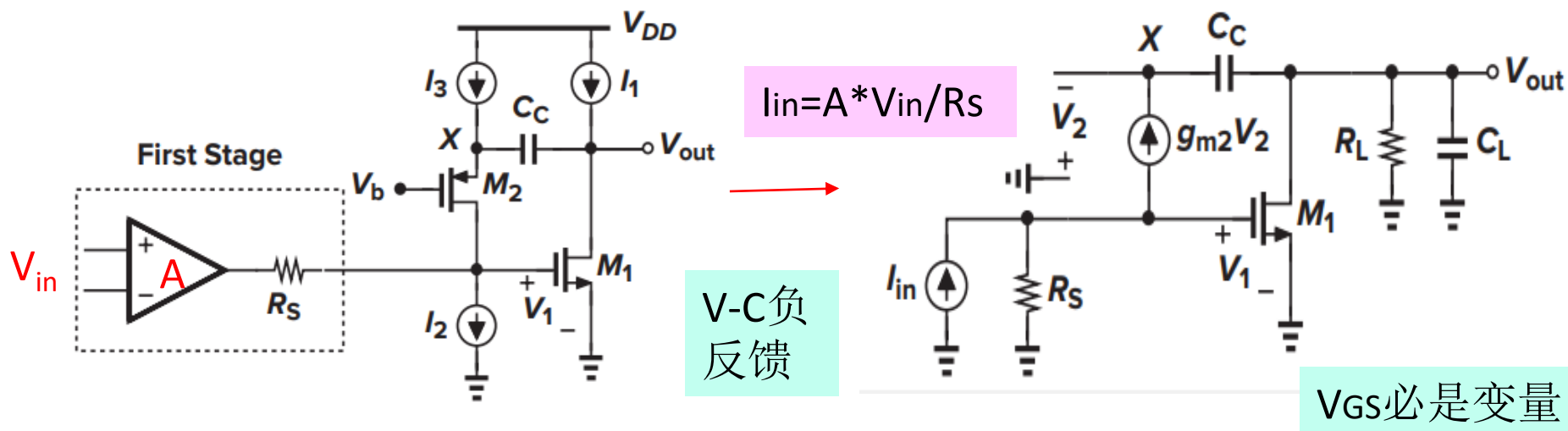
$$\omega_{p2} \approx \frac{g_{m1} g_{m2} R_L R_S C_C}{R_L C_L C_C g_{m2} R_S} \approx \frac{g_{m1}}{C_L}$$

输出极点（第2）补偿前 = $\frac{1}{R_L C_C}$

补偿后提高环路增益 $g_{m1} R_S$ 倍。



利用Cc进行直流工作点隔离：输出电平



右图 $V_{out} + \frac{g_{m2} V_2}{C_C s} = -V_2 \rightarrow V_2 = -V_{out} \frac{C_C s}{C_C s + g_{m2}}$

$$g_{m1} V_1 + V_{out} \left(\frac{1}{R_L} + C_L s \right) = g_{m2} V_2$$

$$I_{in} = V_1 / R_S + g_{m2} V_2.$$

$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m1} R_S R_L (g_{m2} + C_C s)}{R_L C_L C_C s^2 + [(1 + g_{m1} R_S) g_{m2} R_L C_C + C_C + g_{m2} R_L C_L] s + g_{m2}}$$

$I_2 = I_3$, 零点电流不变

(10.49)

各项 $1+s/w$ 形式



极点近似计算值与直观估计

(1) 近似计算得到主极点角频率（低频），第1级输出

$$\omega_{p1} \approx \frac{1}{g_{m1} R_L R_S C_C}$$

设主次极点远离；即分母 s 系数约为主极点时间常数。

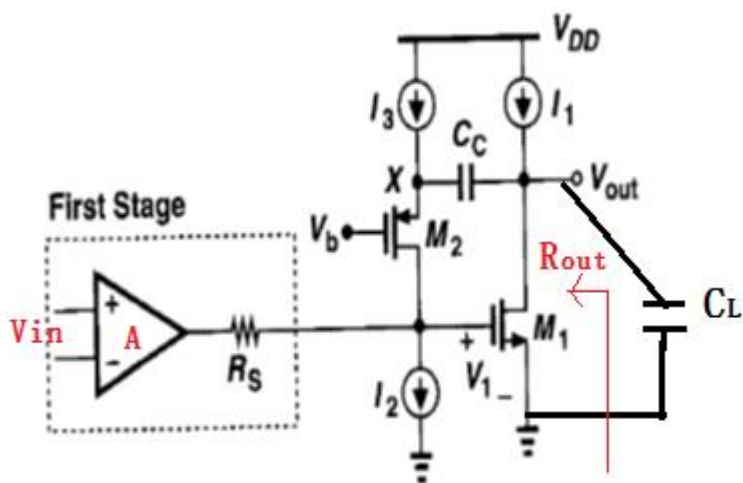
第2（次）极点角频率（高频）输出端

$$\omega_{p2} \approx \frac{g_{m2} R_S g_{m1}}{C_L}$$

通常有： $1 + g_{m2} R_S \gg 1$,
 $(1 + g_{m1} g_{m2} R_L R_S) C_C \gg g_{m2} R_L C_L$

