11.7 堆排序

> **Tip**
>
> 阅读本节前，请确保已学完“堆”章节。

堆排序（heap sort）是一种基于堆数据结构实现的高效排序算法。我们可以利用已经学过的“建堆操作”和“元素出堆操作”实现堆排序。

1. 输入数组并建立小顶堆，此时最小元素位于堆顶。
2. 不断执行出堆操作，依次记录出堆元素，即可得到从小到大排序的序列。

以上方法虽然可行，但需要借助一个额外数组来保存弹出的元素，比较浪费空间。在实际中，我们通常使用一种更加优雅的实现方式。

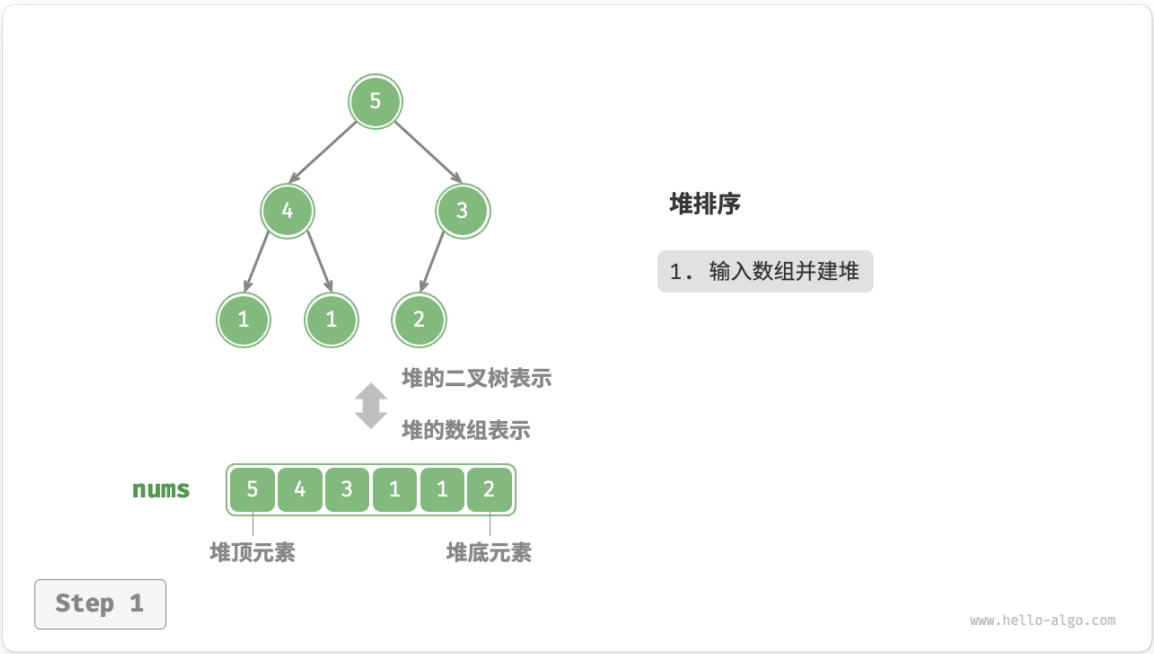
