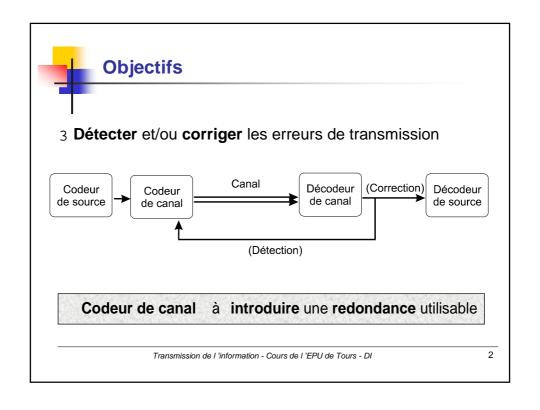
# Chapitre 3 : Codage canal / Gestion des erreurs





### En pratique

### Sources d'erreurs :

- le support ;
- " le débit ;
- la modulation ;
- n le type de codage;
- le rapport S/N.
- <sup>n</sup> Taux d'erreur = 10<sup>-4</sup> à 10<sup>-7</sup> avec en plus des phénomènes de groupement d'erreurs par paquets.
- n Erreur tolérée = 10<sup>-10</sup> à 10<sup>-12</sup> dans les réseaux locaux industriels

### à détection et correction

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

3



# Théorème des canaux à perturbation

" Pour une source à débit d'information de R bit/s et un canal de capacité C bit/s, si R<C, il existe un code ayant des mots de longueur n, de sorte que la probabilité d'erreur de décodage  $p_E$  soit minimale"

Rq1 : un résultat inatendu !

Rq2: à p<sub>E</sub> constant, n augmente si R

tend vers C.

Rq3: en pratique, si R<0.5 C, des

codes existent avec  $p_E$  faible.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# **Quelques Définitions**

Taux d'erreur

$$T_e = \frac{Nombre\ de\ bits\ erron\'es}{Nombre\ de\ bits\ transmis}$$

 $011001001001100100101001010 \ \ \, \Rightarrow \ \ \, 011001\underline{1}0110010\underline{1}10100\underline{0}010$ 

$$T_e = \frac{3}{24} = 0.125$$

- Taux de codage / rendement

  - $R = \frac{k}{n} \qquad \ \ \, \text{- k taille du mot d 'information (avant codage)} \\ \text{- n taille du mot-code (après codage)}$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# **Quelques Définitions**

Efficacité de la détection :

 $E = \frac{Nombre \ messages \ reconnus \ erronés}{Nombre \ messages \ erronés}$ 

- Taux d 'erreurs brut : t = 1 (1-p)<sup>n</sup>
- Taux d'erreurs résiduel : q = t.(1-E)

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



### Méthodes de détection d'erreurs

- 3 Détection par écho / répétitions
- 3 Détection par codes linéaires
- 3 Détection par bit de parité
- **3 Détection par codes cycliques**
- 3 Détection par codes convolutifs

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

7



## Méthodes de détection d'erreurs

### <sub>n</sub> Echo:

- Tout message émis est comparé à son écho et réémis si différent. Problème : il peut y avoir des erreurs dans l'écho, des compensations d'erreurs, ...
- n Codage par répétition

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



### Codes détecteur et/ou correcteur

### 3 Codes linéaires

- Parité
- Codes groupes
   Code de Hamming
- Codes cycliques
   CRC/FCS, code BCH, RS

### 3 Codes convolutifs

Algorithme de Viterbi

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

9



# **Détection des Erreurs**

### Bit de parité (checksum)

- Pour une trame donnée,  $t=a_1\dots a_k$   $(a_i\in\{0,1\})$ , on rajoute un bit  $a_{k+1}$  tel que le nombre de 1 dans la trame soit toujours pair.
- On peut aussi transmettre la somme de tous les a<sub>i</sub>. Une technique du *checksum* est utilisée dans les entêtes des trames IP et TCP.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Détection d'erreurs par bit de parité (caractère)

- 3 VRC (Vertical Redundancy Check)
  - Asynchrone
- 3 LRC (Longitudinal Redundancy Check)
  - Synchrone



transmettre	parité	transmettre	perké			perité
7	Q8		Qu .	Yes	LRC	qe .
Caractère	D#	Caractère	P#		Caractère	Pil
				······································		