第2（次）极点相比图10.41(b)增大 $g_{m2} R_S$ ，好！

(2) 主极点近似估计（密勒效应）：与上式 ω_{p1} 相同，物理意义；
 次极点（高频 C_C 短路）近似估计：V-C 负反馈减小输出阻抗，频率增大



环路增益 $= g_{m1} R_{out} * g_{m2} R_S$ ， I_2 电流源使 X 阻抗不是很小，开环 $R_{out} = ?$ C_C 高频短路。

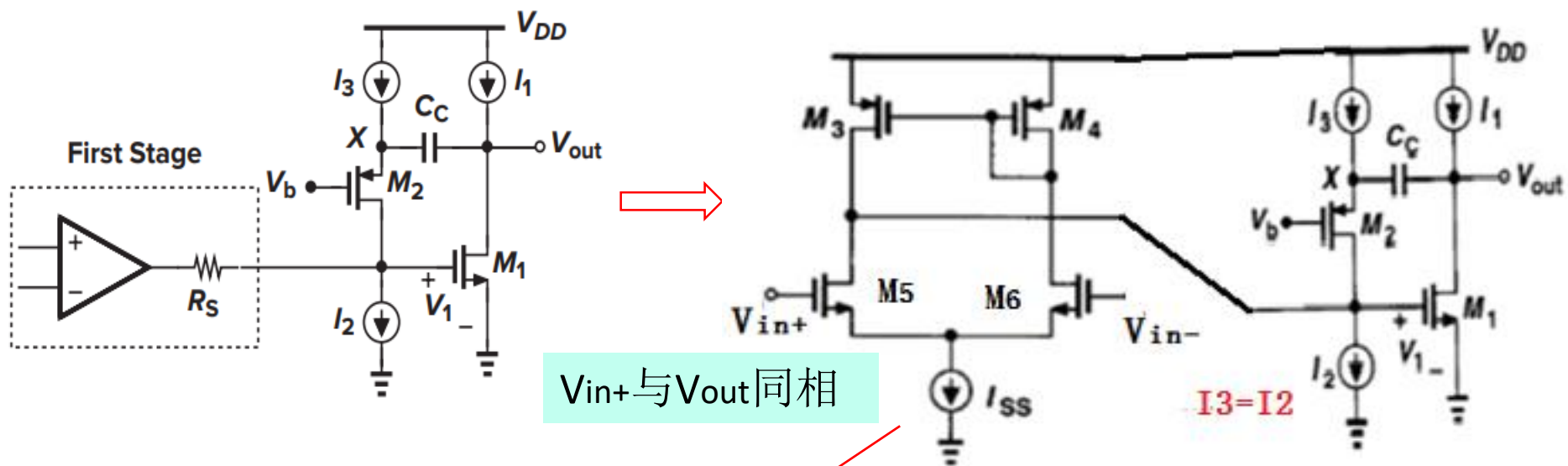
因此闭环输出阻抗 $= 1 / (g_{m1} g_{m2} R_S)$

输出节点关联的极点 = 时间常数倒数

$$\omega_{p2} = 2\pi f_{p2} = \frac{g_{m1} g_{m2} R_S}{C_L}$$

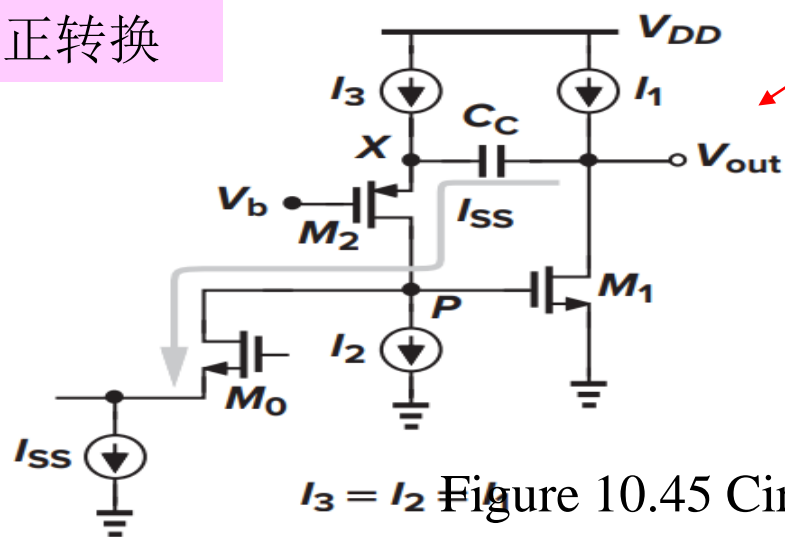


存在转换速率问题：电流源设置



V_{in+} 与 V_{out} 同相

正转换



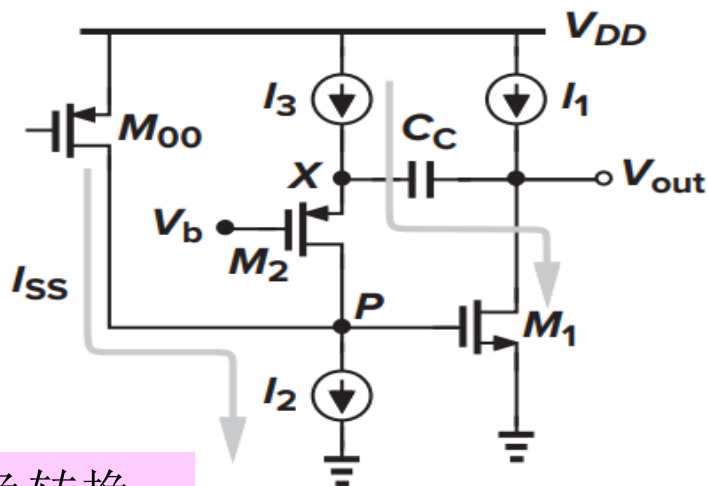
V_{in+} 有大的正阶跃输入时， V_{in-} 输入管 M_6 、和 M_4 、 M_3 均截止
