# Quantum walks with boundary

2018年11月13日 星期二 下午1:41

# 目录



## 1、量子随机行走的特性

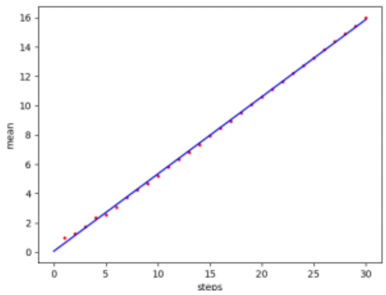
在本实验的物理系统中处于上自旋向左走，处在下自旋往右走，操作为：

1. Rotation of the spin around $y$ axis by angle $\theta$, corresponding to the operation $R_y(\theta) = e^{-i\theta\sigma_y/2}$ where $\sigma_y$ is a Pauli operator. The operator on the spatial degrees of freedom is identity, and we suppress this in the following.
2. Spin-dependent translation $T$ of the particle, where spin up particle is move to the right by one lattice site and spin down particle is moved to the left by one lattice site. Explicitly, $T = \sum_{j=-\infty}^{\infty} |j+1\rangle\langle j| \otimes |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |j-1\rangle\langle j| \otimes |\downarrow\rangle\langle\downarrow|$.

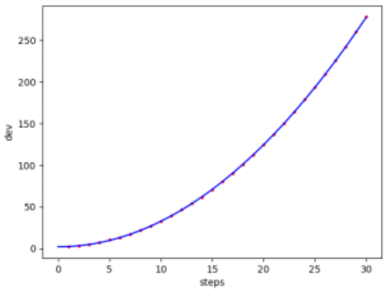
U=TR(θ) 1.对有壁情形平均声子数和方差的模拟。

初始位置定于1，自旋向下， θ=π/4，考虑行走n步后的方差和期望。

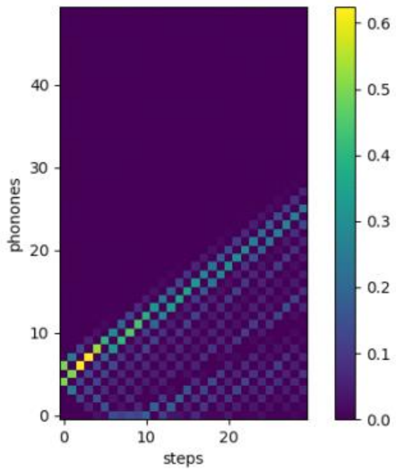
期望：




方差：




可见期望与行走步数成正比，方差与行走步数平方成正比。经典的随机游走期望和方差均与行走步数成正比，量子随机游走扩散的更快。 从第5个声子出发开始游走，横轴是行走步数，纵轴为声子数，颜色深浅表示概率：