11.7.1 算法流程

设数组的长度为 n ，堆排序的流程如图 11-12 所示。

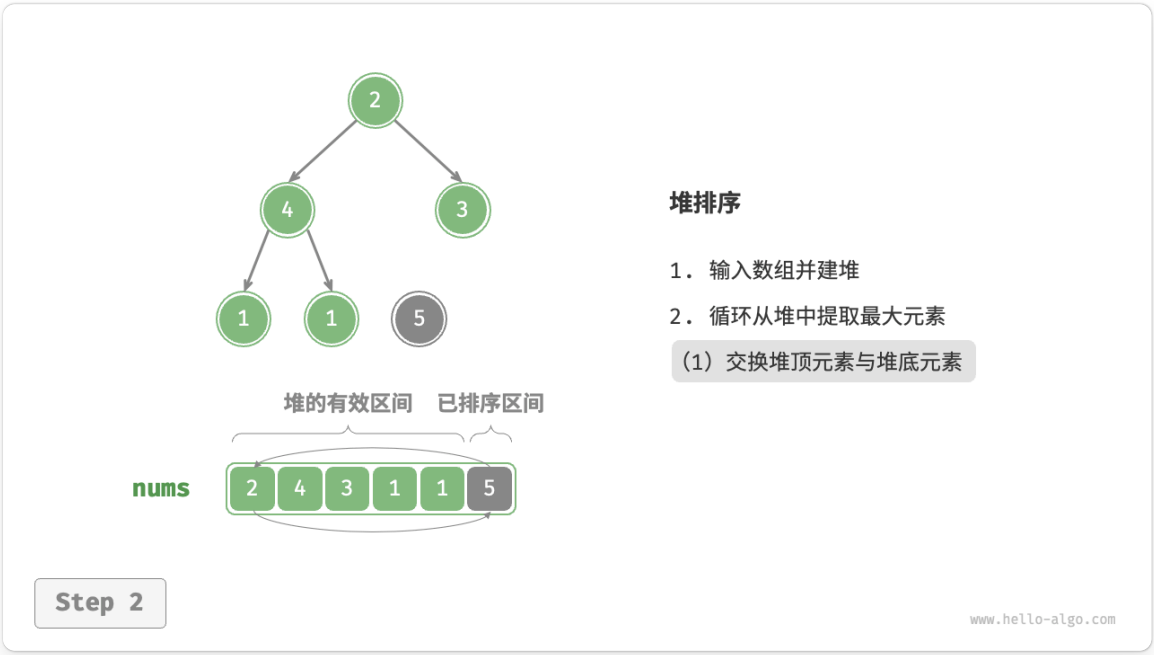
1. 输入数组并建立大顶堆。完成后，最大元素位于堆顶。
2. 将堆顶元素（第一个元素）与堆底元素（最后一个元素）交换。完成交换后，堆的长度减 1 ，已排序元素数量加 1 。
3. 从堆顶元素开始，从顶到底执行堆化操作（sift down）。完成堆化后，堆的性质得到修复。
4. 循环执行第 `2.` 步和第 `3.` 步。循环 $n - 1$ 轮后，即可完成数组排序。

