北京大学暑期课《ICPC竞赛训练》

课程网页：http://acm.pku.edu.cn/summerschool/pku_acm_train.htm

郭 炜

微博：http://weibo.com/guoweiofpku

微信公众号

学会程序和算法，走遍天下都不怕!

讲义照片均为郭炜拍摄

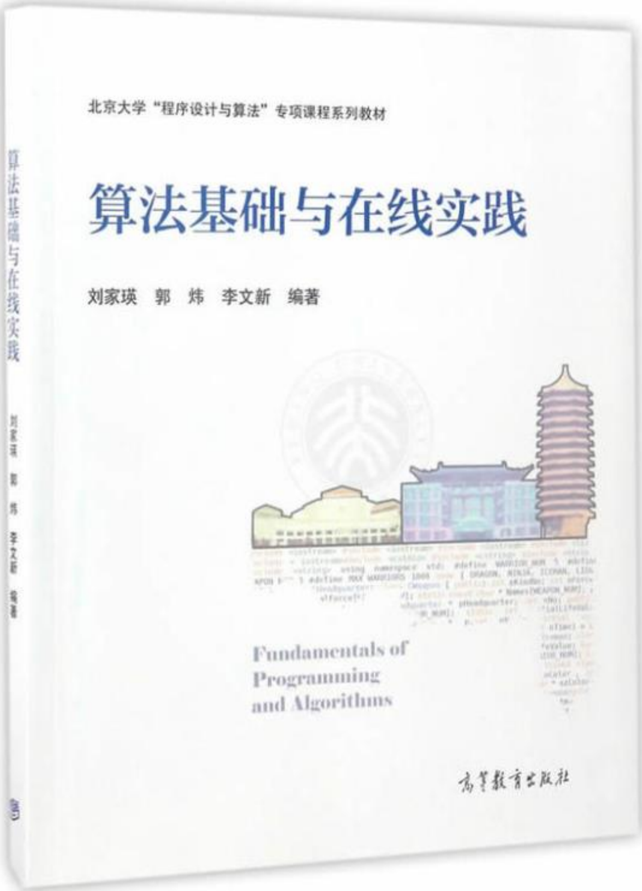
配套教材：

高等教育出版社

《算法基础与在线实践》

刘家瑛 郭炜 李文新 编著

本讲义中所有例题，根据题目名称在
http://openjudge.cn
“百练”组进行搜索即可提交



线段树

线段树的概念


我们是谁？
线段树!
我们任务是什么？
区间更新，区间查询!
我们有多快？
Log（N）！

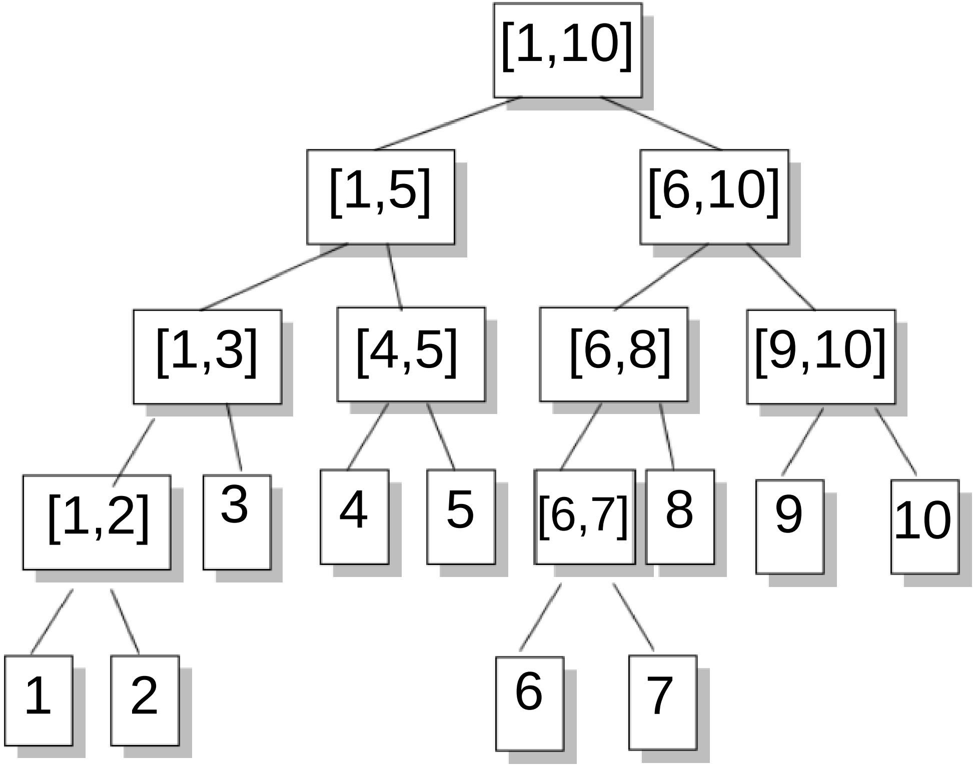
线段树(Interval Tree)的定义

- 实际上还是称为区间树更准确和易于理解
- 是一棵二叉树
- 树上的每个节点对应于一个区间[a,b] (也称线段)，a,b 通常为整数

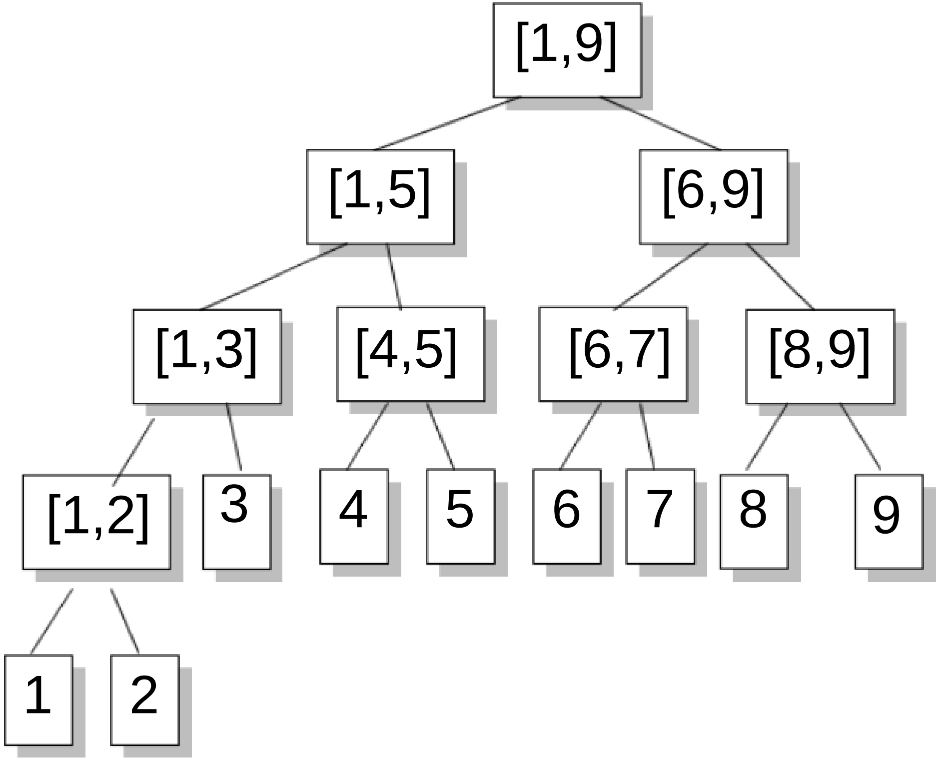
线段树(Interval Tree)的定义

- 同一层的节点所代表的区间，相互不会重叠
  同一层节点所代表的区间，加起来是个连续的区间
- 对于每一个非叶结点所表示的结点[a,b]，其左儿子表示的区间为[a,(a+b)/2]，右儿子表示的区间为[(a+b)/2+1,b](除法去尾取整)
- 叶子节点表示的区间长度为 1

区间[1, 10]对应的线段树



区间[1, 9]对应的线段树



线段树的性质

- 用二分的方法构造线段树。若根节点对应的区间是[a,b]，则最多二分 $\log_2(b-a+1)$ 次(向上取整)就会分到叶子节点，不能再分。因此线段树深度为：$\log_2(b-a+1)+1$ (向上取整)
- 叶子节点的数目和根节点表示区间的长度相同
- 线段树节点要么0度，要么2度。因此若叶子节点数目为N,则线段树总结点数目为2N-1。
- 线段树除了最底下一层，其它层节点都是满的。

线段树的操作

线段树的核心操作：区间分解

- 若线段树根节点对应区间为[a,b]，给定区间[c,d] (a <= c,d <= b) , 区间分解，就是找出一些节点，这些节点对应的区间互相不重叠，且加起来正好是[c,d]

- 这些节点称为“终止节点"