Exercice à

				L	U	LRC →
bit 1	0	1	0	0	1	0
bit 2	0	0	0	0	1	1
bit 3	0	1	1	1	1	0
bit 4	1	0	1	1	1	0
bit 5	0	0	0	0	0	0
bit 6	0	0	0	0	0	0
bit 7	1	1	1	1	1	1
VRC ↓	٥	1	1	1	1	0

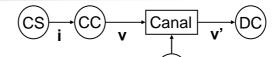
T				
Transmiss	0001001	0	10100	
		1	_	

0001001	0	1010001	1	0011001	1	0011001	1	1111100	1	0100001	0
Н		E		L		L		0		LRC	



### **Codes linéaires**

• Notations :



• Mot-code : v

$$v = [a_1 \ a_2 \ ... \ a_k \ a_{k+1} \ a_{k+2} \ ... \ a_n] = [i \ c]$$

- [c]: m symboles de contrôle
- [i]: k = n m symboles d'information
- Mot-erreur : ε

$$\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n]$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n]$$
  $v_i = v_i' + \varepsilon \iff v_i' = v_i + \varepsilon$ 

$$\varepsilon_i = \begin{bmatrix} 1 & \text{si erreur à la ième position} \\ 0 & \text{sinon} \end{bmatrix}$$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Propriétés des codes linéaires

Les symboles de contrôle sont obtenus par une combinaison linéaire des symboles d'information

### • Code bloc linéaire

Symboles binaires et addition modulo 2.

# • Code systématique

Les symboles d'information et de contrôle sont séparés.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

13



# Codage et matrice génératrice

Soit 
$$G_{(k,n)}$$
 la matrice génératrice,  $[G] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{k1} & g_{k2} & \cdots & g_{kn} \end{bmatrix}$ 

$$v = i.G$$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Décodage et matrice de contrôle

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{a}_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad ... \quad \mathbf{a}_n] \\ \text{Soit } \mathbf{H}_{(\mathsf{m},\mathsf{n})} \text{ la matrice de contrôle, } [\mathbf{H}] &= \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{11} & \mathbf{h}_{12} & ... & \mathbf{h}_{1n} \\ \mathbf{h}_{21} & \mathbf{h}_{22} & ... & \mathbf{h}_{2n} \\ ... & ... & ... \\ \mathbf{h}_{m1} & \mathbf{h}_{m2} & ... & \mathbf{h}_{mn} \end{bmatrix}$$

Soit z le syndrome (ou correcteur), 
$$z = H.v'^{T} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix}$$

Si z=[0] pas d'erreur, sinon erreur et + / - correction

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Codage et matrice génératrice

Les matrices H et G sont liées par :  $G.H^t = 0$ et peuvent se mettrent sous la forme systématique :

$$G = \begin{bmatrix} & & : & & \\ & I_k & : & A_{k,m} & & \\ & : & & : & \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} & & : & & \\ & A^t{}_{k,m} & : & I_m & \\ & & : & & \end{bmatrix}$$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



### Tableau standard

Bloc données utiles	00	10	01	11
Mots de code	0000	1011	0101	1110
Classe 1	1000	0011	1101	0110
Classe 2	0100	1111	0001	1010
Classe 3	0010	1001	0111	1100

Classe : ensemble  $C(Z) = \{Z + X, \forall X \in Code\}$ 

Représentant de classe : mot de poids le plus faible

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

17



# Codage et matrice

- •k vecteurs constituant une base du code C sont utilisés pour former les lignes d'une matrice G de taille  $k \times n$ .
- •Tout mot de code est une combinaison linéaire des lignes de G.
- •La correspondance entre G et H n'est pas unique.
- •La correspondance entre mots d'information et mots de code n'est pas unique.
- •G et G', les matrices génératrices de deux codes équivalents sont reliées par :
  - des permutation des colonnes
  - des combinaisons linéaires sur les lignes.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



**Exemple** k=2, m=1, n=3
$$[G_1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [H] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad [G_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Hamming et correction des erreurs

# Distance de Hamming

$$D(v_i, v_j) = (a_{i1} \oplus a_{j1}) + (a_{i2} \oplus a_{j2}) + \dots + (a_{in} \oplus a_{jn})$$