上图 M_5 等于左图 M_0 。

输出支路 $I_1 \geq I_{SS} + I_{D1}$ （与 C_L 有关），否则， V_P 下降使 M_1 电流减少，将导致 M_1 关断，或 M_0 及尾电流源进入线性区

Figure 10.45 Circuit of
(a) positive slewing



存在转换速率问题（续）：电流源设置

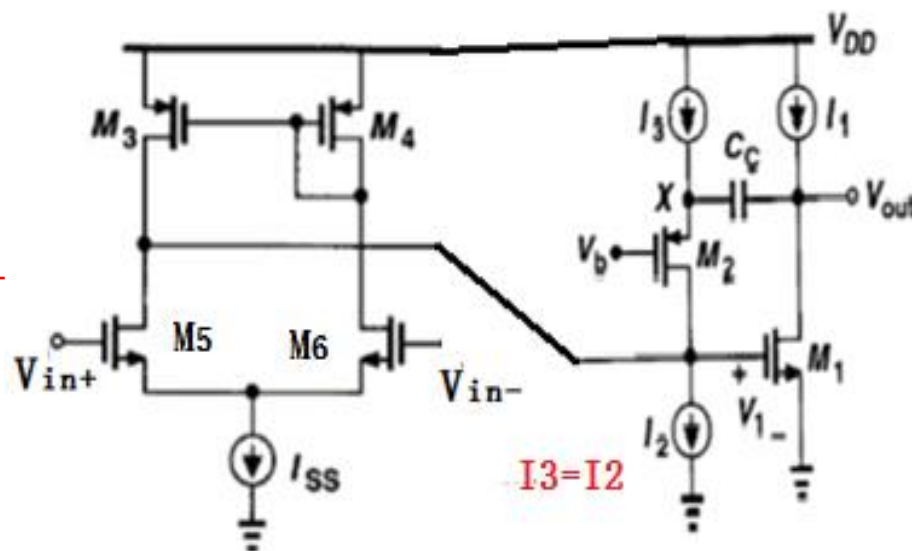


负转换

$$I_3 = I_2 = I_1$$

(b)

Figure 10.45 Circuit of **negative** slewing



$$I_3 = I_2$$

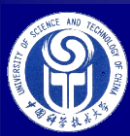
正负转换速率相等：

$$I_2 = I_3 = I_{SS}$$

实际电路因有负载电容 C_L ， I_1 较大！

V_{in+} 有大的**负**阶跃输入时， V_{in+} 输入管 M_5 截止。
 M_6 、 M_4 和 M_3 导通。
上图 M_3 为左上图 M_{00}