线段树的核心操作：区间分解

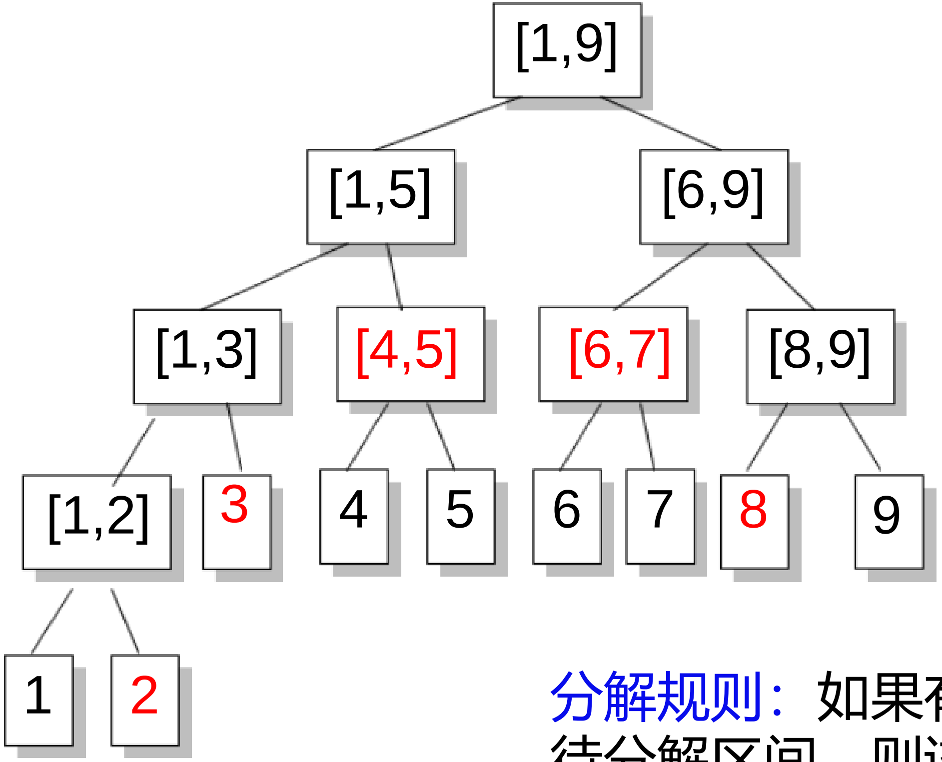
- 从根节点开始，递归进行区间分解

- 走到节点[L,R]时，如果要分解的的区间就是[L,R]，则找到一个终止节点

  如果不是，则： 取mid=（L+R）/2；

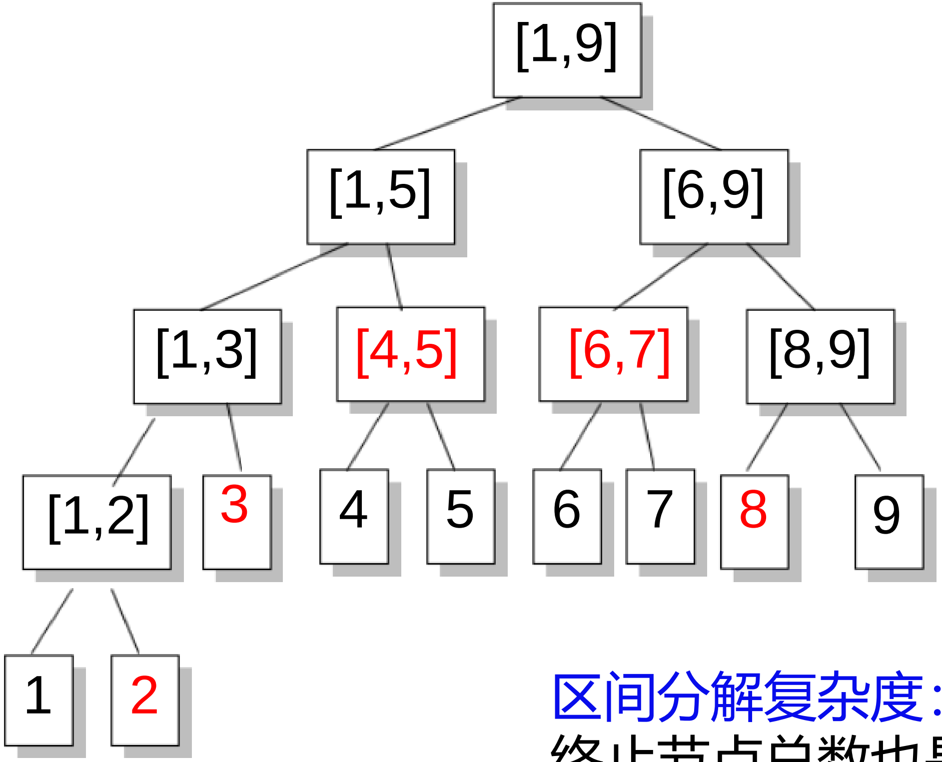
  看要分解的区间与[L,mid]或[mid+1,R]哪个有交集，就进入哪个区间进行进一步分解。有可能两个区间都进入

[1, 9]的线段树上，区间[2,8]的分解



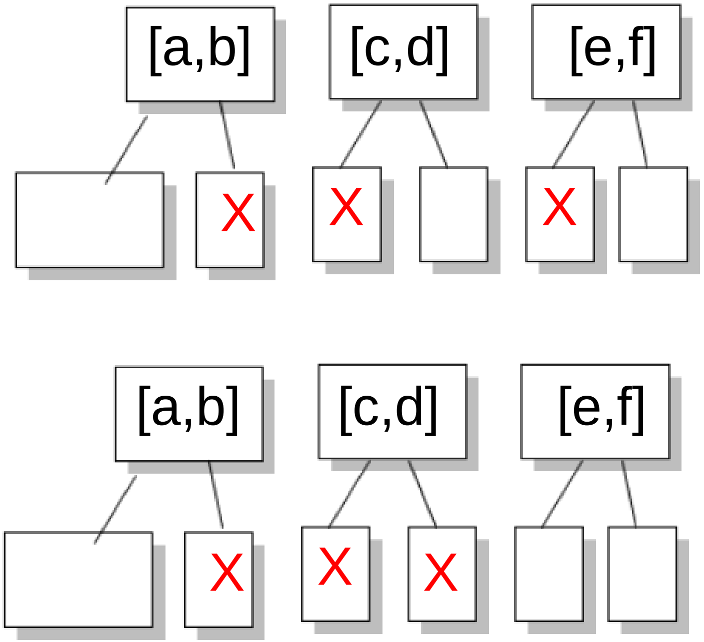
分解规则：如果有某个节点代表的区间，完全属于待分解区间，则该节点为“终止”节点，不再继续往下分解

[1, 9]的线段树上，区间[2,8]的分解



区间分解复杂度：每层最多2个“终止节点”，所以终止节点总数也是$\log_2(n)$量级的，即区间分解复杂度是 log(n)　n为根区间长度

证明每层最多2个“终止节点”：



X代表终止节点。上述情况不可能发生

线段树的特性总结

- 线段树的深度为$\log_2(n)+1$（向上取整，n是根节点对应区间的长度）
- 线段树上，任意一个区间被分解后得到的“终止节点”数目都是log(n)量级
- 线段树上更新叶子节点和进行区间分解时间复杂度都是O(log(n))的
- 线段树能在O(log(n))的时间内完成以区间为单位的数据更新和查询，能用树状数组做的题，都能用线段树做

线段树的构建


```
function 以节点v为根建树、v对应区间为[L,R]
{
    对节点v初始化
    if (L!=R)
    {
        以v的左孩子为根建树、区间为[L,(L+R)/2]
        以v的右孩子为根建树、区间为[(L+R)/2+1,R]
    }
}
```

建树的时间复杂度是O(n) n为根节点对应的区间长度

线段树的区间分解


```
function 从节点V开始，分解区间 [L,R]
{  //V代表的区间是 [V.L,V.R]
   if(!( L == V.L && R == V.R)) { //V非终止节点
        if( R <= mid ) //mid是[V.L,V.R]中点
            从节点V左孩子开始，分解区间 [L,R]      //路径1
        else if( L > mid )
            从节点V右孩子开始，分解区间 [L,R]      //路径2
        else { //路径3
            从节点V左孩子开始，分解区间 [L,mid]      //分支3-1
            从节点V右孩子开始，分解区间 [mid+1,R]    //分支3-2

        }
   }
}
```

区间分解从根节点开始。递归时，若走一次路径3，则以后每次都只走路径1或路径2，或即便走路径3，其中的一个分支也是往下一层立即碰到终止节点而返回，即等价于走路径1或路径2，故O（log(n)）次递归即到底，区间分解复杂度为O(log(n))