~ Le nombre de coordonnées par lesquels les 2 mots diffèrent

### **Correction directe:**

- C'est le récepteur qui corrige à Il faut donc un code très redondant.
- Ce mécanisme est très coûteux mais aussi très efficace. On parle alors de code auto-correcteur.
- Utilisation : Retrouver le code exact à partir d'un code erroné consiste à retrouver le plus proche voisin au sens de d<sub>H</sub>.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Hamming et correction des erreurs

- <sub>n</sub> Exemple : code  $d_H = 2$ , sur des mots de 4 bits
- Les codes autorisés sont :

0000	(1)
0011	(3)
0101	(1)
0110	(2)
1001	(3)
1010	(3)
1100	(1)
1111	(3)

- Par exemple, soit le message suivant : 0 1 0 0. Ce n'est pas un code valide.
- Pour pouvoir corriger en plus de détecter, il faut un code de d<sub>H</sub> > ou égale à 3 pour lequel les seuls mots autorisés sont :

0	0	0	0	(1)
1	1	1	1	(3)

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

24



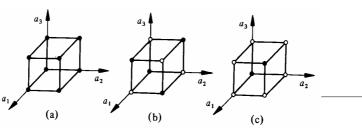
# Illustration spatiale

Un mot = un vecteur dans un espace à n dimensions !
 w=[a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> ... a<sub>n</sub>]

 $W = ensemble des N = 2^n mots$ 

 $V = ensemble \ des \ S = 2^k \ mots \ ayant \ un \ sens \ (mot-code)$ 





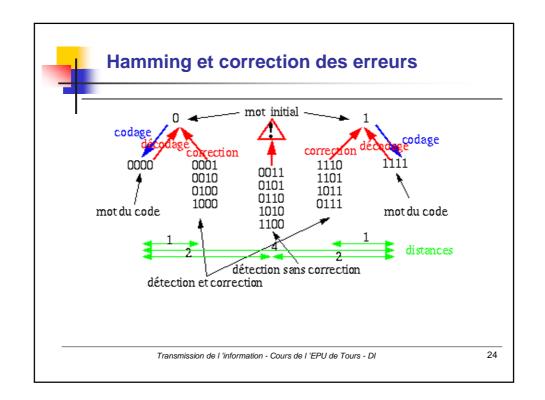


# **Hamming et correction**

 $v_i \rightarrow \text{Région } W_i \text{ dépendantes de d}_H \text{ et disjointes}$ => Détection et correction ä si  $W_i$  grand

- n Théorème de Hamming:
- Si on veut:
  - n détecter p erreurs isolées alors il faut d<sub>H</sub> ≥ p+1.
  - $_{\scriptscriptstyle \rm h}$  corriger q erreurs isolées alors il faut  $d_{\scriptscriptstyle H} \ge 2q+1$ .

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI





# Poids de Hamming et distance min.

Le poids de Hamming w(c) d'un mot de code c est égal au nombre de composantes non nulles de c.

Le poids minimal  $w^*$  d'un code C est le minimum des poids w(c) des mots de code c non nuls.

La distance minimale  $d_{\min}$  d'un code linéaire est égale à son poids minimal  $w^*$ 

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

25



# Code de Hamming : Principe

- Chaque bit est vérifié par un sous-ensemble distinct des bits de validation
- Une erreur sur un bit provoque une erreur de parité pour chaque bit de validation du sous-ensemble correspondant
- <sub>n</sub> H doit vérifier:
  - n Chaque colonne est la représentation binaire des nombres 1 à n.
  - $n = 2^m 1$  et  $k = n m = 2^m 1 m$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# **Code de Hamming: Principe**

### Auto-correction:

- le syndrome du mot reçu est identique à la colonne de la matrice de contrôle correspondant au bit à corriger.
- n si l'on trie les colonnes de H suivant leur poids binaire croissant et que les poids de ses colonnes couvrent l'intervalle [1, 2<sup>m</sup>-1] alors la valeur binaire du syndrome est égale au numéro de bit erroné.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

27



# Hamming et correction des erreurs

- On veut détecter et corriger toutes les erreurs de 1 bits
  - Dans un mot code de n = m + k bits
    - n Avec k bits de données
    - n Avec m bits de validation
- <sup>n</sup> Chaque  $2^k$  mot code est à distance d = 1 de n mots invalides
- Pour chaque mot valide, on a donc besoin de n+1 mots (n inutilisés + 1 mot code)
  - On veut trouver m tel que  $(n+1)2^k \le 2^n$ , sachant que n = m + k
  - Limite théorique : le plus petit m tel que  $(m+k+1) \le 2^m$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# **Explications**