> **Tip**
>
> 实际上，元素出堆操作中也包含第 `2.` 步和第 `3.` 步，只是多了一个弹出元素的步骤。

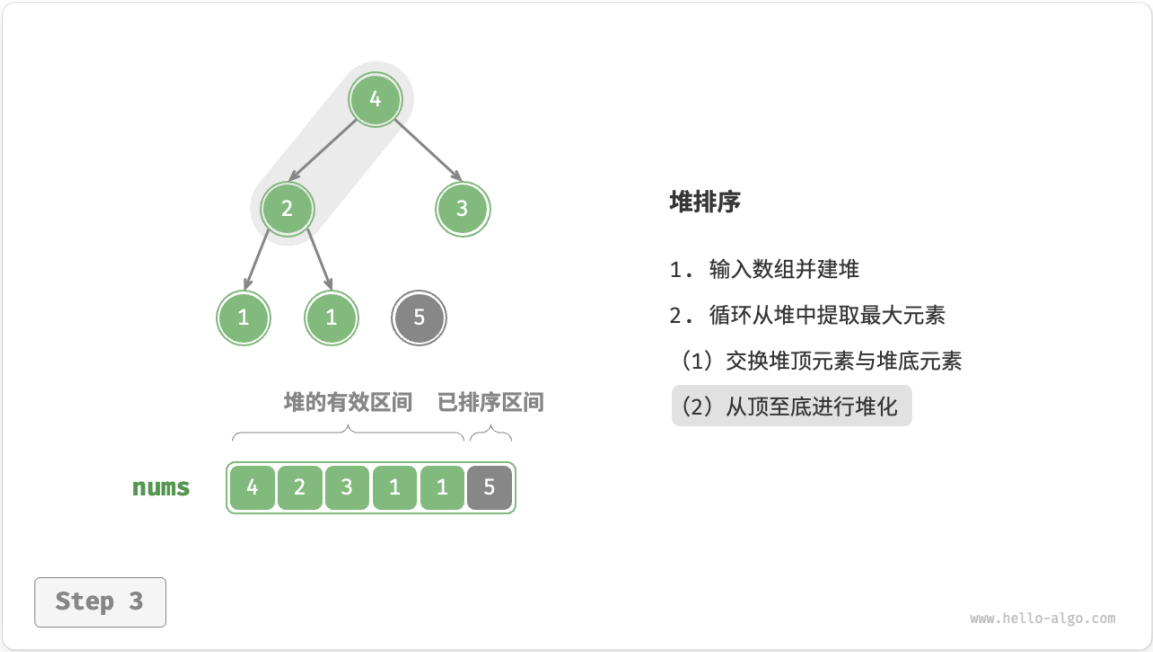
<1>


堆排序
1．输入数组并建堆
堆的二叉树表示
堆的数组表示
nums
堆顶元素
堆底元素
Step 1
www.hello-algo.com

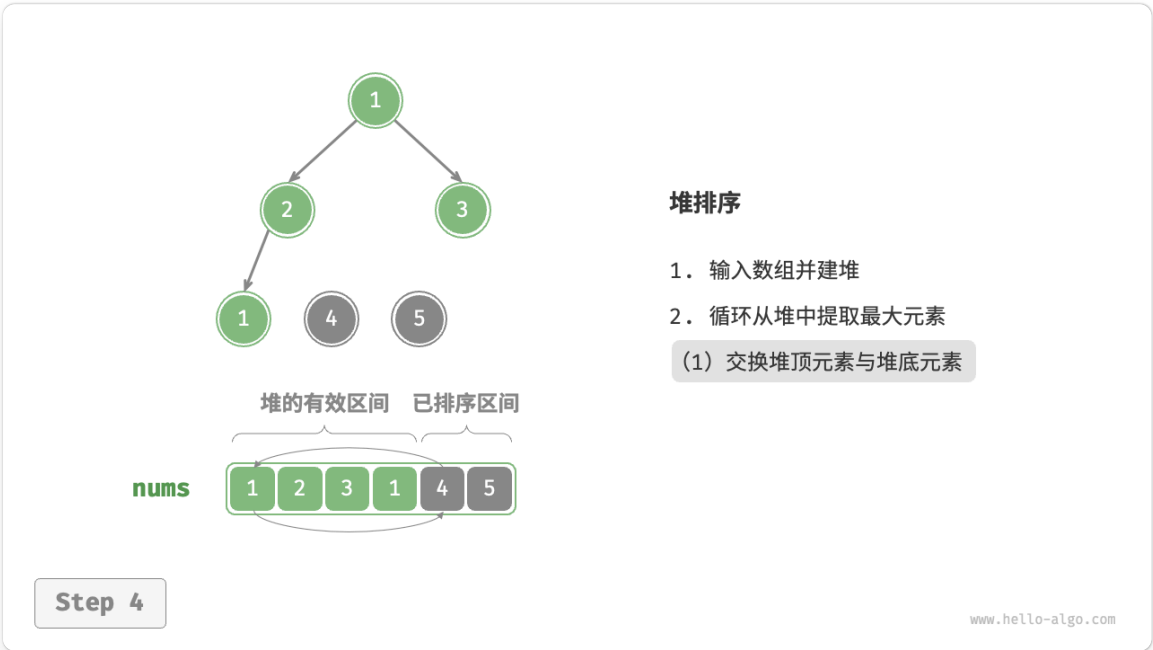
<2>


堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
(1) 交换堆顶元素与堆底元素
堆的有效区间
已排序区间
nums
Step 2
www.hello-algo.com