线段树解题关键


敦煌鸣沙山

线段树解题

- 对区间所对应的一些数据进行查询，操作是区间分解
- 对区间所对应的一些数据进行更新，操作也是区间分解
- 关键是要想清楚每个节点要存哪些信息，以及这些信息如何高效更新，维护，查询。不要一更新就更新到叶子节点，那样更新效率最坏就可能变成O(n)的了

线段树解题

- 确定根节点对应的区间，建树
- 插入数据（或建树同时就初始化数据）
- 更新，查询
- 树节点结构：

```
struct CNode
{
        int L,R; //区间起点和终点
        XXXX ;   //与区间[L,R]相关的数据
        CNode * pLeft, * pRight;    //左右孩子指针
};
```

用一维数组存放线段树

- 如果用一维数组存放线段树，且根节点区间[1,n]

- 使用左右节点指针，则数组需要有2n-1个元素

- 不要左右节点指针。令根节点下标为0，对下标为i的节点:

  左子节点下标为 i*2+1,
  右子节点下标为 i*2+2

则数组需要有： $2*2^{\lceil \log_2 n \rceil} - 1$ 个元素（$\lceil \log_2 n \rceil$向上取整）

$2*2^{\lceil \log_2 n \rceil} - 1 <= 4n - 1$，数组开4n可以确保不越界

线段树例题1

例题1：单点更新，区间求和

- 给一个数的序列$A_1A_2……A_n$。 并且可能多次进行下列两个操作：
- 1、对序列里面的某个数进行加减

  2、询问这个序列里面任意一个连续的子序列$A_iA_{i+1}……A_j$的和是多少。
- 希望第2个操作每次能在log(n)时间内完成

例题1：单点更新，区间求和

- 构建线段树，根节点对应区间 [1,n]
- 在每个节点记录该节点对应的区间的数的和Sum

- 操作1：相当于对区间 [i,i] 进行区间分解，更新因A_i只会被一个叶子节点和该叶子节点的所有祖先覆盖，A_i更新，则只要对覆盖A_i的节点的Sum进行修改，因此复杂度是log(n) （线段树为 log(n)层）

- 操作2：将被查询区间，分解成若干个“终止”节点，然后把这些“终止”节点的Sum累加起来。区间分解复杂度log(n)，故这一步的复杂度也是log(n)

例题2
Balanced Lineup

例题2：POJ 3264 Balanced Lineup

给定Q ($1 \le Q \le 50{,}000$)个数$A_1, A_2 \ldots A_Q$，多次求任一区间$A_i - A_j$中最大数和最小数的差。

本题树节点结构是什么?

例题2：POJ 3264 Balanced Lineup

给定Q ($1 \le Q \le 50{,}000$)个数$A_1, A_2 \ldots A_Q$，多次求任一区间$A_i - A_j$中最大数和最小数的差。

本题树节点结构是什么?

```
struct CNode
{
        int L,R; //区间起点和终点
        int minV,maxV; //本区间里的最大最小值
        CNode * pLeft, * pRight;
};
```

例题2：POJ 3264 Balanced Lineup

Sample Input

6 3 //6个数，3个查询
1
7
3
4
2
5
1 5
4 6
2 2

Sample Output

6
3
0

例题2：POJ 3264 Balanced Lineup

```
#include <iostream>
using namespace std;
const int INF = 0xffffff0;
int minV = INF;
int maxV = -INF;
struct Node //不要左右子节点指针的做法
{
        int L, R;
        int minV,maxV;
        int Mid() {
                return (L+R)/2;
        }
};
Node tree[200010]; //4倍叶子节点的数量就够
```

```
void BuildTree(int root , int L, int R)
{
        tree[root].L = L;
        tree[root].R = R;
        tree[root].minV = INF;
        tree[root].maxV = - INF;
        if( L != R ) {
                BuildTree(2*root+1,L,(L+R)/2);
                BuildTree(2*root+2,(L+R)/2 + 1, R);
        }
}
```

```
void Insert(int root, int i,int v)
//将第i个数，其值为v，插入线段树
{
        if( tree[root].L == tree[root].R ) {
                //成立则亦有 tree[root].R == i
                tree[root].minV = tree[root].maxV = v;
                return;
        }
        tree[root].minV = min(tree[root].minV,v);
        tree[root].maxV = max(tree[root].maxV,v);
        if( i <= tree[root].Mid() )
                Insert(2*root+1,i,v);
        else
                Insert(2*root+2,i,v);
}
```

```
void Query(int root,int s,int e)  {
//查询区间[s,e]中的最小值和最大值，如果更优就记在全局变量里
//minV和maxV里
        if( tree[root].minV >= minV && tree[root].maxV <= maxV )
                return;
        if( tree[root].L == s && tree[root].R == e ) {
                minV = min(minV,tree[root].minV);
                maxV = max(maxV,tree[root].maxV);
                return ;
        }
        if( e <= tree[root].Mid())
                Query(2*root+1,s,e);
        else if( s > tree[root].Mid() )
                Query(2*root+2,s,e);
        else {
                Query(2*root+1,s,tree[root].Mid());
                Query(2*root+2,tree[root].Mid()+1,e);
        }
}
```

```
int main()
{
        int n,q,h;
        int i,j,k;
        scanf("%d%d",&n,&q);
        BuildTree(0,1,n);
        for( i = 1;i <= n;i ++ ) {
                scanf("%d",&h);
                Insert(0,i,h);
        }
        for( i = 0;i < q;i ++ ) {
                int s,e;
                scanf("%d%d", &s,&e);
                minV = INF;
                maxV = -INF;
                Query(0,s,e);
                printf("%d\n",maxV - minV);
        }
        return 0;
}
```

例题3
A Simple Problem with Integers

挪威冰川

例题3：POJ 3468 A Simple Problem with Integers

给定Q ($1 \le Q \le 100,000$)个数$A_1, A_2 \ldots A_Q$,
以及可能多次进行的两个操作:

1) 对某个区间$A_i \ldots A_j$的每个数都加n(n可变)
2) 求某个区间$A_i \ldots A_j$的数的和

本题树节点要存哪些信息？只存该区间的数的和，行不行?

例题3：POJ 3468 A Simple Problem with Integers

只存和，会导致每次加数的时候都要更新到叶子节点，速度太慢(O(nlogn))，这是必须要避免的。

本题树节点结构：

```
struct CNode
{
        int L ,R;
        CNode * pLeft, * pRight;
        long long sum; //原来的和
        long long inc; //增量c的累加
};   //本节点区间的和实际上是nSum+Inc*(R-L+1)
```

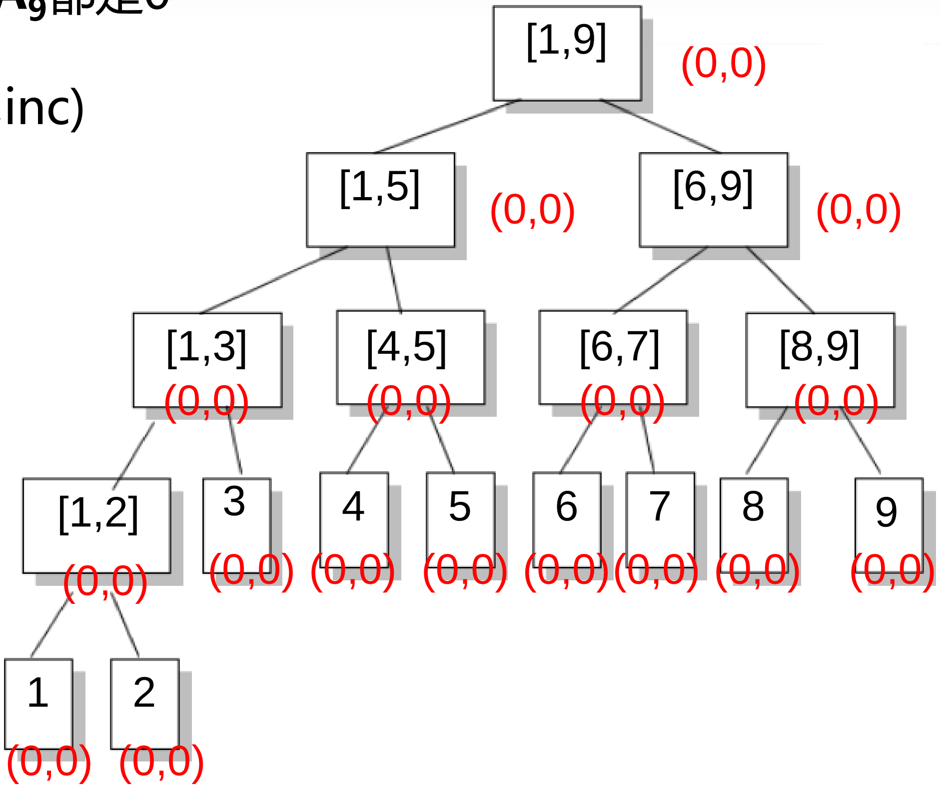
例题3：POJ 3468 A Simple Problem with Integers