Pour la correction d'une erreur

Si on a:

or or a:  

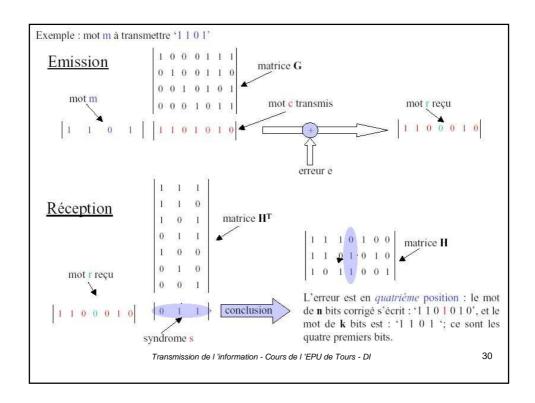
$$[H] = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_n] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \\ 0 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & 0 & 1 & \dots \end{bmatrix}$$
 avec  $h_i = bin(i)$ 

3 Mot-erreur :  $\varepsilon = [\dots \alpha_i \dots]$ 

$$v'_j = v_j + \varepsilon \Leftrightarrow z = H.v'_j = H.\varepsilon^T \Leftrightarrow z = h_i$$

L'erreur est à la position dec(h<sub>i</sub>)

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\underbrace{Valeurs\ d\acute{e}cimales}: \ 7\ 6\ 5\ 3\ 4\ 2\ I$$

$$La\ matrice\ g\acute{e}n\acute{e}ratrice\ \mathbf{G}\ s\acute{e}crit\ (\mathbf{GH^T} = \mathbf{0}): \mathbf{G} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\underbrace{Entr\acute{e}\ du\ codeur}_{m_1}$$

$$\underbrace{m_0}_{m_1}$$

$$m_2$$

$$m_3$$

$$\underbrace{m_0}_{m_1}$$

$$m_2$$

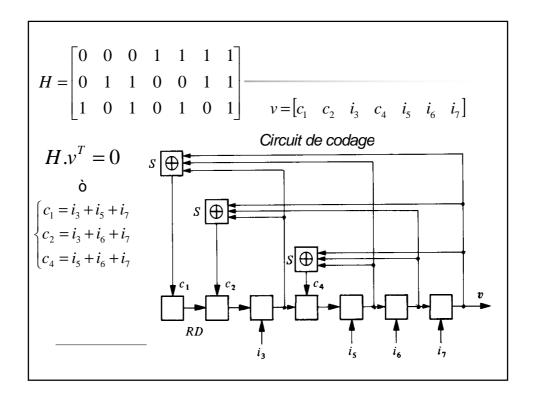
$$m_3$$

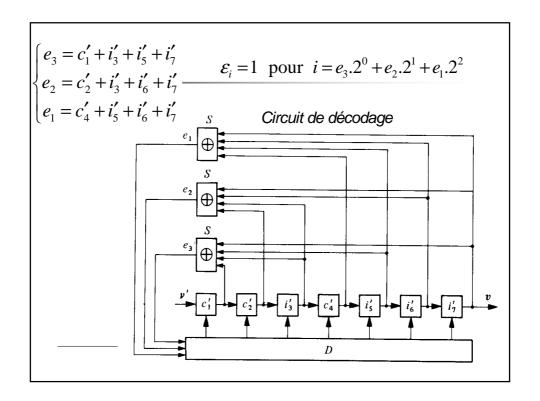
$$\underbrace{c_4}_{c_5}$$

$$c_6$$

$$Transmission\ de\ l'\ information\ -\ Cours\ de\ l'\ EPU\ de\ Tours\ -\ Dl}$$

$$31$$







# **Exercice sur le codage de Hamming**

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# **Codes polynomiaux**

- Définition : Un code polynômial est un code linéaire systématique dont chacun des mots du code est un multiple du polynôme générateur (noté g(x)).
- Le degré du polynôme générateur définit la longueur du champ de contrôle d'erreur.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

