# TD : Tests d'hypothèses

**Exercice 1 :**

Dans un atelier mécanique, on veut vérifier le diamètre de pièces circulaires. D'un lot de 500 pièces, on a prélevé 40 pièces et les mesure de diamètre (en cm) sont présentées dans le tableau suivant.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4.9 | 5.1 | 4.9 | 4.8 | 5.4 | 4.8 | 5.1 | 4.8 | 5.0 | 4.5 |
| 4.9 | 4.8 | 4.9 | 5.3 | 4.8 | 4.6 | 5.2 | 5.2 | 5.0 | 4.8 |
| 4.7 | 4.7 | 4.7 | 4.8 | 4.9 | 5.3 | 5.1 | 5.0 | 5.1 | 5.0 |
| 4.9 | 4.8 | 4.8 | 5.0 | 5.3 | 4.8 | 4.8 | 5.0 | 4.9 | 4.7 |

1. Calculer le diamètre moyen des pièces de cet échantillon et son écart-type.
2. Construire un test qui permet de conclure quant à la qualité de la fabrication, avec un niveau de risque de 5%

**Exercice2 :**

Une entreprise utilise une matière isolante dans l'assemblage de certains appareils de mesure de contrôle industriel. Ces composantes isolantes sont achetées d'un fournisseur américain et ne doivent être ni trop minces, ni trop épaisses. De plus, le fournisseur certifie que l'épaisseur moyenne des composantes est de 6 mm.

1. L'entreprise veut vérifier si la dernière livraison est conforme à la norme certifiée sur la base d'un échantillon prélevé au hasard du lot. Formuler les hypothèses statistiques que l'on veut tester.
2. On suppose que l'épaisseur de la matière isolante est distribuée normalement avec une variance $\sigma^2$ =0.25 mm$^2$. Au seuil de signification $\alpha$ =0.05, entre quelles valeurs doit se situer l'épaisseur moyenne d'un échantillon de 16 composantes pour considérer que le lot est vraisemblablement conforme à la norme de 6 mm ?
3. Répondre à nouveau à la question 2) mais cette fois sur la base d'un échantillon de taille n=64. Est-ce que l'hypothèse de normalité de la distribution de l'épaisseur de la matière isolante est nécessaire ici ?

**Exercice 3 :**

Une entreprise fabrique des petites pompes à air utilisées pour gonfler certains jouets ou articles de sport. D'après la fiche technique, les pompes doivent développer, en moyenne, une pression de 1.75 kg/cm$^2$. Toutefois, plusieurs plaintes ont été soumises à l'entreprise par les détaillants d'articles de sport, invoquant que les pompes étaient incapables de développer une telle pression.

L'entreprise a donc décidé d'apporter certaines modifications techniques dans la conception de ses pompes. Pour vérifier si les changements apportés avaient eu une influence appréciable sur la pression développée par les pompes, on a prélevé, au hasard de la production, 25 pompes dont les pressions développées se lisent comme suit

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1.69 | 1.74 | 1.78 | 1.79 | 1.83 |
| 1.73 | 1.76 | 1.74 | 1.79 | 1.77 |
| 1.76 | 1.79 | 1.76 | 1.71 | 1.75 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1.79 | 1.80 | 1.85 | 1.81 | 1.74 |
| 1.77 | 1.82 | 1.81 | 1.76 | 1.79 |

En considérant que la pression développée par les pompes est distribuée normalement, est-ce que l'entreprise peut affirmer suite aux modifications apportées, qu'en moyenne, les pompes développent une pression supérieure à celle précisées sur la fiche technique ? Utiliser $\alpha$ =0.05 et indiquer votre démarche

**Exercice 4 :**

Une usine fabrique des pièces circulaires dont le diamètre doit être, en moyenne, de 5 cm avec un écart-type $\sigma$=0.24 cm. Un échantillon aléatoire de taille n=36 est prélevé occasionnellement de la production et le diamètre de chaque pièce de l'échantillon est mesuré.