要求： $I_2 = I_{SS}$, $I_{D1} = I_{SS}$ (I_{D1} 不是 I_1) ,此时左图 M_2 断开， P 看作虚地；
 $I_{D1} = I_1 + I_{SS}$ （实为 I_3 ） $\geq 2 I_{SS}$ ， M_1 管电流大，因此宽度 W_1 大。



针对cascode 2级OP的相位补偿

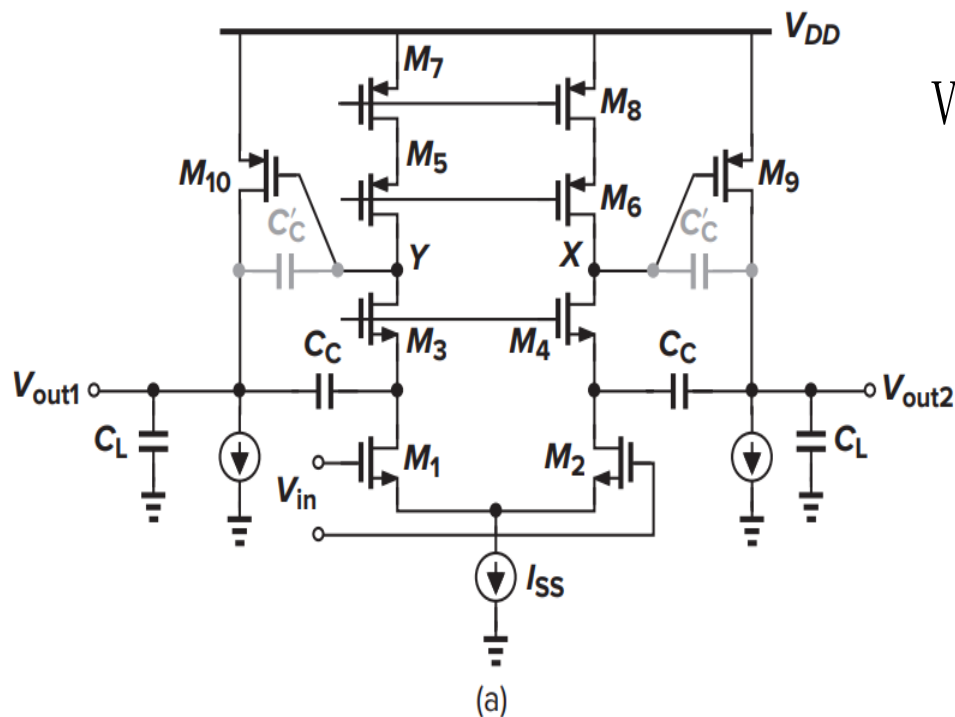
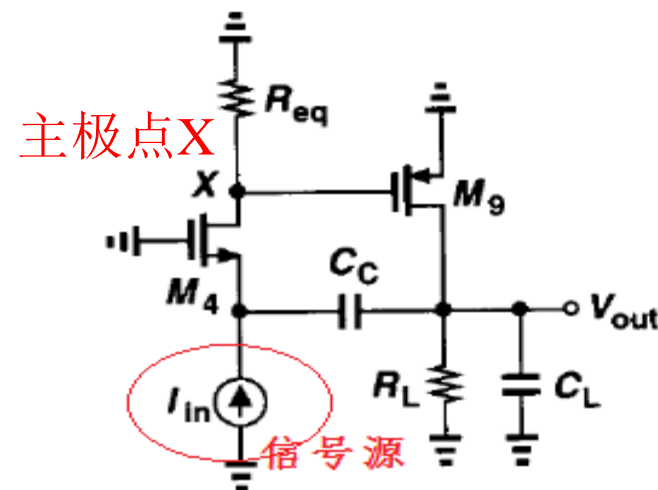