35



# **Codes polynomiaux**

- Tout vecteur peut être présenté sous une forme polynômiale
- Les opérations (+, X, /) sont binaires : 1.x + 1.x = 0.x!
- Soit t= a<sub>0</sub> a<sub>n-1</sub> ... a<sub>0</sub>. On peut lui associer un polynôme de degré n-1
- n par:  $P(x) = a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_2x^2 + a_1x + a_0$
- Exemple : le mot 1001101 est associé à  $P(x) = x^6 + x^3 + x^2 + 1$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Codage / Décodage

Division / Multiplication (en binaires)

$$a(x) = x^3 + x^2 + x$$
 et  $b(x) = x^3 + x + 1 \rightarrow c(x) = x^6 + x^5 + x$ 

$$c(x) = a(x) \times b(x)$$

[1110]<[1011]=[1100010]

• Codage par division

$$v(x) = c(x) + x^{m}.i(x)$$

Systématique!

$$c(x) = Reste\left(\frac{x^m i(x)}{g(x)}\right)$$

• Décodage par division

Si z(x)=0 => Transmission OK

Sinon => Détection ou correction

$$z(x) = Reste\left(\frac{v'(x)}{g(x)}\right)$$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

27



# Codage / décodage

- $_{\scriptscriptstyle \rm n}$  Soit une clef G(x), polynôme de degré v. On pose :
- $x^{\vee} P(x) = Q(x) G(x) + R(x)$
- n où Q(x) et R(x) sont deux polynômes de degré au plus égal à, respectivement, n-1 pour Q et v pour R.
- on travaille en binaire **donc**  $x^{v} P(x) + R(x) = Q(x) G(x) = Y(x)$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Codage / décodage

- 1. l'émetteur transmet les mots associés aux polynômes P(x) et R(x) (généralement par simple concaténation).
- 2. Le décodeur peut fabriquer Y(x) et la division puisque G est normalisé (donc v et G sont connus).
- 3. Si le reste est non nul (*i.e.*  $Y(x) \neq G(x)$  Q(x)) alors il y a au moins une erreur.
- n On utilise pas n'importe quel polynôme générateur. Il est le plus souvent normalisé pour un protocole donné.
- $_{\rm n}$  Pour v = 16, le CCITT préconise dans l'avis V24, le polynôme :

$$G(x) = x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$$

n L'implémentation Hardware de cet algorithme est facile.

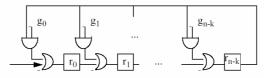
Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

39



# Diviseur électronique

 $g(x) = g_0 + g_1 \cdot x + g_2 \cdot x^2 + ... + g_{n-k} \cdot x^{n-k}$ 



- La multiplication est réalisée par un ET logique, l'addition par un OU exclusif, plus des registres à décalage.
- n Procédé:
  - <sub>n</sub> (i) les registres ri sont mis à zéros
  - n (ii) les bits du mot à diviser sont insérés en entrée (k étapes), bits de poids fort en tête.
  - n (iii) les registres ri contiennent alors le reste, qu'on extrait (n-k étapes).
- $_{\rm n}$   $\,$  De nombreuses optimisations sont possibles :
  - n Lorsque gi=0 on supprime simplement la connexion et la porte ET!
  - phase spécifique d'initialisation, etc.



# **Codes cycliques**

Code cyclique = linéaire + propriété de permutation circulaire

### Définition :

- toute permutation de tout mot code donne un autre mot code
- les polynômes associés aux mots codes sont tous multiples d'un générateur g(x) diviseur de (1+xn)
- Exemple:
  - Un code cyclique (1, 2) possède les mots de code suivants : {01, 10} ou {00, 11}, mais pas {01,11}.
  - Un code cyclique (1, 3) possède les mots de code suivants : {000, 111}.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

\_\_\_



# **Codes cycliques**

- g(x) définit le codeur (n,k)
- g(x) est de degré m=n-k
- II vérifie :  $1+x^n = g(x) \times p(x)$

$$g(x) = 1 + g_1 \cdot x + g_2 \cdot x^2 + \dots + g_{n-k} \cdot x^{n-k}$$

Exemple: code cyclique (n=7, k=4):

$$1+x^7 = (1+x)\times(1+x^2+x^3)\times(1+x+x^3)$$

g(x) est de degré 3 soit :

$$g(x) = (1+x^2+x^3)$$
 ou  $g(x) = (1+x+x^3)$ 

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Bilan sur les codes cycliques