在区间增加时，如果要加的区间正好覆盖一个节点，则增加其节点的inc值，不再往下走，否则要更新sum(加上本次增量),再将增量往下传。这样区间增加的复杂度就是O(log(n))

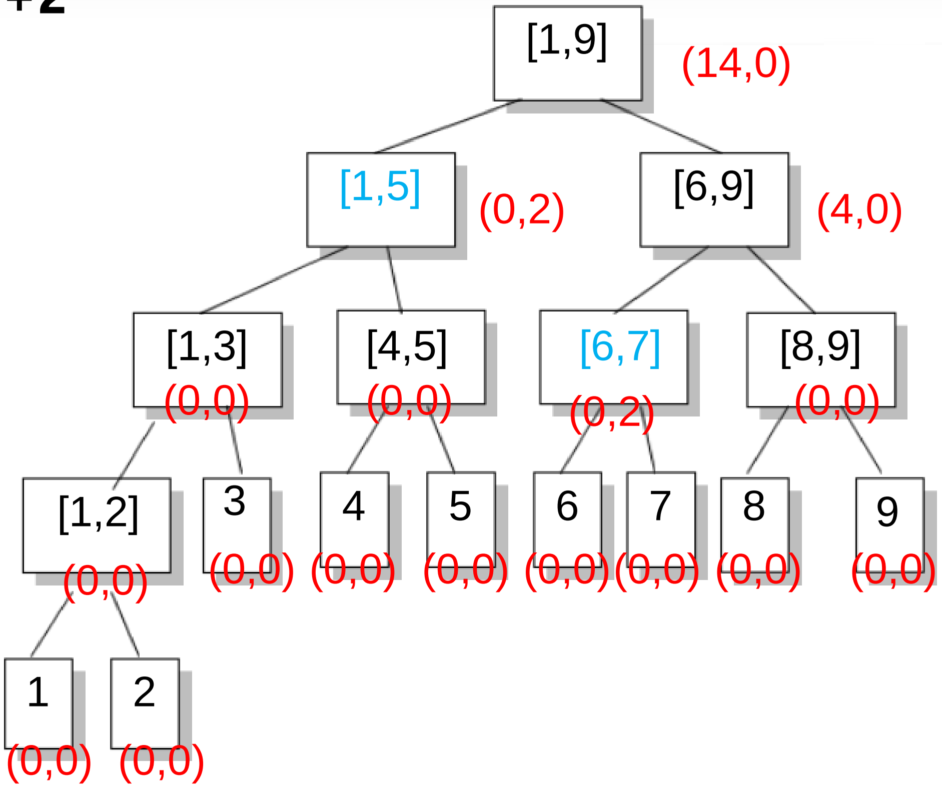
在查询时，如果待查区间不是正好覆盖一个节点，就将节点的inc往下带到下一层，然后将inc代表的所有增量累加到sum上后将inc清0，接下来再往下查询。

假设开始$A_1 \ldots A_9$都是0

括号内是 (sum,inc)

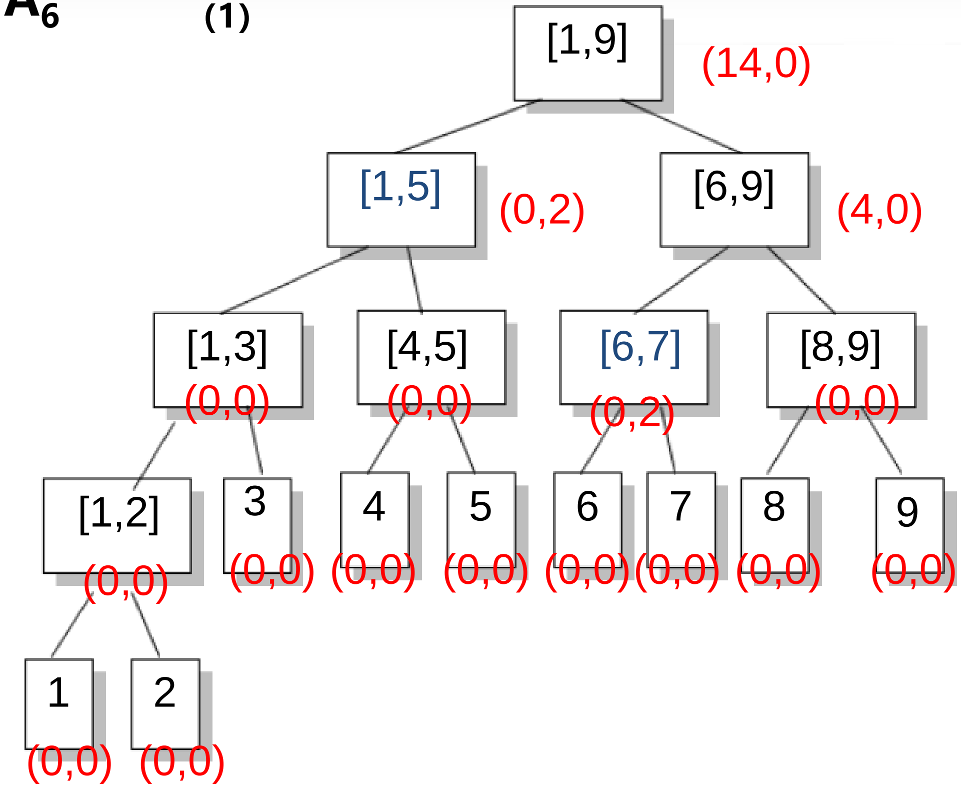


$A_1 \ldots A_7$ +2

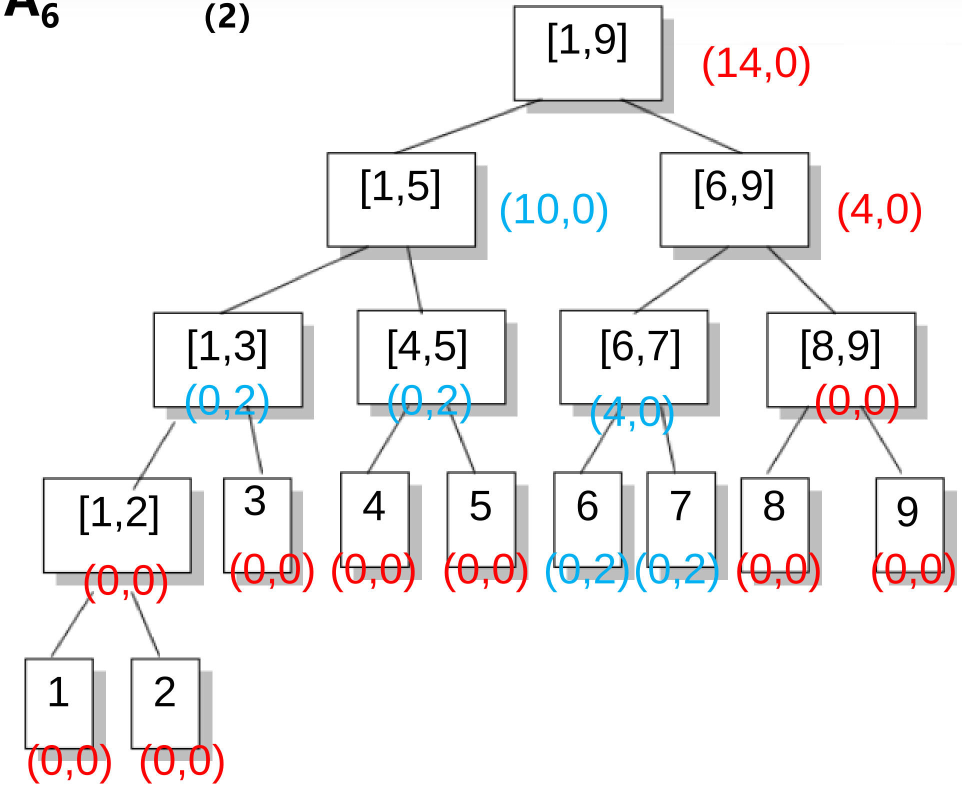

[1,9]
(14,0)
[1,5]
(0,2)
[6,9]
(4,0)
[1,3]
(0,0)
[4,5]
(0,0)
[6,7]
(0,2)
[8,9]
(0,0)
[1,2]
(0,0)
3
(0,0)
4
(0,0)
5
(0,0)
6
(0,0)
7
(0,0)
8
(0,0)
9
(0,0)
1
(0,0)
2
(0,0)