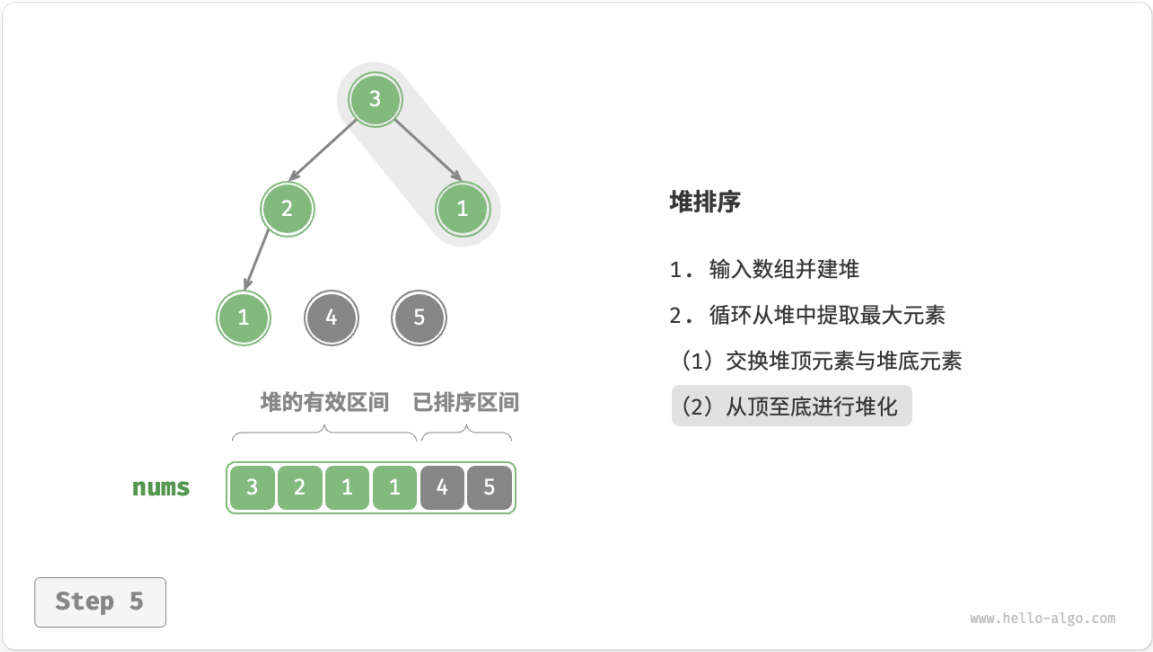
<3>


4
2
3
1
1
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
4 2 3 1 1 5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
（2）从顶至底进行堆化
Step 3
www.hello-algo.com

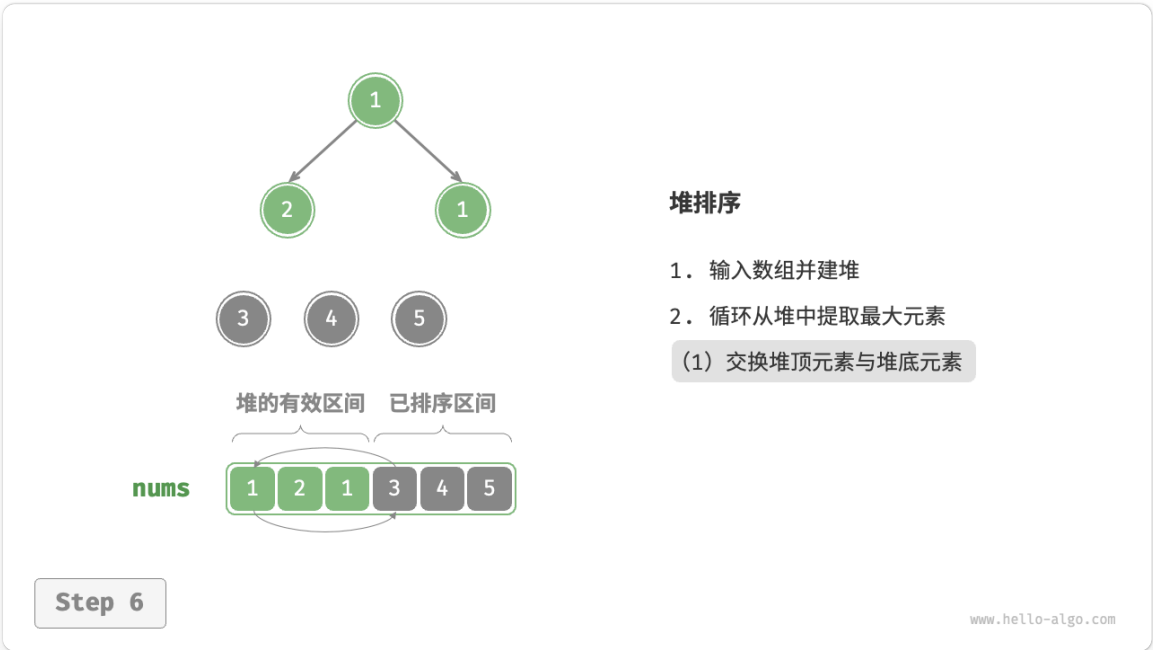
<4>


1
2
3
1
4
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
1 2 3 1 4 5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
Step 4
www.hello-algo.com