- La théorie des codes cycliques permet de montrer que ce type de code permet de détecter jusqu 'à k erreurs pour G(x) de degré k
- Pour CRC 16 :
  - 1) toutes les erreurs simples, doubles et triples
  - 2) toutes les salves d'erreurs de longueur impaire ou de moins de 17 bits
    - 3) 99,998% des salves d erreurs de plus de 16 bits.
- n On peut ainsi obtenir un taux d'erreur résiduel de 10<sup>-10</sup>.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

40



# Code cycliques BCH et RS

- <sup>n</sup> Ce sont une extension des codes cycliques, ils sont non pas construit sur un alphabet binaire mais un alphabet composé d'un grand ensemble de symboles.
- Les codes BCH (Bose-Chaudhuri-Hocquenghem) sont ceux qui ont la plus grande capacité de correction d'erreurs indépendantes pour une redondance et une longueur données.
- Les codes RS (Reed-Solomon) sont des codes correcteurs très puissants. Ils peuvent être présentés comme des codes BCH dans lequel chaque bit des mots du code est remplacé par un entier.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Exemple de polynômes générateurs

**ATM** 

$$x^{8} + x^{2} + x + 1$$
 => Cellule ATM  $x^{10} + x^{9} + x^{5} + x^{4} + x + 1$  => Couche AAL type 3/4

CCITT N41 => X25 (HDLC)  
$$x^{16} + x^{12} + x^5 + I$$

$$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + 1$$

k peut varier de 200 à 3000 bits

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

45



# **Codes continus / convolutifs**

### Généralités

=> Les symboles d'information sont traités en flux continu

Rque :Blocs de  $n_0$  symboles, mais dont les  $m_0$  contrôleurs ne dépendent pas que des  $k_0$  symboles d'information !

Taux d'émission ou rendement :  $R = \frac{k_0}{n_0}$ 

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# Codes convolutifs systématiques

$$\begin{aligned} \text{Mot-code}: V = & \left[ X_1 Y_1 X_2 Y_2 ...... X_j Y_j ....._1 \right] \\ \text{avec} \quad & X_j = & \left[ X_j^1 ...... X_j^{k_0} \right] \text{ Information} \\ & Y_j = & \left[ Y_j^1 ...... Y_j^{m_0} \right] \end{aligned} \quad \text{Contrôle}$$

# • Codes convolutifs non systématiques

• Contrôle et information sont mélangés

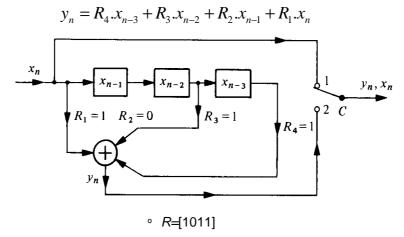
Mot-code : 
$$V = [U_1 U_2 ..... U_j .....]$$