Figure 10.46 (a) Alternative method of compensating two-stage op amps

极点：与输入无关，信号路径上节点的RC倒数估算；

零点：信号通路上有2条与频率相关的支路，电流相等。

V-C反馈, $I_{in} = g_{m1} \frac{V_{in}}{2}$, 并联电阻 r_{o1}



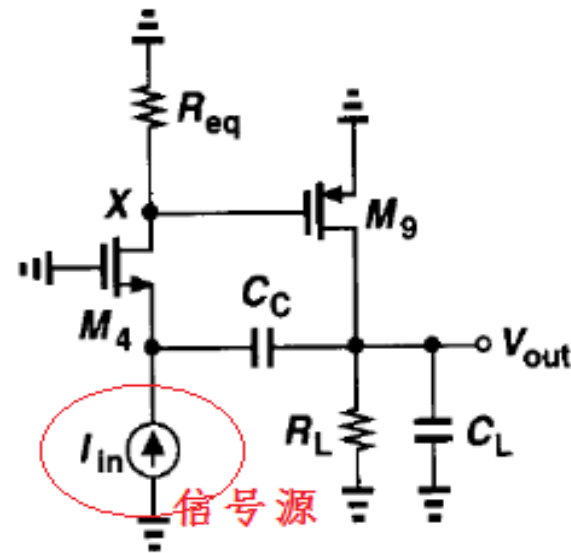
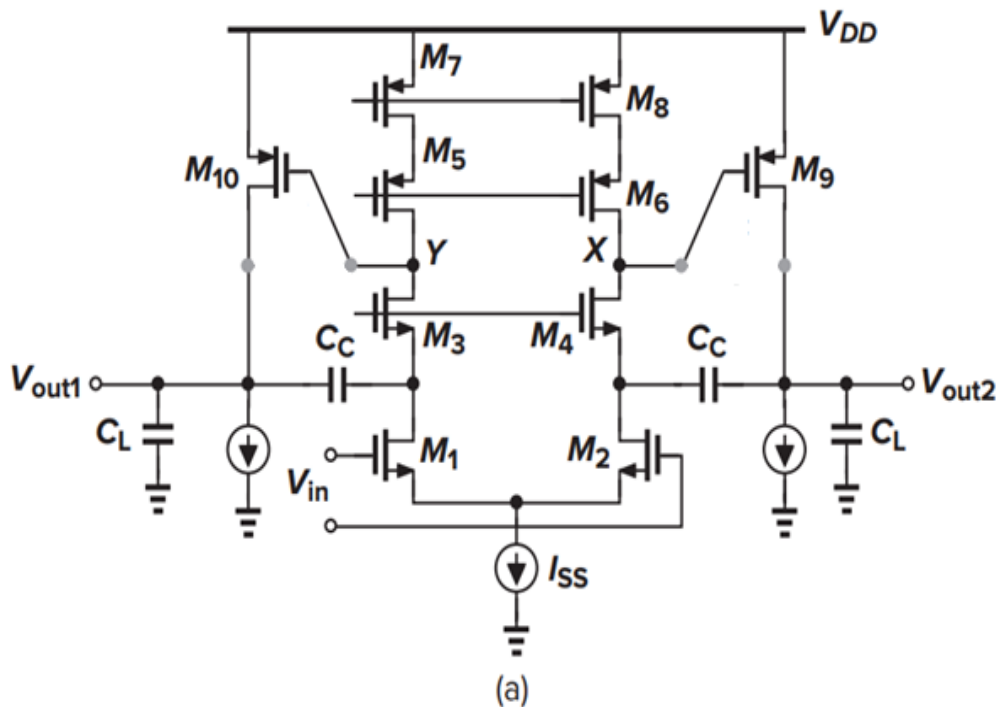
(b) simplified equivalent circuit.

第1级放大器输出阻抗：

$$R_{eq} = g_{m6} r_{o6} r_{o8} \parallel g_{m4} r_{o4} r_{o2}$$



针对cascode 2级OP的相位补偿(续)



$$R_{eq} = g_{m6} r_{o6} r_{o8} \parallel g_{m4} r_{o4} r_{o2}$$

$$\text{主极点 } \omega_{p1} = \frac{1}{R_{eq} g_{m9} R_L C_C}$$

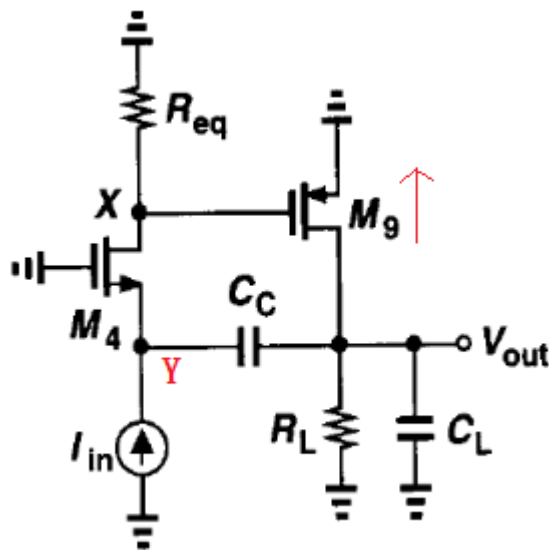
只能在信号通道上负反馈，但与输入信号不是直接相减

次极点在高频， C_C 视为短路， $\frac{1}{g_{m4}}$ 很小；

$$\text{补偿电路（闭环）环路增益} = g_{m4} R_{eq} g_{m9} R_L$$



计算零极点



$$V_{out} \text{ 节点: } g_{m9}V_X + V_{out}(R_L^{-1} + SC_L) + (V_{out} - V_Y)SC_C = 0$$