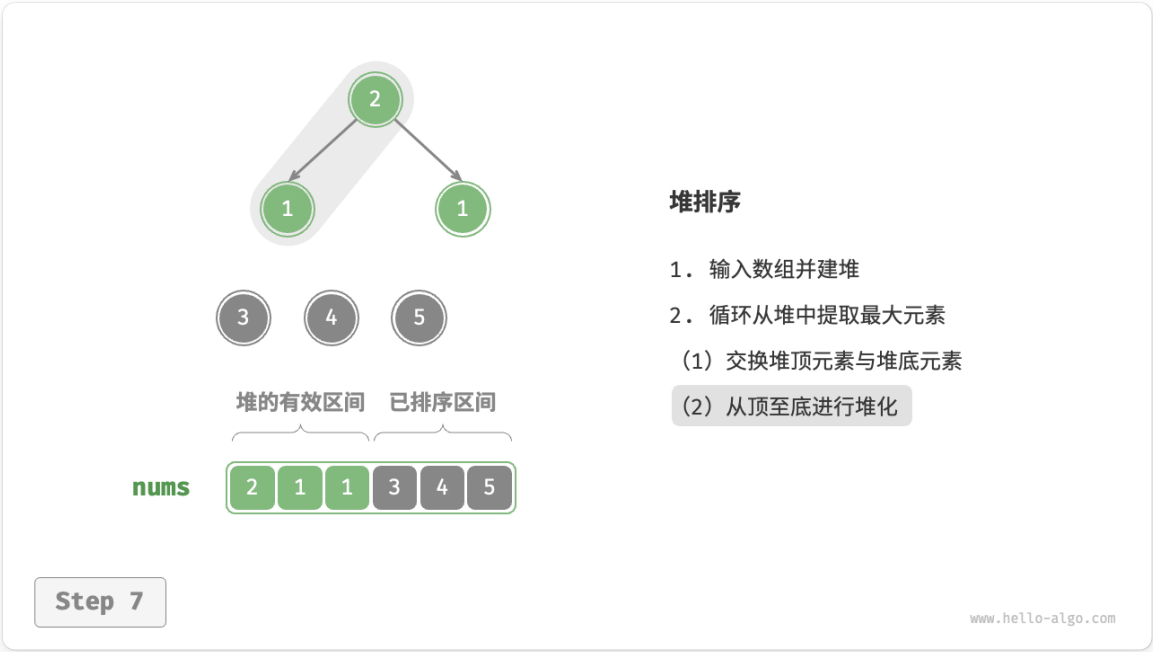
<5>


3
2
1
1
4
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
3 2 1 1 4 5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
（2）从顶至底进行堆化
Step 5
www.hello-algo.com

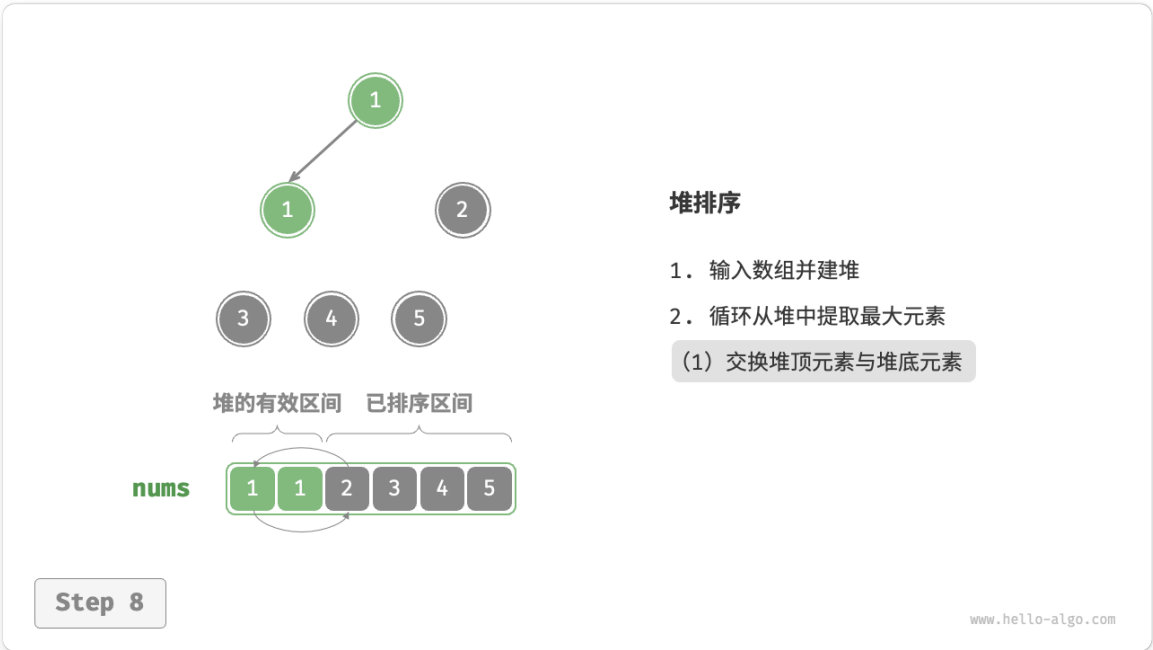
<6>


1
2
1
3
4
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
1 2 1 3 4 5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
Step 6
www.hello-algo.com