可以观察到反射。

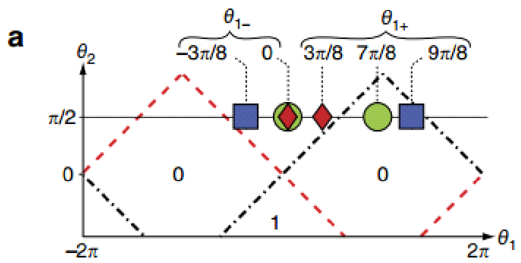
## 2、拓扑相的模拟

### 0)、校验模拟程序

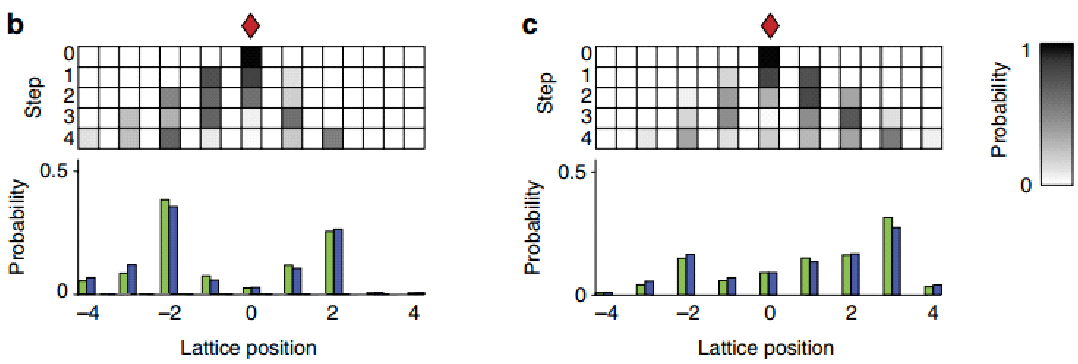
在2012年有一篇NC利用光子的分步quantum walk，走了4步，就观察到了bound state。

我们利用程序模拟了文章中的结果，可以得到与文章基本相同的结果，间接证明了我们模拟程序的正确性

DOI: 10.1038/ncomms1872

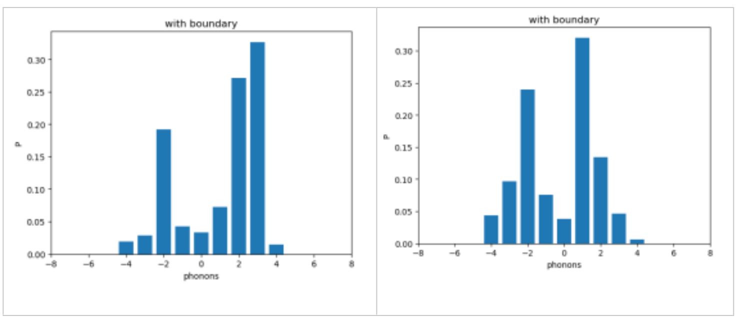



如图是该实验的拓扑相图，walker起始点位于n=0处，当x>=0的θ_(1+)和x<0的θ_(1-)处于两个不同的winding number区域时，在起始点附近观察到bound state，否则，则观察不到