$$Y \text{ 节点: } I_{in} - g_{m4}V_Y + (V_{out} - V_Y)SC_C = 0$$

$$X \text{ 节点: } \frac{V_X}{R_{eq}} - g_{m4}V_Y = 0$$

4变量 ($I_{in}, V_{out}, V_X, V_Y$) , 3方程。



计算零极点（续）

$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-(g_{m4}g_{m9}R_{eq} - sC_C)}{C_C C_L s^2 + (g_{m4}g_{m9}R_{eq} + R_L^{-1})sC_C + g_{m4}s(C_C + C_L) + R_L^{-1}g_{m4}}$$

$$\approx -R_{eq}g_{m9}R_L \times \frac{1 - \frac{s}{g_{m9}(g_{m4}R_{eq})}}{g_{m4}^{-1}R_L C_C C_L s^2 + R_{eq}g_{m9}R_L C_C s + 1}$$

零点角频率很大，
增大 $g_{m4}R_{eq}$ 倍，不
影响稳定性

$$= -R_{eq}g_{m9}R_L \times \frac{1 - \frac{s}{\omega_Z}}{\frac{s^2}{\omega_{p1}\omega_{p2}} + \frac{s}{\omega_{p1}} + 1}$$

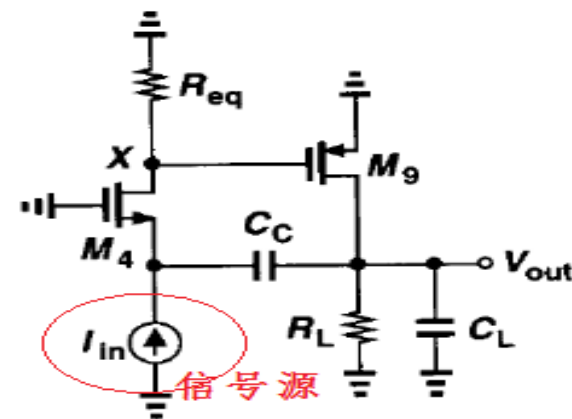
电路如何改造为s左半平面负零点？

$$\text{环路增益} = g_{m4}R_{eq}g_{m9}R_L$$

由此得到：（高频 C_C 短路）

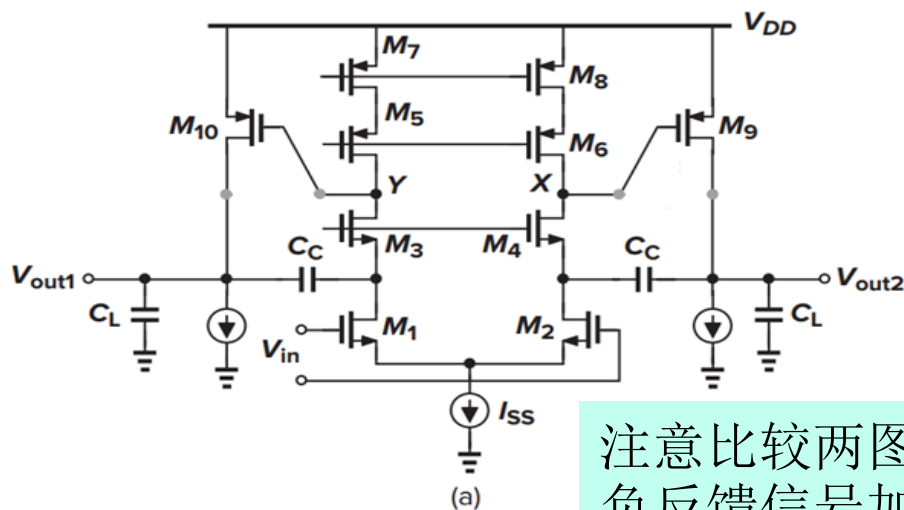
$$\text{主极点X: } \omega_{p1} = \frac{1}{R_{eq}g_{m9}R_L C_C}, \quad C_C \text{密勒效应}$$