Si le diamètre moyen obtenu d'un échantillon de taille n=36 est inférieur à 4.92 cm ou supérieur à 5.08 cm, le procédé de fabrication doit être vérifié et réajusté à la valeur centrale requise, soit 5 cm ; si le diamètre moyen se situe à l'intérieur de l'intervalle [4.92 ; 5.08], on considère que le procédé opère correctement et il n'y a pas lieu d'intervenir.

1. avec ce processus de contrôle, quel est le risque d'arrêter inutilement le procédé de fabrication alors qu'il opère à m=5cm ? Comment appelle-t-on ce risque ?
2. Quelles sont les chances sur 100 de conclure que le procédé opère correctement lorsque m=5cm ?
3. Quelle est la probabilité de conclure que le procédé opère correctement alors qu'en réalité il est centré à 5.05 cm ? Comment appelle-t-on ce risque ?

**Exercice 5 :**

Une machine automatique est utilisée pour effectuer le remplissage d'un certain contenant. La machine doit être ajustée pour assurer que le poids moyen des contenants soit de 450 g avec un écart-type $\sigma$=20g. on veut mettre en œuvre un plan d'échantillonnage qui permettrait de satisfaire les exigences suivantes :

i) Si la machine centrée à 450 g, o, veut être en mesure de ne pas rejeter cette hypothèse 99 fois sur 100.

ii) D'autre part, si la machine est centrée à 425g ou 475g, on veut que le risque associé au non-rejet de l'hypothèse nulle $H_0$ : m=450 g soit au plus de 4% dans chaque cas.

1. Déterminer la taille d'échantillon pour le plan de contrôle à mettre en œuvre.
2. Déterminer, en préservant le risque $\alpha$, les valeurs critiques de la moyenne d'échantillon.
3. Donner une description du plan de contrôle à mettre en œuvre.

**Exercice 6:**

L'entreprise Simtech fabrique des tubes de verre pour l'entreprise Giscom.
L'entreprise cliente exige que les lots expédiés par Simtech contiennent au plus 2% de défectueux. Les lots sont habituellement constitués de 5000 tubes de verre. Avant d'expédier les lots, Simtech effectue un contrôle en prélevant au hasard 200 tubes.

1. En utilisant un risque de $\alpha$ =0.05 de rejeter à tort un lot dont la proportion de défectueux est de 2% (ou mieux), quelle est la valeur critique de la proportion de défectueux dans un échantillon de taille n=200 qui ne doit pas être dépassée pour considérer un lot comme acceptable ?
2. On doit expédier un lot de 5000 tubes. Lors du contrôle final, on a observé 4 tubes de verre défectueux dans un échantillon de 200 tubes. Est-ce que ce lot peut être considéré comme acceptable d'après les exigences de Giscom ?

3. Giscom réceptionne des lots de Simtech en prélevant également 200 tubes et fait usage de la même règle de décision que Simtech. Quelles sont les chances sur 100 d'accepter un lot comportant 6% de tubes défectueux alors que Simtech certifie 2% de défectueux dans 95% des cas ? Comment appelle-t-on ce risque ?

**Exercice 7:**

Un fabriquant de fournitures électriques fabrique des résistances dont la valeur nominale doit être de 1000 ohms (ohm-mètre)). Pour vérifier le procédé de fabrication, on prélève un échantillon aléatoire de 64 résistances. On mesure ces résistances avec un ohmètre de précision et les calculs de la moyenne et l'écart-type conduisent aux valeurs suivantes :
$\bar{x}$ = 990 ohms, s= 100ohms.

1. En supposant que le risque de première espèce est fixé à 0.05, élaborer une règle de décision qui permettrait de tester l'hypothèse nulle selon laquelle le procédé est centré à 1000 ohms.
2. Est-ce que l'hypothèse de normalité de la population (l'ensemble des valeurs ohmiques de la fabrication) est requise pour l'élaboration de la règle de décision en a)
3. Selon les résultats de l'échantillon de 64 résistances, doit-on rejeter l'hypothèse selon laquelle le procédé est centré à 1000 ohms ?
4. Quelle est la probabilité de ne pas rejeter l'hypothèse nulle $H_0$ : m=1000 ohms si le procédé opère en réalité à m= 1050 ohms ? Comment appelle-t-on ce risque ?