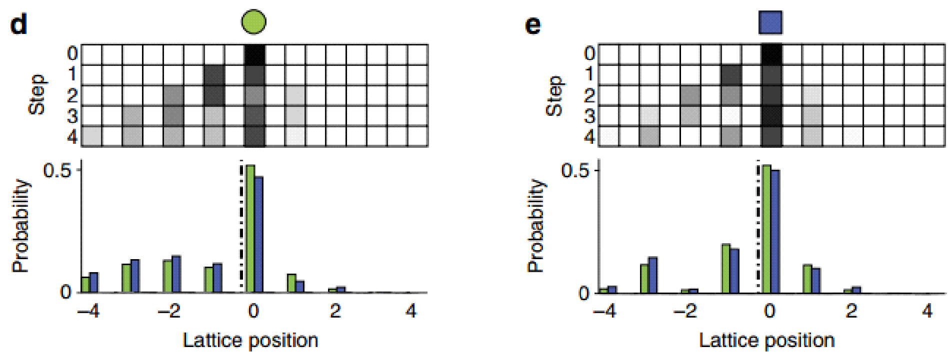


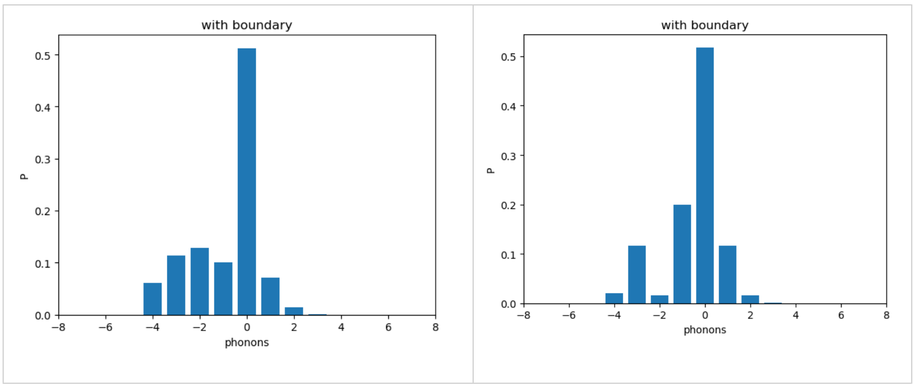

b图和c图分别是初始walker处于下自旋和上自旋时，经过4步之后的概率分布

我们的相应模拟结果为




d图和e图则是出现bound state时的概率分布




## 1)、反射壁的方案模拟

在DOI 10.1007/s11128-012-0425-4的理论文章中，

系统存在一个反射壁，提到为观测到拓扑相可以采用以下实验方案：

1. Rotation of the spin around $y$ axis by angle $\theta$, as in other sites, given by $R_y(\theta) = e^{-i\theta\sigma_y/2}$.
2. Translation of the spin $\downarrow$ to site $x = -1$. Spin $\uparrow$ stays at $x = 0$ and its spin is flipped to spin $\downarrow$ with phase accumulation $e^{i\varphi}$

Explicitly, the operation at $x = 0$ is

$$U(x = 0) = T_{\rm edge} R_y(\theta)$$
$$T_{\rm edge} = |-1\rangle\langle 0| \otimes |\downarrow\rangle\langle\downarrow| + e^{i\varphi}|0\rangle\langle 0| \otimes |\downarrow\rangle\langle\uparrow|$$