$$\text{次极点（}C_C\text{短路）输出端: } \omega_{p2} = \frac{g_{m4}g_{m9}R_{eq}}{C_L}$$

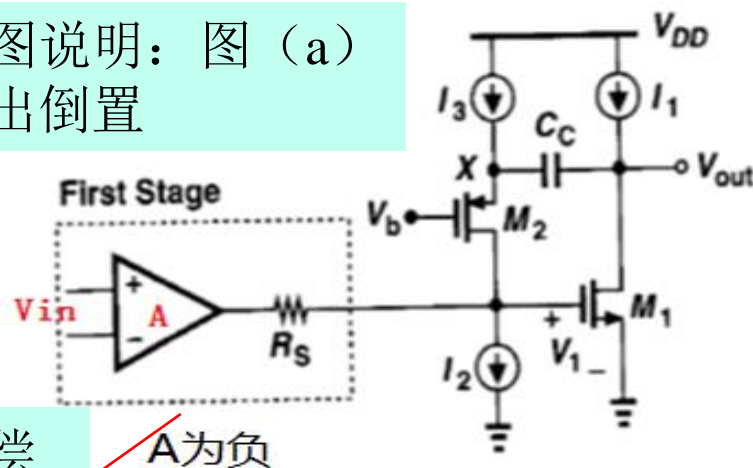




电路改造为s左半平面负（好）零点

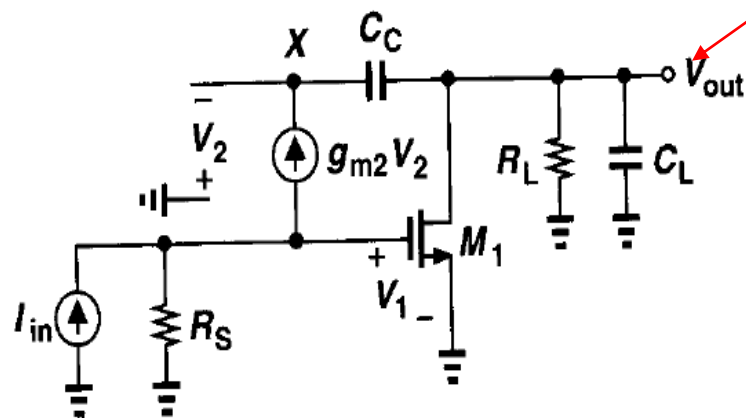


借图说明：图（a）
输出倒置



(a) 原电路有s右半平面（坏）零点

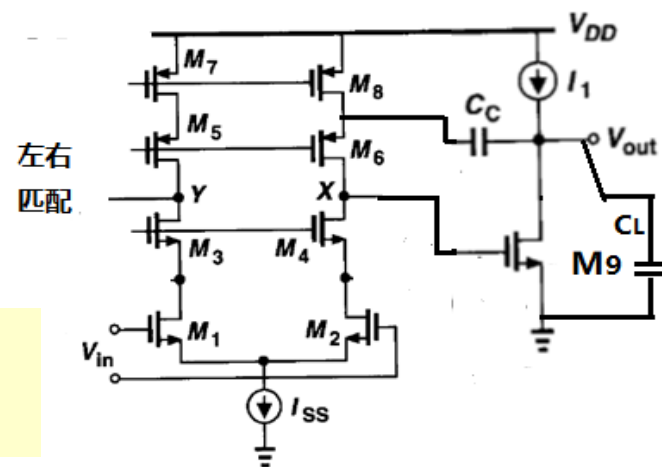
(b) 改进输出电路（半边），
使有s左半平面（好）零点



(c) 图(b)简化电路

图（c）和(d)
融合，
 $M1c=M9d$,
 $M2c=M6d$

(d) 图(b) 负载
电容实际电路





电路改造为s左半平面负零点（续）

对照式10.49，可得

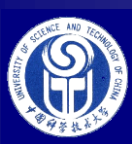
$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m9}R_S R_L g_{m6} \left(1 + \frac{s}{g_{m6} / C_C}\right)}{R_L C_C C_L s^2 + [(1 + g_{m9}R_S)g_{m6}R_L C_C + C_C + g_{m6}R_L C_L]s + g_{m6}}$$

$$\approx \frac{-g_{m9}R_S R_L \left(1 + \frac{C_C s}{g_{m6}}\right)}{g_{m6}^{-1} R_L C_C C_L s^2 + g_{m9}R_S R_L C_C s + 1}$$

