Praktikum 3/4: Auslegung eines Schwingungstilgers

In diesem Praktikum soll eine an zwei Punkten gelagerte Brücke untersucht werden und ein Schwingungstilger zur Unterdrückung von Resonanzproblemen ausgelegt werden.

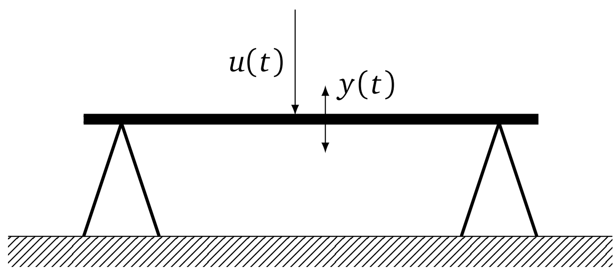

Abbildung 1: Schematische Darstellung der Brücke: Auf eine äußere Kraft $u(t)$ (z.B. durch einen Fußgänger hervorgerufen) reagiert die Brücke mit der Auslenkung $y(t)$.

Aufgabe 1 (System-Identifikation):

In der Datei `bruecke_sprung.mat` ist die Auslenkung $y(t)$ (gemessen in Metern) auf die Eingangskraft

$$u(t) = u_0 \cdot \sigma(t) \text{ mit } u_0 = -750\text{N} \tag{1}$$

gespeichert (u_0 ist negativ, da die Kraft nach unten zeigt). Der ebenfalls gespeicherte t-Vektor gibt die Zeitpunkte der Messung in Sekunden an. Bei der Brücke handelt es sich um ein schwingfähiges System, das als PT2-System modelliert werden soll. Identifizieren Sie anhand der gemessenen Sprungantwort die Parameter dieses Systems, d.h. bestimmen Sie die Parameter m_B, r_B und k_B in der Gleichung

$$m_B\ddot{y}(t) + r_B\dot{y}(t) + k_B y(t) = u(t). \tag{2}$$

Wie groß ist die Eigenfrequenz der Brücke?

Hinweis: Bestimmen Sie die charakteristischen Werte der Sprungantwort, indem Sie im Matlab-Plotfenster die *Zoom*- und *Data-Cursor*-Funktionalität benutzen.

Aufgabe 2 (Analyse des Schwingungsverhaltens der Bruecke):

(a) Bestimmen Sie für das in (2) ermittelte System die Antwort auf das Eingangssignal (1) und stellen Sie diese zusammen mit der gemessenen Sprungantwort in einem Diagramm graphisch dar. Überprüfen Sie damit, dass Sie die Parameter des Systems richtig identifiziert haben.

(b) Die Kraft, die ein Fußgänger auf die Brücke ausübt, kann in etwa durch

$$u(t) = u_0 + \hat{u} \cdot \sin(2\pi f t) \text{ mit } u_0 = -750\text{N}, \ \hat{u} = 250\text{N}, \ f = 1.75\text{Hz} \tag{3}$$

simuliert werden[1]. Stellen Sie die Auslenkung der Brücke als Antwort auf diese äußere Kraft graphisch dar. Wie groß ist die Amplitude der Schwingung, wie groß ist die Einschwingzeit?

[1] Siehe den Link *Challenge* → *Oscillation* auf `http://www.londonmillenniumbridge.com/index.html`.

(c) Stellen Sie den Amplitudengang der Brücke graphisch dar. Bestimmen Sie die Resonanzüberhöhung, definiert als

$$\frac{\text{Maximum des Amplitudengangs}}{\text{Statische Auslenkung}},$$

wobei die statische Auslenkung der Wert des Amplitudengangs bei der Frequenz $\omega = 0$ ist.