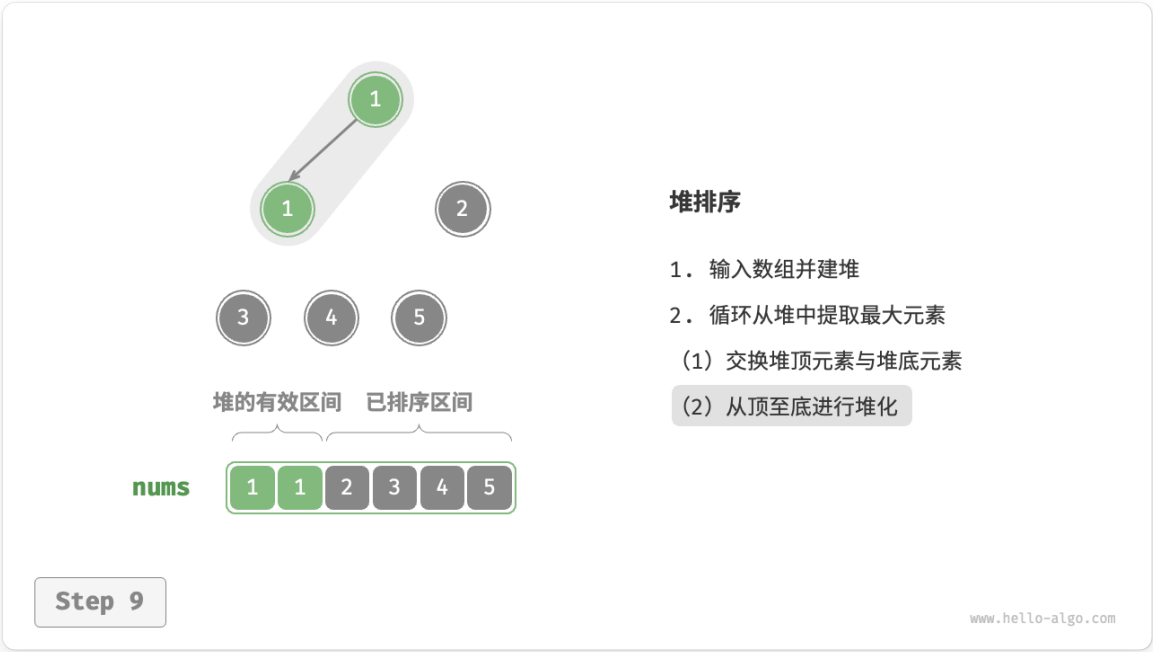
<7>


2
1
1
3
4
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
2
1
1
3
4
5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
（2）从顶至底进行堆化
Step 7
www.hello-algo.com