查 $A_2 + \ldots + A_6$

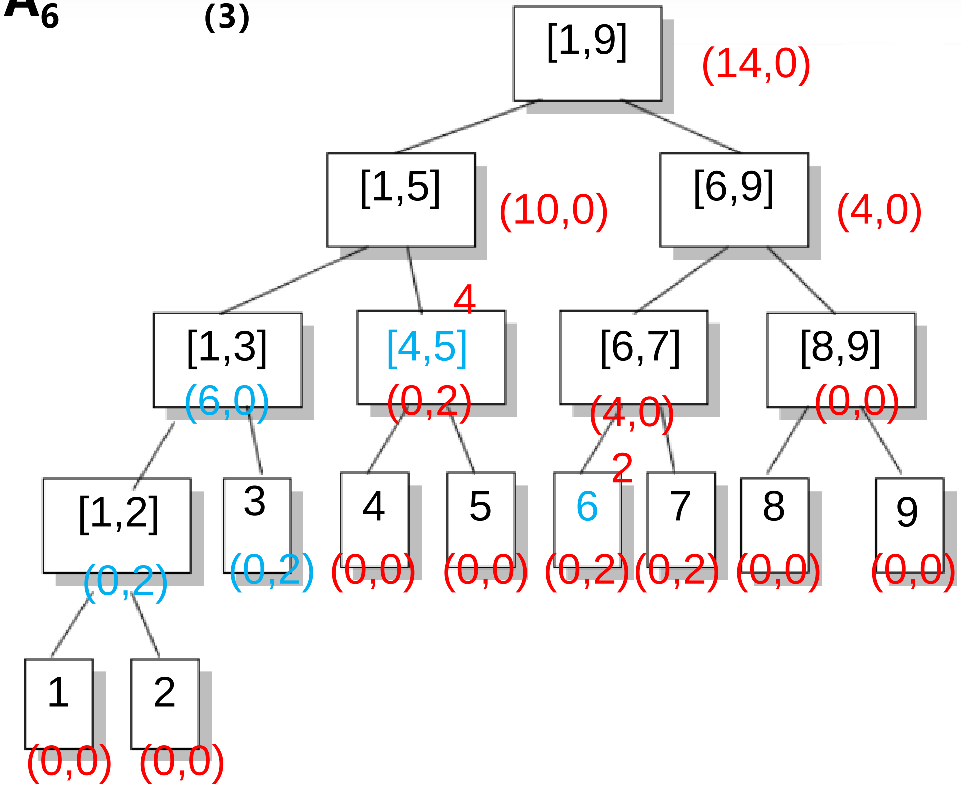
(1)



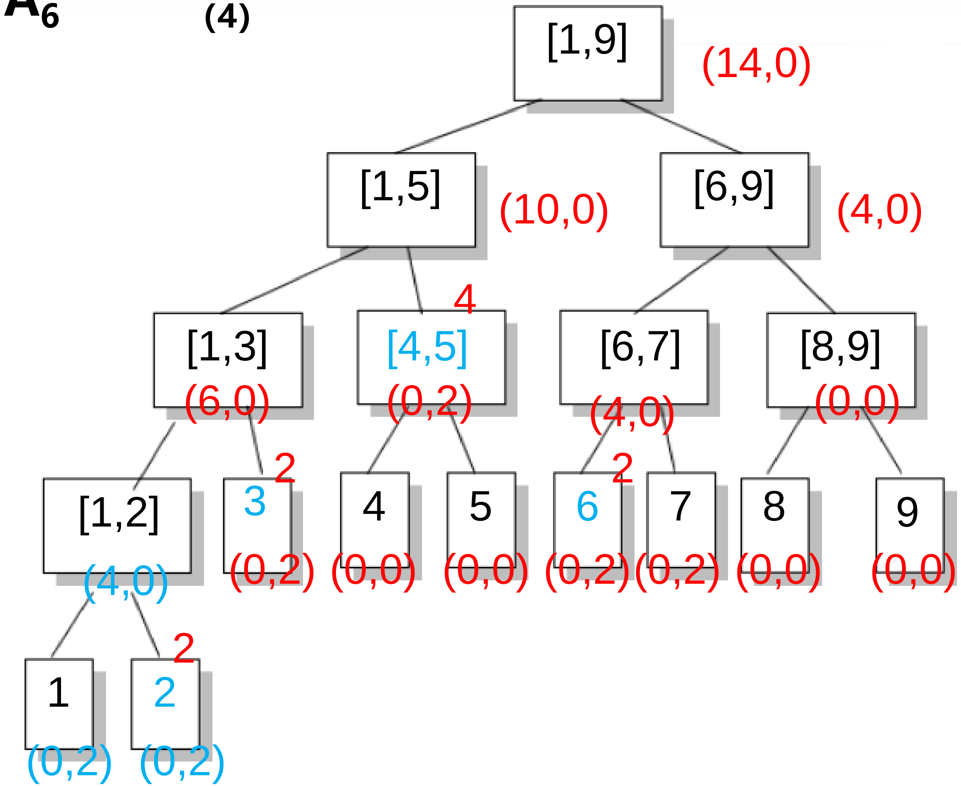
查 $A_2 + \ldots + A_6$ (2)



查 $A_2 + \ldots + A_6$ (3)



查 $A_2 + \ldots + A_6$ (4)



例题3：POJ 3468 A Simple Problem with Integers

延迟更新: 信息更新时，未必要真的做彻底的更新，可以只是将应该如何更新记录下来，等到真正需要查询准确信息时，才正真去更新足以应付查询的部分。

例题3：POJ 3468 A Simple Problem with Integers

```
#include <iostream>
using namespace std;
struct CNode
{
        int L ,R;
        CNode * pLeft, * pRight;
        long long sum; //原来的和
        long long inc; //增量c的累加
        int Mid(){
                return (L + R)/2;
        }
};
CNode Tree[200010]; // 2倍叶子节点数目就够
int count = 0;
```

```
void BuildTree(CNode * pRoot,int L, int R)
{
        pRoot->L = L;
        pRoot->R = R;
        pRoot->sum = 0;
        pRoot->inc = 0;
        if( L == R)
                return;
        count ++;
        pRoot->pLeft = Tree + count;
        count ++;
        pRoot->pRight = Tree + count;
        BuildTree(pRoot->pLeft,L,(L+R)/2);
        BuildTree(pRoot->pRight,(L+R)/2+1,R);
}
```

```
void Insert( CNode * pRoot,int i, int v)
{
        if( pRoot->L == i && pRoot->R == i) {
                pRoot->sum = v;
                return ;
        }
        pRoot->sum += v;
        if( i <= pRoot->Mid())
                Insert(pRoot->pLeft,i,v);
        else
                Insert(pRoot->pRight,i,v);
}
```

```
void Add( CNode * pRoot, int a, int b, long long c)
{
        if( pRoot->L == a && pRoot->R == b) {
                pRoot->inc += c;
                return ;
        }
        pRoot->sum += c * ( b - a + 1) ; //下面节点的sum和inc暂时不对
        if( b <= (pRoot->L + pRoot->R)/2)
                Add(pRoot->pLeft,a,b,c);
        else if( a >= (pRoot->L + pRoot->R)/2 +1)
                Add(pRoot->pRight,a,b,c);
        else {

                Add(pRoot->pLeft,a,
                        (pRoot->L + pRoot->R)/2 ,c);
                Add(pRoot->pRight,
                        (pRoot->L + pRoot->R)/2 + 1,b,c);
        }
}
```

```
long long Querysum( CNode * pRoot, int a, int b)
{
        if( pRoot->L == a && pRoot->R == b)
                return pRoot->sum +
                (pRoot->R - pRoot->L + 1) * pRoot->inc ;

        pRoot->sum += (pRoot->R - pRoot->L + 1) * pRoot->inc ;
        pRoot->pLeft->inc +=  pRoot->inc;
        pRoot->pRight->inc +=  pRoot->inc;
        pRoot->inc = 0;

        if( b <= pRoot->Mid())
                return Querysum(pRoot->pLeft,a,b);
        else if( a >= pRoot->Mid() + 1)
                return Querysum(pRoot->pRight,a,b);
        else {
                return Querysum(pRoot->pLeft,a,pRoot->Mid()) +
                   Querysum(pRoot->pRight,pRoot->Mid() + 1,b);
        }
}
```

```
int main()
{
        int n,q,a,b,c;
        char cmd[10];
        scanf("%d%d",&n,&q);
        int i,j,k;
        count = 0;
        BuildTree(Tree,1,n);
        for( i = 1;i <= n;i ++ ) {
                scanf("%d",&a);
                Insert(Tree,i,a);
        }
```

