Moyenne empirique : $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$

Frequence empirique : $F_n = \frac{Y_n}{n}$ avec $Y_n = \sum_{1}^{n} X_i$

$E(\bar{X}) = m$, $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

$E(F_n) = p$, $Var(F_n) = \frac{p(1-p)}{n}$

$E(S^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2$; $E(S^{*2}) = \sigma^2$

Lois des grands nombres :

$S_n^2 \xrightarrow{P} \sigma^2$

$S_n^{*2} \xrightarrow{P} \sigma^2$

$\bar{X}_n \xrightarrow{P} m$

Estimateur

$\bar{X}_n$ (m)

S_n^2 (σ^2) [biais] S_n^{*2} $(\frac{n}{n-1} S_n^2)$ σ^2 [sans biais]

Estimation param. usuels :

$\bar{X}_n \longrightarrow \mu$ (estimateur efficace)

σ ?

- si μ est connu : $T_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} (X_i - \mu)^2 \to \sigma^2$
- si μ est inconnu : $T_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} (X_i - \bar{X}_n)^2 \to \sigma^2$

Estimation par inter conf :

$\bar{X}_n \longrightarrow m$ avec $\bar{X}_n \leadsto \mathcal{N}(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

- σ connu : $\bar{x}_n - u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x}_n + u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- σ inconnu : $\bar{x}_n - t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n-1}} < m < \bar{x}_n + t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n-1}}$

loi	$E[X]$	$Var(X)$
$\mathcal{B}(p)$	p	$p(1-p)$
$Bin(n,p)$	np	$np(1-p)$
$\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$	μ	σ^2

$\mu_{\bar{x}} = m$ — $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ si — N — $\mu_{\bar{x}} = m$ — $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$\mu_F = p$ — $\sigma_F = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

- $P(m,\sigma,p)$ population avec $n \geq 30$

$\bar{X}$ la variable aléo. qui associe la moyenne de l'échantillon

$$\bar{X} \hookrightarrow \mathcal{N}\left(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$\bar{F}$ la variable aléo qui associe la proportion de l'éhatillon.

$$\bar{F} \hookrightarrow \mathcal{N}\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right) \quad (q = 1-p)$$

$\triangle$ si $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m,\sigma)$ alors $\bar{X} \hookrightarrow \mathcal{N}(m,\sigma)$

* Pop (m,σ,p)

1) Estimation ponctuelle :

$$Ech(\bar{x}, \sigma_e, f) \Rightarrow \begin{cases} m = \bar{x} \\ p = f \\ s = \sigma_e\sqrt{\frac{n}{n-1}} \end{cases}$$

2) Estimation par intervalle :

m ? avec σ connu $(n \geq 30)$

$$\bar{X} \hookrightarrow \mathcal{N}\left(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$P\left(m - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} \leq m + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

l'intervalle de conf avec coef de conf $= 0{,}95$

$$I_{0,95} = \left[\bar{x} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$I_\alpha = \left[\bar{x} - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

~~$t = 2\Pi(t) - 1$~~

$$2\Pi(t) - 1 = 1 - \alpha$$

$$I_\alpha = \left[f - t\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} ; f + t\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}\right]$$