Hinweise:

- Benutzen Sie für die Teile (a) und (b) die Funktionen aus der Control System Toolbox: `tf`, `impulse`, `step`, `lsim`, etc.
- Für Teil (c) können Sie eine mit `tf` definierte Übertragungsfunktion mit der Funktion `freqresp` auf einem Frequenzvektor auswerten.
- Die Funktion `freqresp` gibt typischerweise ein dreidimensionales Array zurück, bei dem zwei Dimensionen die Länge 1 haben. Mit der Funktion `squeeze` können Sie dieses Array in einen Vektor, der sich graphisch darstellen lässt, umwandeln.

Aufgabe 3 (Auslegung des Schwingungstilgers):

Um die Resonanzprobleme abzumildern, soll eine gedämpft gefederte Masse als Schwingungstilger angebaut werden, wie schematisch in Abbildung 2 dargestellt ist.

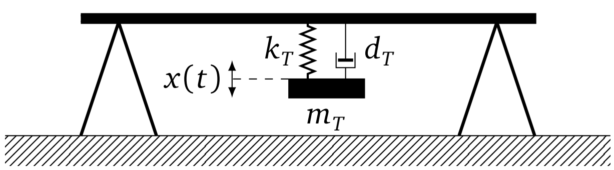

Abbildung 2: Schematische Darstellung der Brücke mit Schwingungstilger. Wie üblich ist der dimensionslose Reibungskoeffizient definiert als $d_T = \frac{r_T}{2\sqrt{m_T k_T}}$.

(a) Überzeugen Sie sich davon, dass das System aus Brücke (2) und Tilger durch die gekoppelten Gleichungen

$$m_B \ddot{y}(t) + (r_B + r_T)\dot{y}(t) + (k_B + k_T)y(t) = r_T \dot{x}(t) + k_T x(t) + u(t) \qquad (4)$$

$$m_T \ddot{x}(t) + r_T \dot{x}(t) + k_T x(t) = r_T \dot{y}(t) + k_T y(t) \qquad (5)$$

beschrieben wird. Dabei sind $x(t)$ und $y(t)$ die Auslenkung von Tilger und Brücke aus der Ruhelage.

(b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen, die

(i) die Auslenkung $x(t)$ der Tilgermasse als Antwort auf die Auslenkung $y(t)$ der Brücke und

(ii) die Auslenkung $y(t)$ der Brücke als Antwort auf die äußere Kraft $u(t)$ beschreiben.

(c) Um einen ersten Eindruck zu bekommen, ob die Sache funktioniert, wählen Sie folgende Parameter:

- Tilgermasse $m_T = 25\text{kg}$,
- Dämpfung des Tilgers $d_T = 0.1$,
- die Eigenfrequenz der Tilgermasse soll mit der Eigenfrequenz der Brücke übereinstimmen, denn dann kann der Schwingungstilger im kritischen Resonanzbereich besonders viel Energie absorbieren.

Stellen Sie für diese Parameter folgende Größen graphisch dar:

(i) den Amplitudengang von Brücke mit und ohne Tilger (in einem Plot, damit man die beiden Fälle besser vergleichen kann) einschließlich Resonanzüberhöhung.

(ii) Das Pol-Nullstellen-Diagramm der Brücke mit und ohne Schwingungstilger (Matlab Funktion `pzmap`).

(iii) die Bewegung der Brücke mit und ohne Schwingungstilger sowie die Bewegung der Tilgermasse relativ zur Brücke als Antwort auf die skalierte Sprungfunktion (1).

(d) Offensichtlich kann man den Schwingungstilger noch optimieren. Behalten Sie die Masse m_T bei, aber suchen Sie optimale Parameter d_T und k_T, so dass die Resonanzüberhöhung der Brücke mit Schwingungstilger minimal wird. Wie groß ist die Eigenfrequenz des Schwingungstilgers?

(i) Erstellen Sie für das optimierte System die gleichen graphischen Darstellungen wie in der vorigen Teilaufgabe .

(ii) Stellen Sie außerdem die Bewegung der Brücke mit und ohne Tilger sowie die Bewegung der Tilgermasse relativ zur Brücke als Antwort auf das Eingangssignal (3) graphisch dar. Wieviel Platz würden Sie der Tilgermasse zum Schwingen geben?