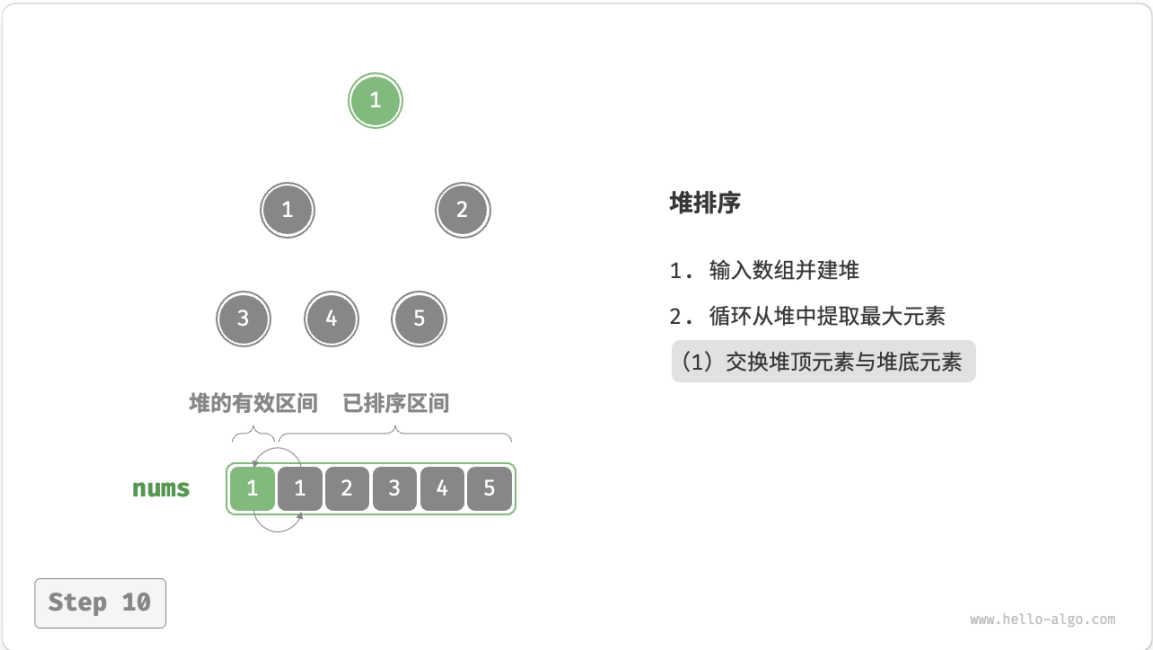
<8>


1
1
2
3
4
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
1
1
2
3
4
5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
Step 8
www.hello-algo.com

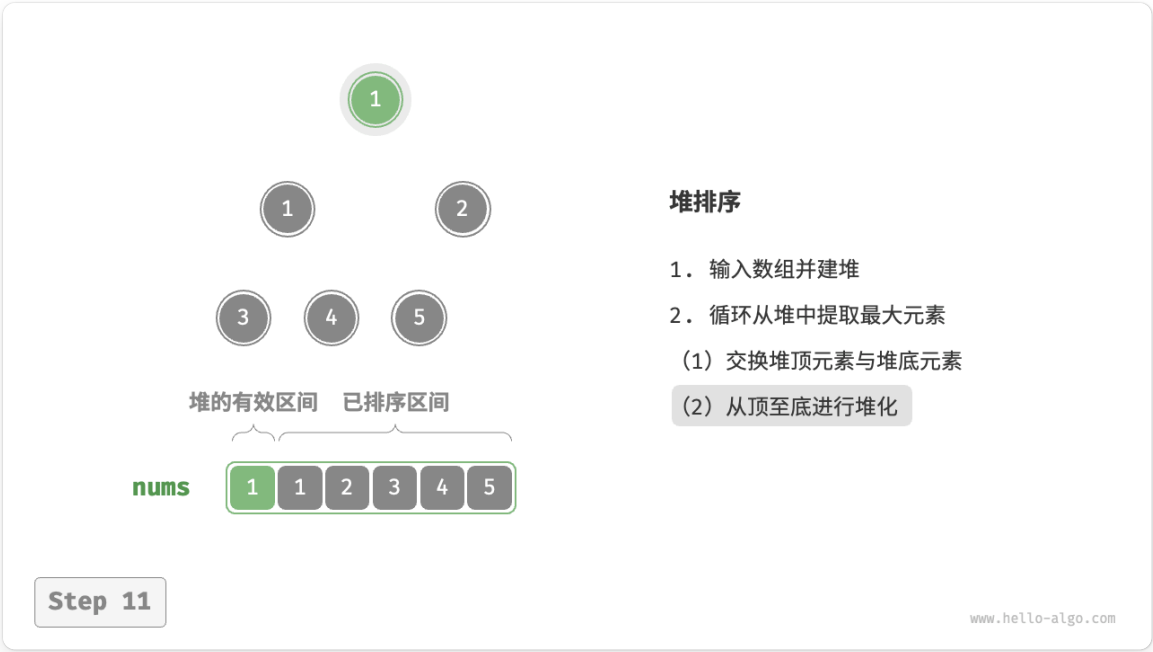
<9>


1
1
2
3
4
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
1
1
2
3
4
5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
（2）从顶至底进行堆化
Step 9
www.hello-algo.com

<10>


1
1
2
3
4
5
堆的有效区间
已排序区间
nums
1
1
2
3
4
5
堆排序
1．输入数组并建堆
2．循环从堆中提取最大元素
（1）交换堆顶元素与堆底元素
Step 10
www.hello-algo.com