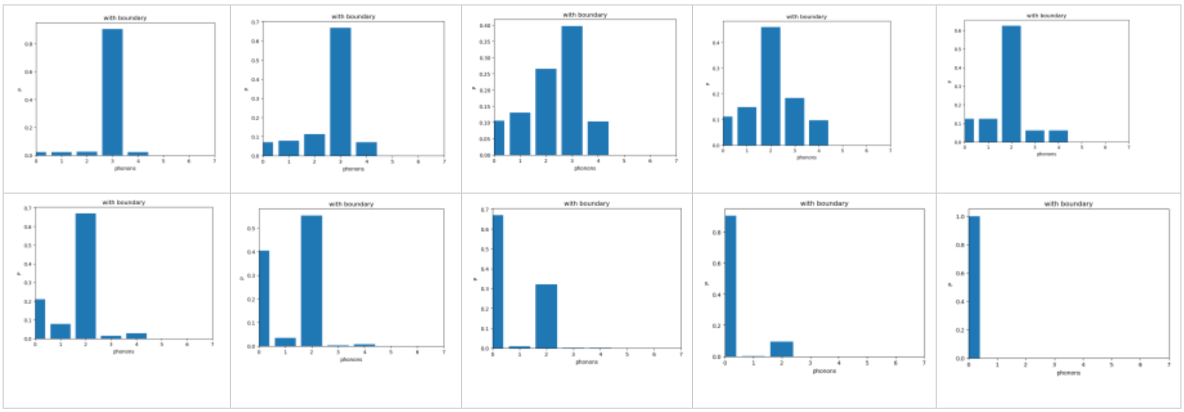
系统假定行走空间为负无穷到0

在反射壁处原本向左的继续向左，向右的被反射，转到下能级，下一轮向左走。

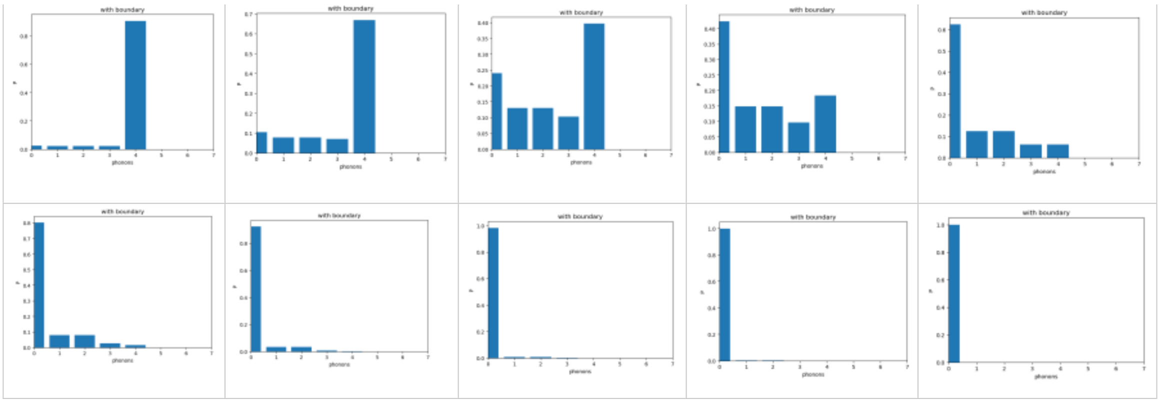
我们可以改变的一共有三个参数，分别时初始位置、幺正变换的角度θ和行走的步数

我们实验中可以行走的步数有限，暂时模拟4步的行为

初始位置为N=0，自旋为上（角度依次为n*pi/10,n=[1,10]）



初始位置为N=0，自旋为下（角度依次为n*pi/10,n=[1,10]）

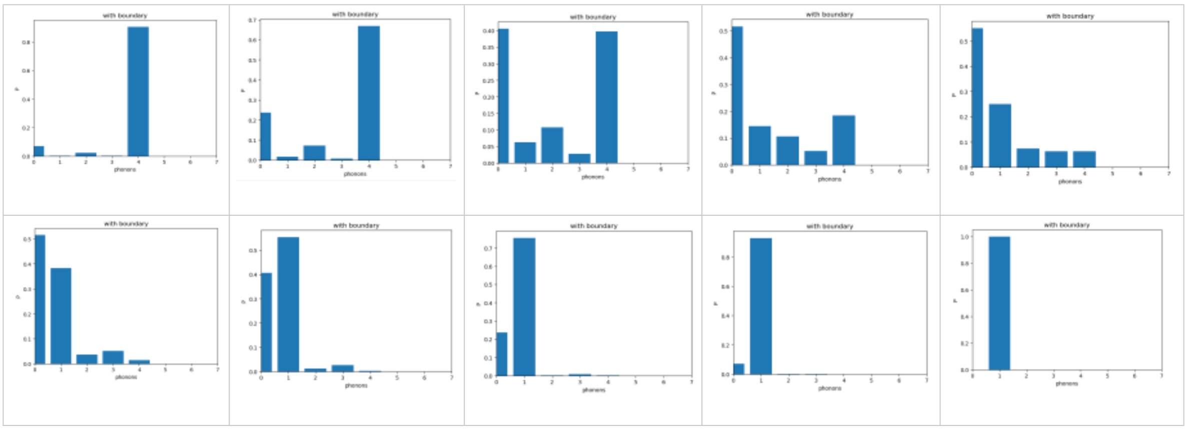


初始位置为N=1时，无论角度和自旋，在N=0处都不会有bound state

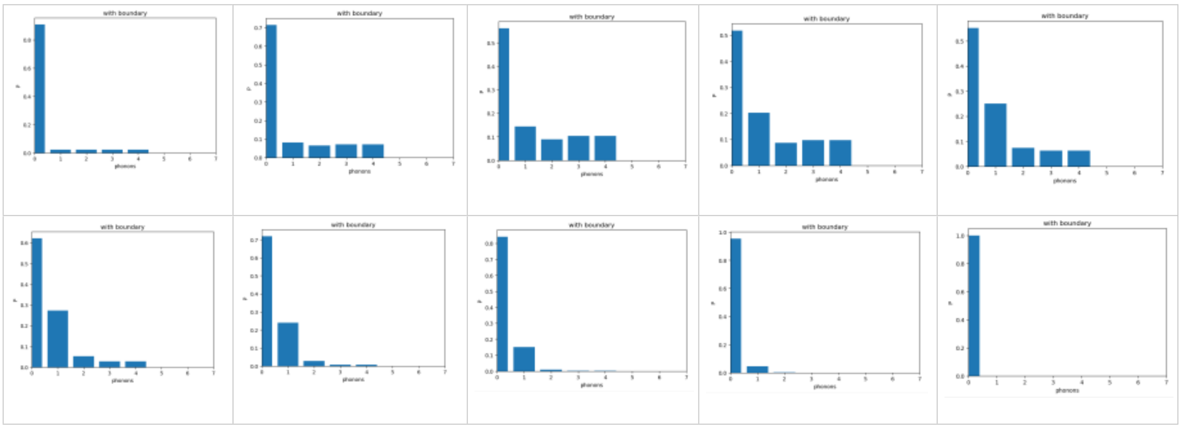
2)、实验中设想的one_step_QW方式（参见3.1的scheme）

在反射壁处原本向右的继续向右，向左的被反射，不转到下能级

初始位置为N=0，自旋为下（角度依次为n*pi/10,n=[1,10]）

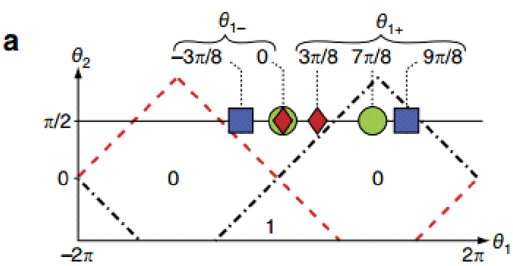


初始位置为N=0，自旋为上（角度依次为n*pi/10,n=[1,10]）



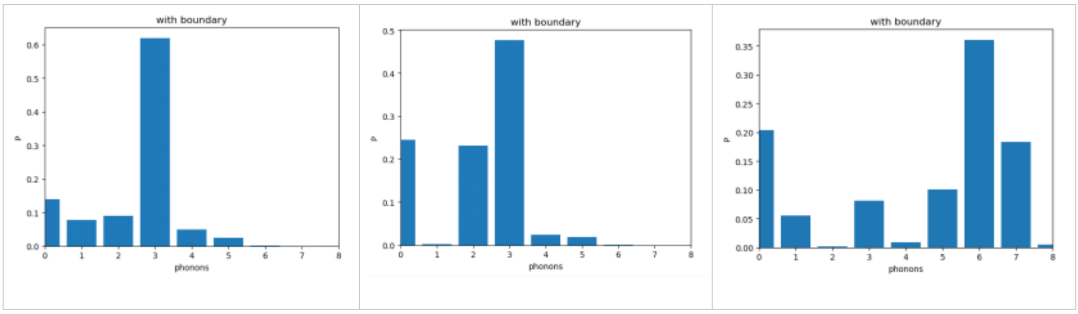
貌似初始状态的自旋状态对bound state的产生有影响

3)、Two-step quantum walk with boundary