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

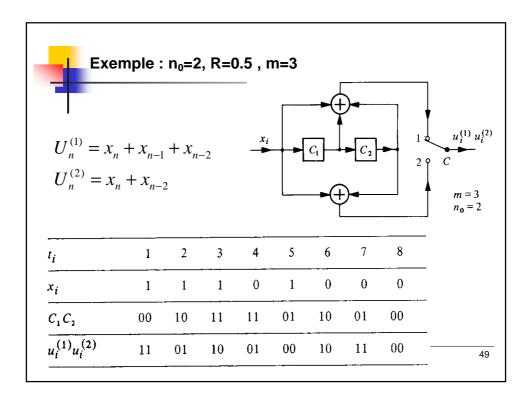
47

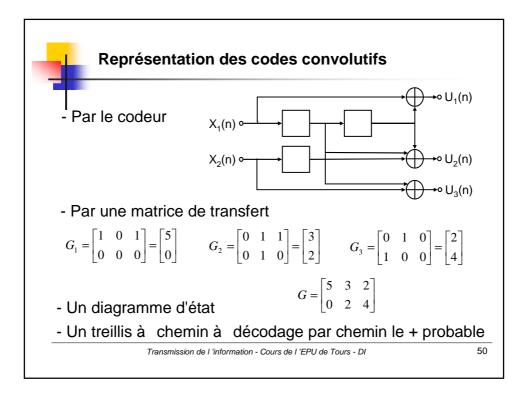


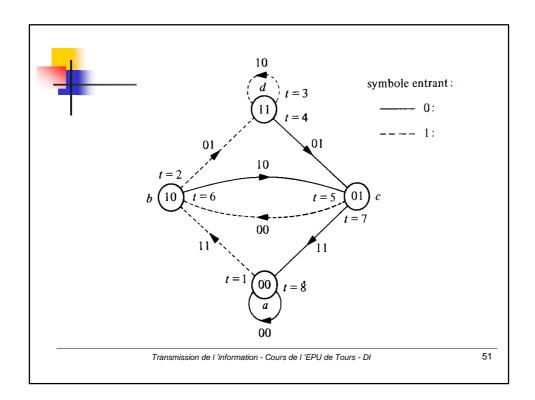
# Exemple : m=4, k<sub>0</sub>=1, m<sub>0</sub>=1, n<sub>0</sub>=2

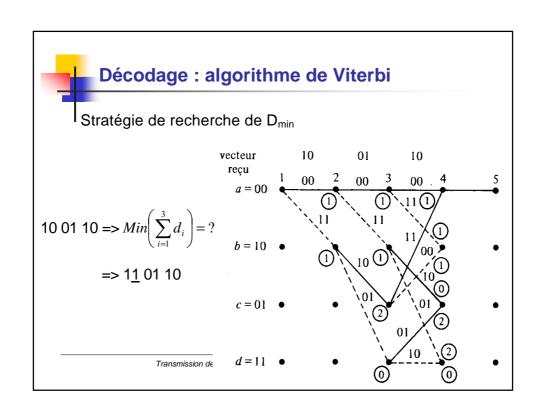


Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI











## Conclusion sur le codage de canal

### Indispensable

Théories mathématiques complexes  $\Pi$  des solutions concrètes

- Reed-Salomon (1984): BCH
- Turbo-Codes (1993): Code convolutif

Recherche de codeurs conjoint source / canal

- complexité --
- robustesse ++
- flexibilité ++

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

53



# Conclusion sur le codage de canal

### Bilan sur la correction des Erreurs :

- Pour les codes cycliques (de taille de clef = v) on peut détecter les paquets d'erreurs de taille  $\leq v$  ou corriger les paquets de taille  $\leq v$ .
- La performance de ces codes est cependant contrebalancée par un coût important en longueur de code ce qui explique qu'ils sont très peu utilisés dans les réseaux locaux industriels.

### ==> Correction par retransmission

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# **Correction par retransmission**

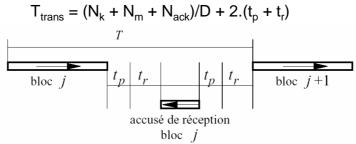
- <sub>n</sub> Quand?
  - n Correction de l'erreurs impossible
- n Types de retransmission :
  - n send and wait
  - n envoi avec arrêt et attente d'ACK ou NACK ou echo ou time-out
  - Nécessité d'identification des messages

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

55



# **Correction par retransmission**

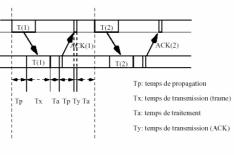


n Rendement très faible

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI



# **Correction par retransmission**



 $\begin{array}{ll} Utilisation: & U = \underline{\frac{Tx}{Tt}} & Tt = Tx + Ty + 2Tp + 2Ta \\ \end{array}$ 

**Exemple:** Ligne satellite à 56kbps et trames de 1000 bits. Le satellite est stationné à 33.000km sur la terre et la vitesse de propagation  $3 \cdot 10^8$  m/sec. L'utilisation  $U = \frac{T_r}{T_t}$  est de 3.4% seulement en utilisant un protocole 'envoyer et attendre' pour envoyer la trame et renvoyer l'acquittement.

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

57



# **Correction par retransmission**

- n Transmission continue : pas d'attente de l'ACK
  - n renvoi total a partir de l'erreur
  - n fenêtre d'anticipation
  - n Rendement moyen
- n Retransmission sélective :
  - n Mise en œuvre complexe
  - <sub>n</sub> bon rendement
  - <sub>n</sub> Satellites, TCP

==> Voir cours de Réseaux

Transmission de l'information - Cours de l'EPU de Tours - DI