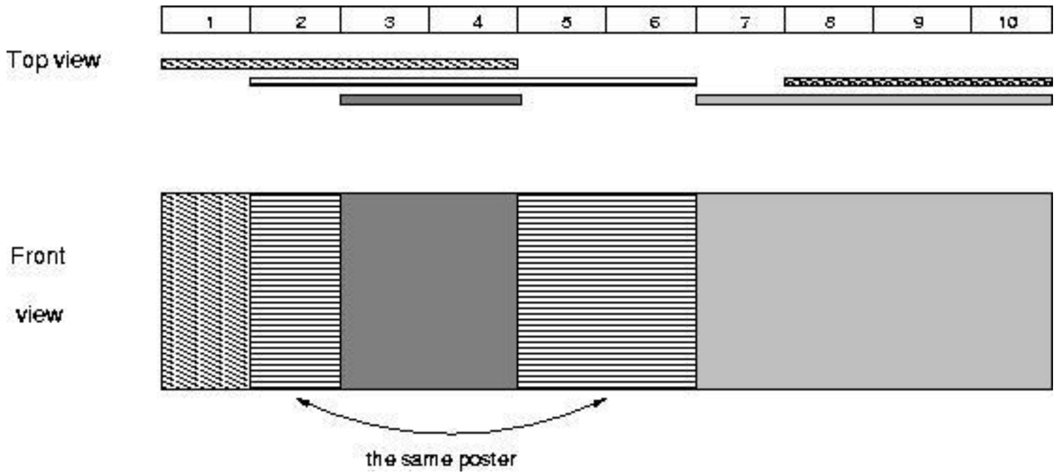
```
    for( i = 0;i < q;i ++ ) {
        scanf("%s",cmd);
        if ( cmd[0] == 'C' ) {
            scanf("%d%d%d",&a,&b,&c);
            Add( Tree,a,b,c);
        }
        else {
            scanf("%d%d",&a,&b);
            printf("%lld\n",Querysum(Tree,a,b));
        }
    }
    return 0;
}
```

例题4
Mayor's posters

挪威盖朗厄尔峡湾

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

给定一些海报，可能互相重叠，告诉你每个海报宽度（高度都一样）和先后叠放次序，问没有被完全盖住的海报有多少张。



海报最多10,000张，但是墙有10,000,000块瓷砖长。海报端点不会落在瓷砖中间。

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

给瓷砖编号，一个海报就相当于一个整数区间。贴海报就是区间操作，查询海报是否可见也是区间操作。

因此可以用线段树来解决

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

思路：依次贴上一张张海报，每贴一张海报，就询问这张海报有没有被全部遮住（假设贴海报的过程和现实可以不同，也可以先贴上面的，再贴下面的）

贴的顺序如何选择?

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

思路：依次贴上一张张海报，每贴一张海报，就询问这张海报有没有被全部遮住（假设贴海报的过程和现实可以不同，也可以先贴上面的，再贴下面的）

贴的顺序如何选择?

关键： 插入数据的顺序 ------ 从上往下依次插入每张海报，这样后插入的海报不可能覆盖先插入的海报，因此插入一张海报时，如果发现海报对应的瓷砖有一块露出来，就说明该海报部分可见。

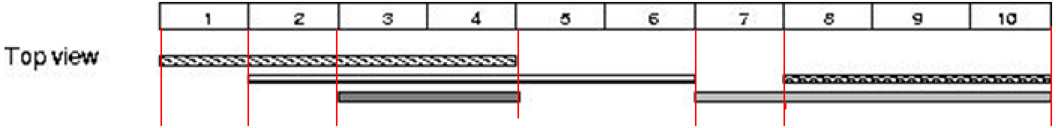
时间复杂度: nlogn (n为海报数目)

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

如果每个叶子节点都代表一块瓷砖，那么线段树会导致MLE，即单位区间的数目太多。而且时间复杂度为 nlogm (n是海报数目m是瓷砖数目)

实际上，由于最多10,000个海报，共计20,000个端点，这些端点把墙最多分成19,999个单位区间（题意为整个墙都会被盖到）。每个单位区间的瓷砖数目可以不同

我们只要对这19,999个区间编号，然后建树即可。这就是离散化

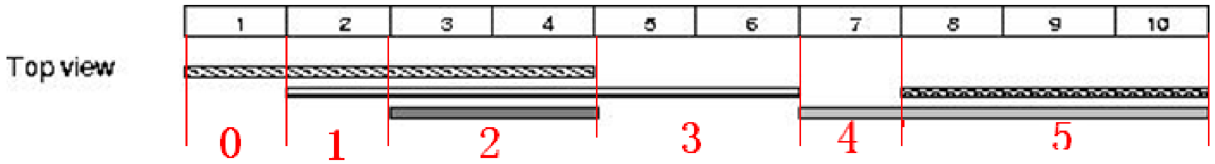


离散化

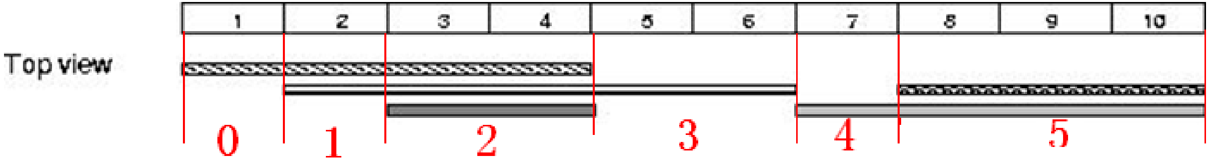
有时，区间的端点不是整数，或者区间太大导致建树内存开销过大MLE ,那么就需要进行“离散化”后再建树。

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

- 这些单位区间在线段树上是叶子节点
- 每个单位区间要么全被覆盖，要么全部露出
- 没有海报的端点会落在一个单位区间内部
- 每张海报一定完整覆盖若干个连续的单位区间
- 要算出一共有多少个单位区间，并且算出每张海报覆盖的单位区间[a,b] (海报覆盖了从a号单位区间到b号单位区间)

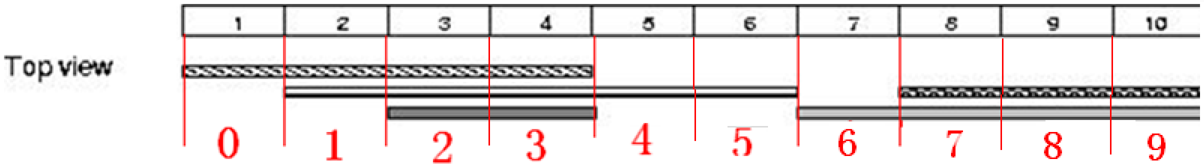


例题4： POJ 2528 Mayor's posters



按上图的离散化方法，求每张海报覆盖了哪些单位区间，写起来稍麻烦

例题4： POJ 2528 Mayor's posters



更方便的离散化方法，是将所有海报的端点瓷砖排序，把每个海报的端点瓷砖都看做一个单位区间，两个相邻的端点瓷砖之间的部分是一个单位区间

这样最多会有 20000 + 19999个单位区间

时间复杂度变为nlogn n是海报数目

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

如果海报端点坐标是浮点数，其实也一样处理。

树节点要保存哪些信息，而且这些信息该如何动态更新呢?

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

```
struct CNode
{
        int L,R;
        bool covered;
         CNode * pLeft, * pRight;
};
```

covered表示本区间是否已经完全被海报盖住

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

从上到下依次往线段树中插入海报

```
bool Post( CNode  *pRoot, int L, int R);
```

插入一张海报覆盖了区间[L,R]的那一部分，返回该部分是否可见（未被完全覆盖即为可见)

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

从上到下依次往线段树中插入海报

bool Post(CNode *pRoot, int L, int R);

插入一张海报覆盖了区间[L,R]的那一部分，返回该部分是否可见（未被完全覆盖即为可见)

若 [L,R]与 pRoot节点重合，则根据 pRoot->covered 做判断，并修改pRoot->covered, 返回。

例题4： POJ 2528 Mayor's posters

注意：若 [L,R]与 pRoot节点不重合，则继续往下插入。往下插入完成后，还要看看 pRoot是否被完全覆盖，有可能要更新pRoot->covered。因pRoot对应区间可能已经被部分覆盖，加上新海报后，就可能被全部覆盖