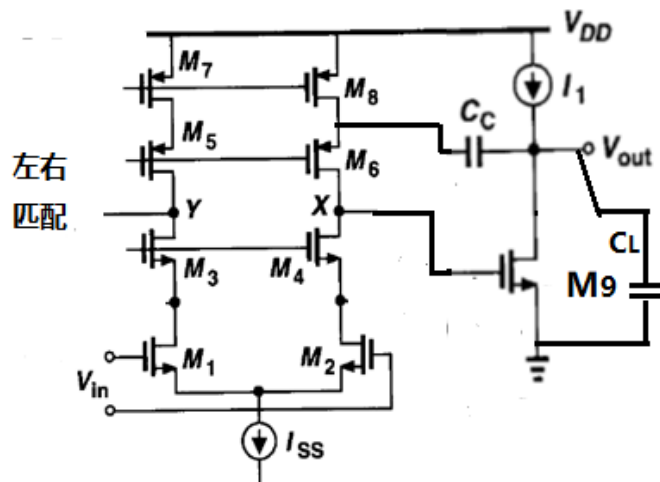
式中 $I_{in} = \frac{V_{in} A}{R_S}$, $R_S \approx g_{m4} r_{o4} r_{o2} || g_{m6} r_{o6} r_{o8}$, 环路增益 = $g_{m6} R_S g_{m9} R_{out}$

主极点 $\omega_{p1} \approx \frac{1}{g_{m9} R_S R_L C_C}$, 次极点 $\omega_{p2} \approx \frac{R_S g_{m6} R_S}{C_L}$ 输出阻抗减小

s左半平面正相移零点 $\omega_Z = g_{m6} / C_C$, $\frac{1}{\omega_{p1} \omega_{p2}} = g_{m6}^{-1} R_L C_C C_L$



电压增益



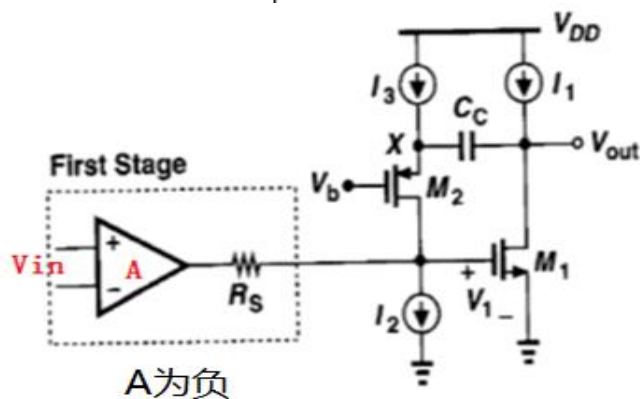
未计第1级OP 中信号路径中的次要极点

$$\frac{V_{out}}{I_{in}} \approx \frac{-g_{m9} R_S R_L (1 + \frac{S}{\omega_Z})}{(1 + \frac{S}{\omega_{p1}}) (1 + \frac{S}{\omega_{p2}})}$$

式中: $I_{in} = \frac{V_{in} A}{R_S}$,

A 为第1级 OP 增益

$$= g_{m1} (g_{m4} r_{o4} r_{o2} \parallel g_{m6} r_{o6} r_{o8})$$



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{R_S I_{in} / A} \approx \frac{A}{R_S} \times \frac{-g_{m9} R_S R_L (1 + \frac{S}{\omega_Z})}{(1 + \frac{S}{\omega_{p1}}) (1 + \frac{S}{\omega_{p2}})} = \frac{-A g_{m9} R_L (1 + \frac{S}{\omega_Z})}{(1 + \frac{S}{\omega_{p1}}) (1 + \frac{S}{\omega_{p2}})}$$



本章要点

- 只有反馈电路才有稳定性问题；
- 增益交点和相位交点的定义，稳定系统两者之间的关系: $G_X < P_X$ ；
- 相位裕度的定义， 60° 相位裕度最佳值仅对小信号有意义；
- 负反馈系数对稳定性的影响（弱反馈有利）；
- 频率补偿的做法，**补偿在主极点**！对环路增益的作用，为什么不能直接将开环增益做小一点？（闭环精度、输入虚短）
- 两级运放中，可采用将S域右半平面（坏）零点移到很高频率减小对稳定性的影响。更好的方法是将左半平面（好）零点与第2极点抵消，如何实现？若近似抵消如何实现？有何好处和不足？
- 主极点密勒补偿是为了减小片内电容；
- 运算放大器主极点、第2（次）极点的确定，有密勒补偿电容时的极点估算，第2极点（高频） C_c 交变信号短路；
- 密勒补偿电容如何影响运放电路（仅适合2级运放：增益级和输出级）的高频增益、单位增益角频率，结合输出压摆率（或转换速率）如何影响**尾电流源（功耗）**设计？