<11>



<12>

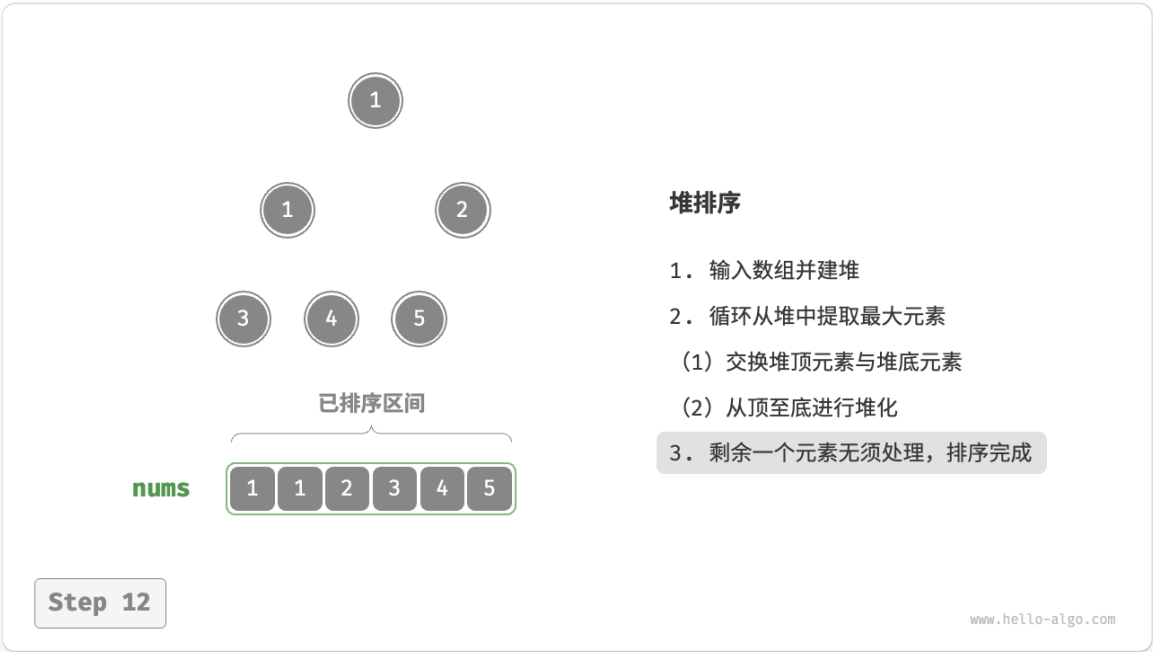


图 11-12　堆排序步骤

在代码实现中，我们使用了与“堆”章节相同的从顶至底堆化 `sift_down()` 函数。值得注意的是，由于堆的长度会随着提取最大元素而减小，因此我们需要给 `sift_down()` 函数添加一个长度参数 n ，用于指定堆的当前有效长度。代码如下所示：

Python

heap_sort.py

```
def sift_down(nums: list[int], n: int, i: int):
    """堆的长度为 n ，从节点 i 开始，从顶至底堆化"""
    while True:
        # 判断节点 i, l, r 中值最大的节点，记为 ma
        l = 2 * i + 1
        r = 2 * i + 2
        ma = i
        if l < n and nums[l] > nums[ma]:
            ma = l
        if r < n and nums[r] > nums[ma]:
            ma = r
        # 若节点 i 最大或索引 l, r 越界，则无须继续堆化，跳出
        if ma == i:
            break
        # 交换两节点
        nums[i], nums[ma] = nums[ma], nums[i]
        # 循环向下堆化
        i = ma

def heap_sort(nums: list[int]):
    """堆排序"""
    # 建堆操作：堆化除叶节点以外的其他所有节点
    for i in range(len(nums) // 2 - 1, -1, -1):
        sift_down(nums, len(nums), i)
    # 从堆中提取最大元素，循环 n-1 轮
    for i in range(len(nums) - 1, 0, -1):
        # 交换根节点与最右叶节点（交换首元素与尾元素）
        nums[0], nums[i] = nums[i], nums[0]
        # 以根节点为起点，从顶至底进行堆化
        sift_down(nums, i, 0)
```

11.7.2 算法特性

- **时间复杂度为 $O(n \log n)$、非自适应排序**：建堆操作使用 $O(n)$ 时间。从堆中提取最大元素的时间复杂度为 $O(\log n)$ ，共循环 $n - 1$ 轮。
- **空间复杂度为 $O(1)$、原地排序**：几个指针变量使用 $O(1)$ 空间。元素交换和堆化操作都是在原数组上进行的。
- **非稳定排序**：在交换堆顶元素和堆底元素时，相等元素的相对位置可能发生变化。

上一页 11.6 归并排序 下一页 11.8 桶排序

欢迎在评论区留下你的见解、问题或建议