例题5
Atlantis

挪威盖朗厄尔峡湾

例题5：POJ 1151 Atlantis

给定n个矩形 (n<= 100)，其顶点坐标是浮点数，
可能互相重叠，问这些矩形覆盖到的面积是多大。

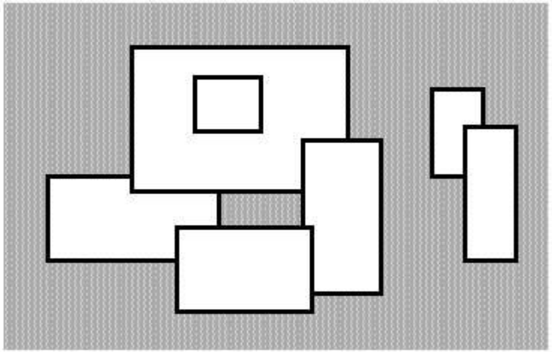
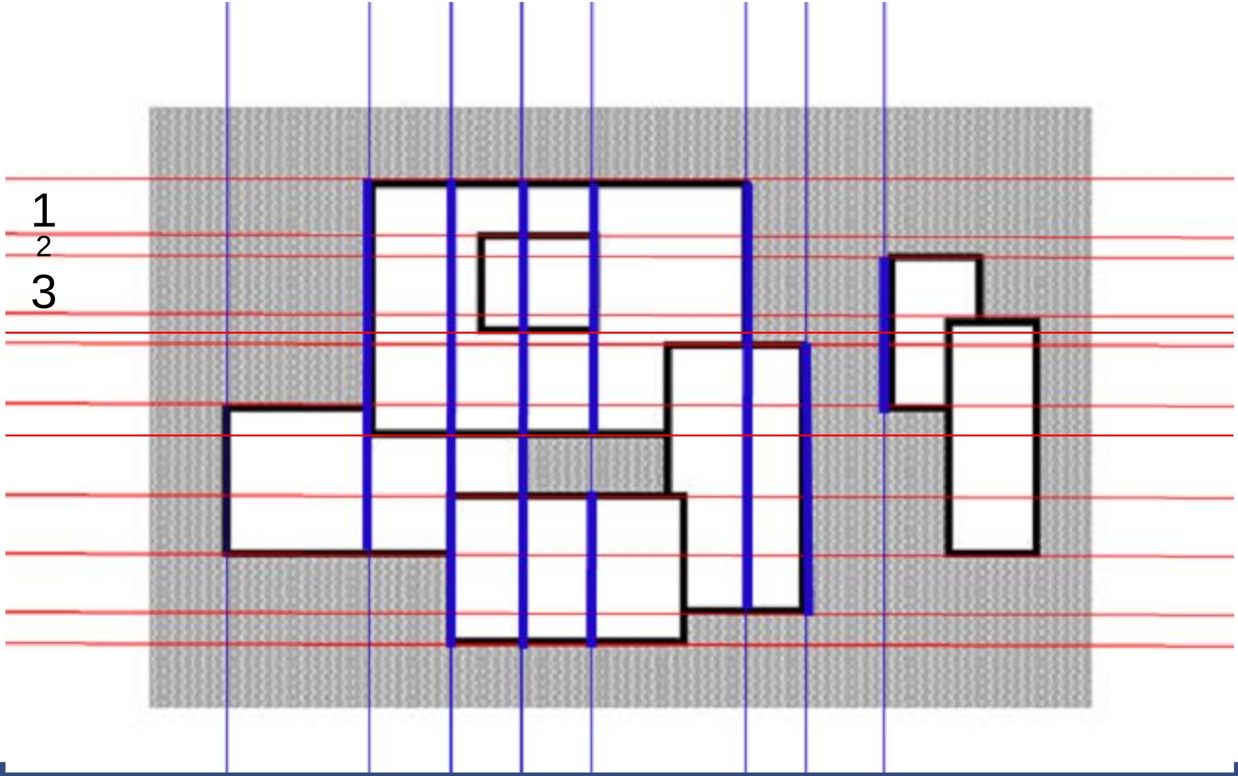


Figure 1. A set of 7 rectangles

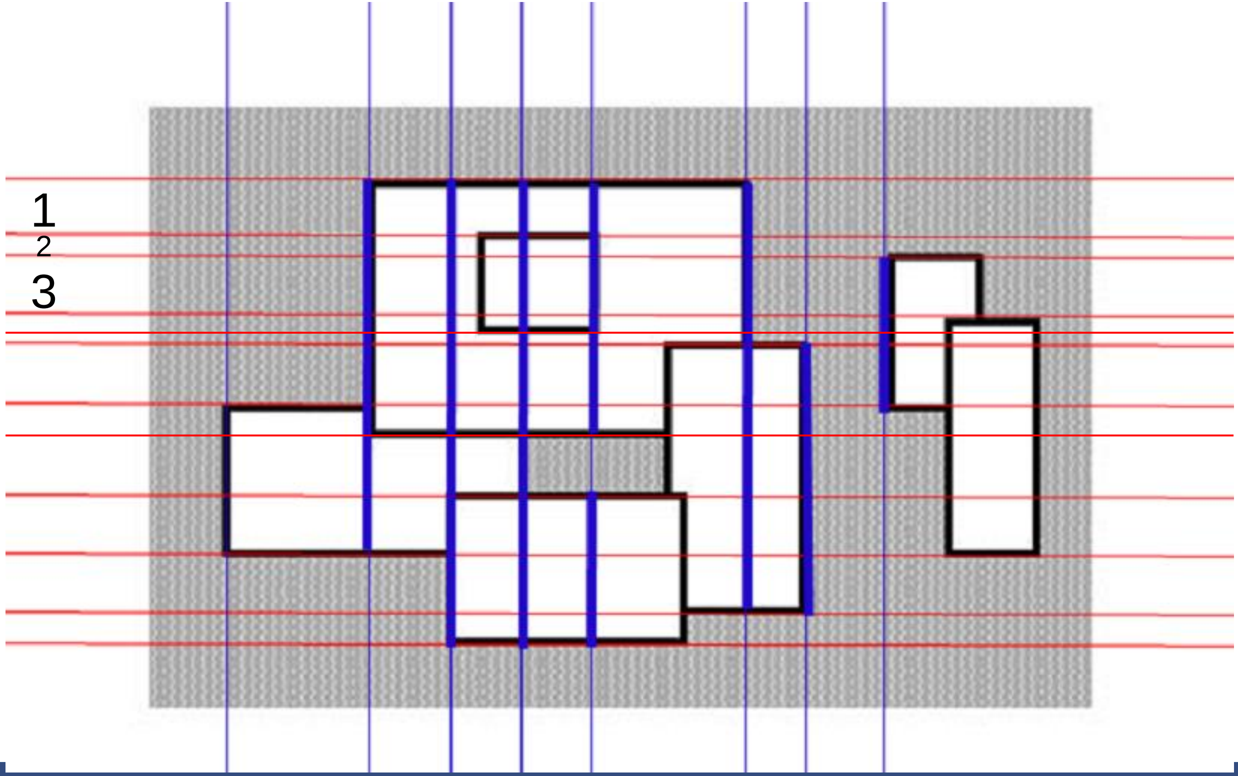
例题5：POJ 1151 Atlantis

在Y轴进行离散化。n个矩形的2n个横边纵坐标共构成最多2n-1个区间的边界，对这些区间编号，建立起线段树



例题5：POJ 1151 Atlantis

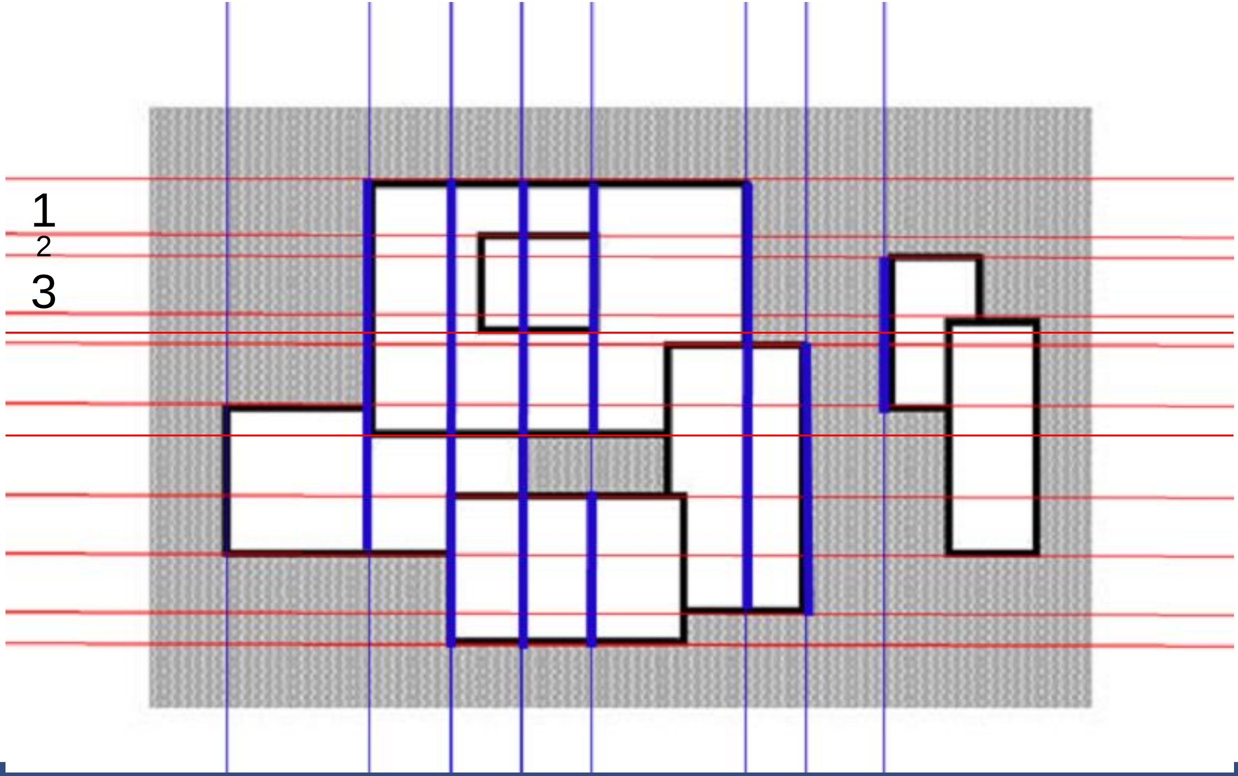
用一条直线从左到右扫描，碰到一条矩形竖边的时候，就计算该直线有多长被矩形覆盖。碰到矩形左边，要增加被覆盖的长度，碰到右边，要减少被覆盖的长度