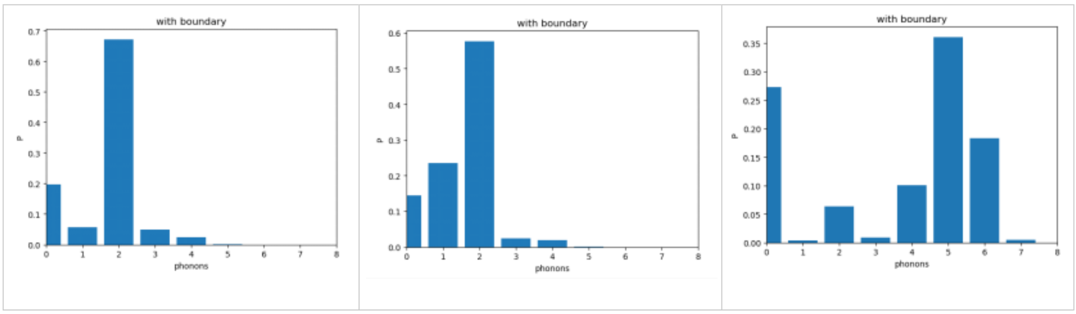



下图分别是蓝色，绿色，红色的，走5步的结果

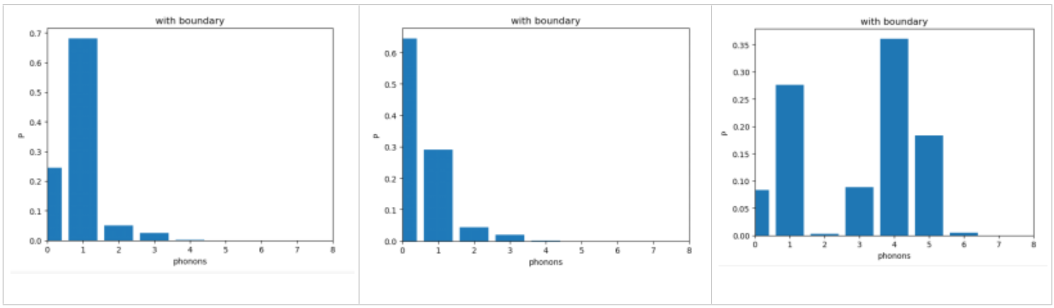
初始位置自旋向下，n=3



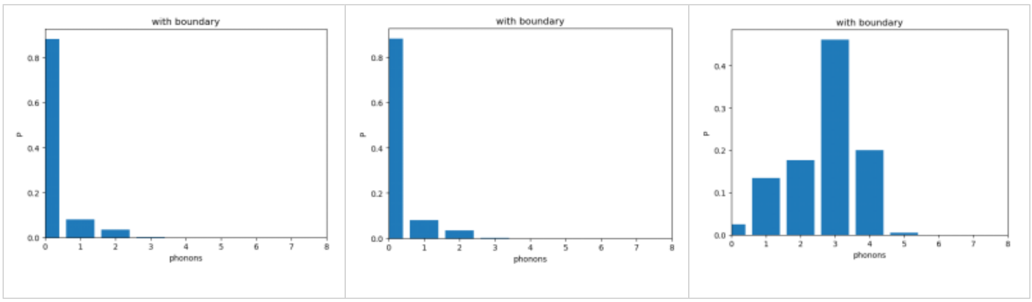

初始位置自旋向下，n=2




初始位置自旋向下，n=1



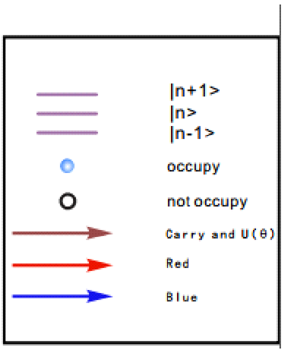

初始位置自旋向下，n=0




但是不知道怎么解释。。

## 3、声子操作Scheme

scheme图例如下




目前找不到一个普适的scheme，同时在n=0和n>0都可以达成QW的目的

1)、two step scheme

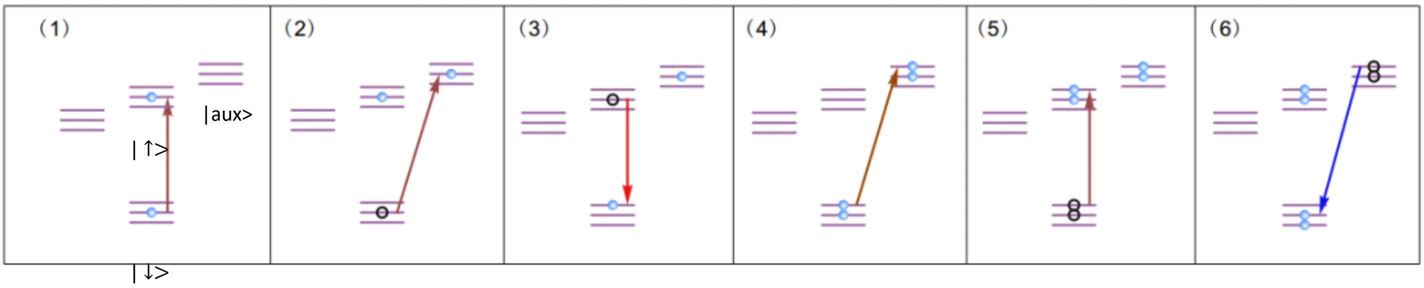
理想情况下，我们想要达到的算符T应该是如下所示，但是由于能级条件的限制，我们没法完成下图中的算符，只能完成

需要注意的是，

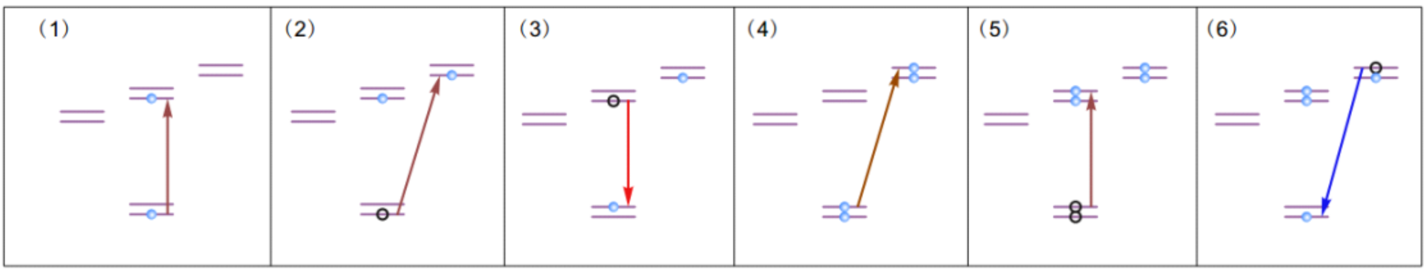
1. Rotation of the spin around $y$ axis by angle $\theta$, corresponding to the operation $R_y(\theta) = e^{-i\theta\sigma_y/2}$ where $\sigma_y$ is a Pauli operator. The operator on the spatial degrees of freedom is identity, and we suppress this in the following.
2. Spin-dependent translation $T$ of the particle, where spin up particle is move to the right by one lattice site and spin down particle is moved to the left by one lattice site. Explicitly, $T = \sum_{j=-\infty}^{\infty} |j+1\rangle\langle j| \otimes |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |j-1\rangle\langle j| \otimes |\downarrow\rangle\langle\downarrow|$.

Two step QW 的目的是，第一个幺正变换后，上自旋往右走，下自旋不变；第二个幺正变换后，上自旋不变，下自旋往左走

当|n>，n>0时，采用下面的scheme可以达到上面的目的




当n=0时，依然会有类似的问题




two step quantum walk：T2R2T1R1

R1 = $\left(\cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|e><e| - \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|e><g| + \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|g><e| + \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|g><g|\right) \otimes I$

T1 = $\sum_0^{\inf}(|n+1><n| \otimes |e><e| - |n><n| \otimes |g><g|)$

R2 = $\left(\cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|e><e| - \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|e><g| + \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|g><e| + \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right)|g><g|\right) \otimes I$

$T2(x=0) = |0><0| \otimes |a><g| - |0><0| \otimes |e><e|$

$T2(x>0)$ = $\sum_1^{\inf}|n-1><n| \otimes |g><g| - |n><n| \otimes |e><e|$