例题5：POJ 1151 Atlantis

随着扫描线的右移动，覆盖面积不断增加。

每碰到一条矩形的纵边，覆盖面积就增加 Len 乘以该纵边到下一条纵边的距离。Len是此时扫描线被矩形覆盖的长度



例题5：POJ 1151 Atlantis

线段树的节点要保存哪些信息？如何将一个个矩形插入线段树？插入过程中这些信息如何更新？怎样查询？

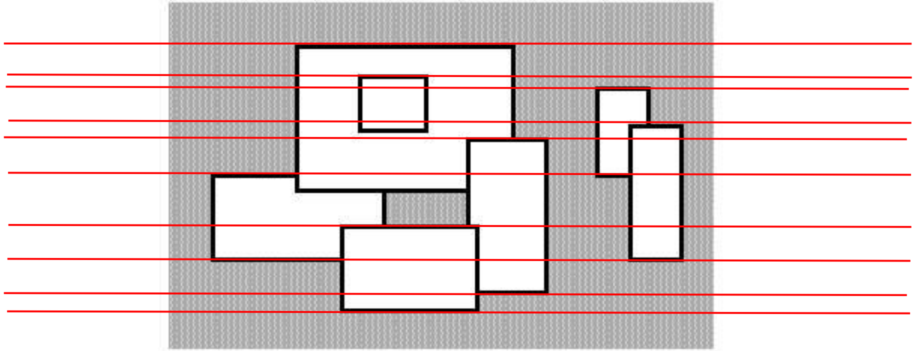


Figure 1. A set of 7 rectangles

例题5：POJ 1151 Atlantis

```
struct CNode
{
        int L,R;
        CNode * pLeft, * pRight;
        double Len; //当前,本区间上有多长的部分被矩形覆盖
        int Covers; //本区间当前被多少个矩形完全包含
};
```

一开始，所有区间 Len = 0 Covers = 0

例题5：POJ 1151 Atlantis

插入数据的顺序：

将矩形的纵边从左到右排序，然后依次将这些纵边插入线段树。要记住哪些纵边是一个矩形的左边(开始边)，哪些纵边是一个矩形的右边（结束边），以便插入时，对Len和Covers做不同的修改。

插入一条边后,就根据根节点的Len 值增加总覆盖面积的值。
增量是Len * 本边到下一条边的距离

例题5：POJ 1151 Atlantis

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <math.h>
#include <set>
using namespace std;
double y[210];
struct CNode
{
        int L,R;
        CNode * pLeft, * pRight;
        double Len; //当前,本区间上有多长的部分是落在那些矩形中的
        int Covers;//本区间当前被多少个矩形完全包含

};
CNode Tree[1000];
```

```
struct CLine
{
        double x,y1,y2;
        bool bLeft; //是否是矩形的左边
} lines[210];

int nNodeCount = 0;

bool operator< ( const CLine & l1,const CLine & l2)
{
        return l1.x < l2.x;
}
```

```
template <class F,class T>
F bin_search(F s, F e, T val)
{    //在区间[s,e)中查找 val,找不到就返回 e
                F L = s;
                F R = e-1;
        while(L <= R )    {
            F mid = L + (R-L)/2;
            if( !( * mid < val   || val < * mid ))
                                return mid;
            else if(val < * mid)
                                R = mid - 1;
            else
                                L = mid + 1;
        }
        return e;
}
int Mid(CNode * pRoot)
{
        return (pRoot->L + pRoot->R ) >>1;
}
```

```
void Insert(CNode * pRoot,int L, int R) {
//在区间pRoot 插入矩形左边的一部分或全部，该左边的一部分或全部覆盖了区间[L,R]
        if( pRoot->L == L &&  pRoot->R == R){
                pRoot->Len = y[R+1] - y[L];//延迟更新，儿子节点的len并没更新
                pRoot->Covers ++; //延迟更新，儿子节点的Covers并没更新
                return;
        }
        if( R <= Mid(pRoot))
                Insert(pRoot->pLeft,L,R);
        else if( L >= Mid(pRoot)+1)
                Insert(pRoot->pRight,L,R);
        else {
                Insert(pRoot->pLeft,L,Mid(pRoot));
                Insert(pRoot->pRight,Mid(pRoot)+1,R);
        }
        if( pRoot->Covers == 0) //如果不为0，则说明本区间当前仍然被某个矩形完全
包含，则不能更新 Len
                pRoot->Len = pRoot->pLeft ->Len +
                                pRoot->pRight ->Len;
}
```

```
void Delete(CNode * pRoot,int L, int R) {
/在区间pRoot 删除矩形右边的一部分或全部，该矩形右边的一部分或全部覆盖了区间[L,R]
        if( pRoot->L == L && pRoot->R == R) {
                pRoot->Covers --;
                if( pRoot->Covers == 0 )
                        if( pRoot->L == pRoot->R ) pRoot->Len = 0;
                        else  pRoot->Len = pRoot->pLeft ->Len +
                                                pRoot->pRight ->Len;
                return ;
        }
        if( R <= Mid(pRoot))    Delete(pRoot->pLeft,L,R);
        else if( L >= Mid(pRoot)+1)    Delete(pRoot->pRight,L,R);
        else {
                Delete(pRoot->pLeft,L,Mid(pRoot));
                Delete(pRoot->pRight,Mid(pRoot)+1,R);
        }
        if( pRoot->Covers == 0) //如果不为0，则说明本区间当前仍然被某个矩形完全
包含，则不能更新 Len
                pRoot->Len = pRoot->pLeft ->Len + pRoot->pRight ->Len;
}
```

```
void BuildTree( CNode * pRoot, int L,int R)
{
        pRoot->L = L;
        pRoot->R = R;
        pRoot->Covers = 0;
        pRoot->Len = 0;
        if( L == R)
                return;
        nNodeCount ++;
        pRoot->pLeft = Tree + nNodeCount;
        nNodeCount ++;
        pRoot->pRight = Tree + nNodeCount;
        BuildTree( pRoot->pLeft,L,(L+R)/2);
        BuildTree( pRoot->pRight,(L+R)/2+1,R);
}
```

```
int main()
{
        int n;  int i,j,k;   double x1,y1,x2,y2;  int yc,lc;
        int nCount = 0;
        int t = 0;
        while(true) {
                scanf("%d",&n);
                if( n == 0)  break;
                t ++;   yc = lc = 0;
                for( i = 0;i < n;i ++ ) {
                        scanf("%lf%lf%lf%lf", &x1, &y1,&x2,&y2);
                        y[yc++] = y1;   y[yc++] = y2;
                        lines[lc].x = x1;        lines[lc].y1 = y1;
                        lines[lc].y2 = y2;
                        lines[lc].bLeft = true;
                        lc ++;
                        lines[lc].x = x2;        lines[lc].y1 = y1;
                        lines[lc].y2 = y2;
                        lines[lc].bLeft = false;
                        lc ++;
                }
```

```
            sort(y,y + yc);
            yc = unique(y,y+yc) - y;
            nNodeCount = 0;
  //yc是横线的条数，yc- 1是纵向区间的个数，这些区间从0开始编号，那么最后一个区间编号就是yc-1-1
            BuildTree(Tree, 0, yc - 1 - 1);
            sort(lines,lines + lc);
            double Area = 0;
            for( i = 0;i < lc - 1 ; i ++ ) {
                    int L = bin_search( y,y+yc,lines[i].y1) - y;
                    int R = bin_search( y,y+yc,lines[i].y2) - y;
                    if( lines[i].bLeft ) Insert(Tree,L,R-1);
                    else    Delete(Tree,L,R-1);
                   Area += Tree[0].Len * (lines[i+1].x - lines[i].x);
            }
            printf("Test case #%d\n",t);
            printf("Total explored area: %.2lf\n",Area);
            printf("\n",Area);
        }
        return 0;
}
```