La aceleración en los planos inclinados de Galileo

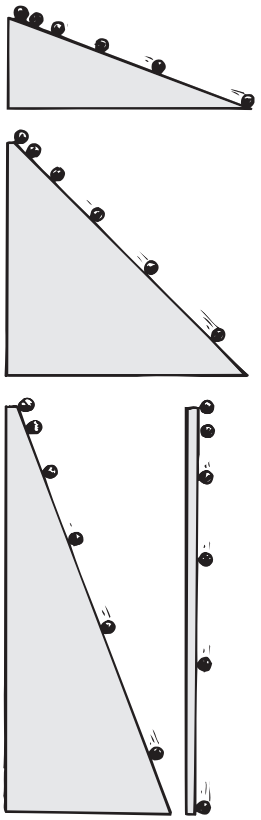

FIGURA 3.6
Figura interactiva

Cuanto mayor sea la inclinación del plano, la aceleración de la esfera será mayor. ¿Cuál es la aceleración en el plano vertical?

Galileo desarrolló el concepto de aceleración con sus experimentos en planos inclinados. Su principal interés era el de la caída de los objetos, y como carecía de los cronómetros adecuados, usó planos inclinados para disminuir el movimiento acelerado e investigarlo más cuidadosamente.

Encontró que una esfera que rueda bajando por un plano inclinado aumenta en la misma cantidad su rapidez en los segundos sucesivos, es decir, rueda sin cambiar su aceleración. Por ejemplo, veríamos que una esfera que rueda por un plano con cierto ángulo de inclinación aumenta su rapidez en 2 metros por segundo cada segundo que rueda. Este incremento por segundo es su aceleración. Su rapidez instantánea a intervalos de 1 segundo, con esta aceleración, será entonces 0, 2, 4, 6, 8, 10, etcétera, metros por segundo. Observamos que la rapidez o velocidad instantánea de la esfera, en cualquier tiempo después de haber sido soltada desde el reposo, es simplemente su aceleración multiplicada por ese tiempo:[2]

$$\text{Velocidad adquirida} = \text{aceleración} \times \text{tiempo}$$

Si sustituimos la aceleración de la esfera en esta ecuación (dos metros por segundo al cuadrado), podemos ver que al final de 1 segundo viaja a 2 metros por segundo; al final de 2 segundos viaja a 4 metros por segundo; al final de 10 segundos se mueve a 20 metros por segundo; y así sucesivamente. La rapidez o velocidad instantánea en cualquier momento no es más que la aceleración multiplicada por la cantidad de segundos que ha estado acelerando.

Galileo encontró que mayores inclinaciones generan mayores aceleraciones. Cuando el plano es vertical, la esfera alcanza su aceleración máxima. Entonces la aceleración es igual a la de un objeto que cae (figura 3.6). Independientemente del peso o del tamaño del objeto, Galileo descubrió que cuando la resistencia del aire es lo suficientemente pequeña como para no ser tomada en cuenta, todos los objetos caen con la misma aceleración, la que es invariable.

Caída libre

THE Physics Place
¿Qué tan rápido?
Caída libre: ¿Qué tan rápido?

Qué tan rápido

Los objetos caen a causa de la fuerza de gravedad. Cuando un objeto que cae está libre de toda restricción —sin fricción de aire ni de cualquier otro tipo—, y cae bajo la sola influencia de la gravedad, ese objeto se encuentra en **caída libre**. (En el capítulo 4 describiremos los efectos de la resistencia del aire sobre la caída de objetos.) La tabla 3.2 muestra la rapidez instantánea de un objeto en caída libre a intervalos de 1 segundo. Lo importante que se nota en esos números es la forma en que cambia la rapidez. *Durante cada segundo de caída el objeto aumenta su velocidad en 10 metros por segundo*. Esta ganancia por segundo es la aceleración.

[2] Observe que esta relación se deriva de la definición de la aceleración. Se parte de $a = v/t$ (y si se multiplican por t ambos lados de la ecuación) el resultado es $v = at$.

TABLA 3.2
Caída libre desde el reposo

Tiempo de caída (segundos)	*Velocidad adquirida (metro/segundo)*
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50
.	.
.	.
.	.
t	$10t$

La aceleración de la caída libre es aproximadamente de 10 metros por segundo cada segundo o, en notación compacta, es 10 m/s^2 (que se lee como 10 metros por segundo al cuadrado). Observa que la unidad de tiempo, el segundo, aparece dos veces: una por ser la unidad de rapidez, y otra por ser el intervalo de tiempo durante el cual cambia la rapidez.

En el caso de los objetos en caída libre se acostumbra el uso de la letra g para representar la aceleración (ya que la aceleración se debe a la *gravedad*). El valor de g es muy distinto en la superficie lunar o en la superficie de los demás planetas. Aquí en la Tierra g varía muy poco en distintos lugares, y su valor promedio es 9.8 metros por segundo cada segundo o, en notación compacta, 9.8 m/s^2. Esto lo redondeamos a 10 m/s ^{2} en esta explicación y en la tabla 3.2, para presentar las ideas con mayor claridad. Los múltiplos de 10 son más claros que los de 9.8. Cuando la exactitud sea importante, se deberá usar el valor de 9.8 m/s^2.

Observa que en la tabla 3.2 la rapidez o velocidad instantánea de un objeto que cae partiendo del reposo es consistente con la ecuación que dedujo Galileo usando sus planos inclinados:

$$\text{Velocidad adquirida} = \text{aceleración} \times \text{tiempo}$$

La velocidad instantánea v de un objeto que cae desde el reposo[3] después de un tiempo t se puede expresar en notación compacta como sigue:

$$v = gt$$

THE Physics Place
$v = gt$

Para cerciorarte de que esta ecuación tiene sentido, toma un momento para comprobarla en la tabla 3.2. Observa que la velocidad o rapidez instantánea en metros por segundo no es más que la aceleración g = 10 m/s^2 multiplicada por el tiempo t en segundos.

La aceleración de la caída libre es más clara si pensamos en un objeto que cae equipado con un velocímetro (figura 3.7). Supongamos que una piedra se deja caer por un acantilado muy alto, y que tú la observas con un telescopio. Si enfocas tu telescopio en el velocímetro, notarías un incremento en su rapidez conforme el tiempo pasa. ¿De cuánto? La respuesta es en 10 m/s cada segundo sucesivo.

EXAMÍNATE

En la figura 3.7, ¿qué indicaría el velocímetro de la piedra que cae 5 s después de partir del reposo? ¿Y 6 s después de dejarla caer? ¿Y a los 6.5 s?

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Las lecturas del velocímetro serían 50 m/s, 60 m/s y 65 m/s, respectivamente. Lo puedes deducir de la tabla 3.2, o usar la ecuación $v = gt$, donde g es 10 m/s^2.

THE Physics Place
Movimiento de proyectiles

[3]Si en vez de dejarse caer desde el reposo, el objeto se lanza hacia abajo con una rapidez v_o, la rapidez v después de cualquier tiempo real t es $v = v_o + gt$. No nos complicaremos con esto aquí; más bien, aprenderemos tanto como podamos de situaciones más sencillas. ¡Lo cual será fantástico!

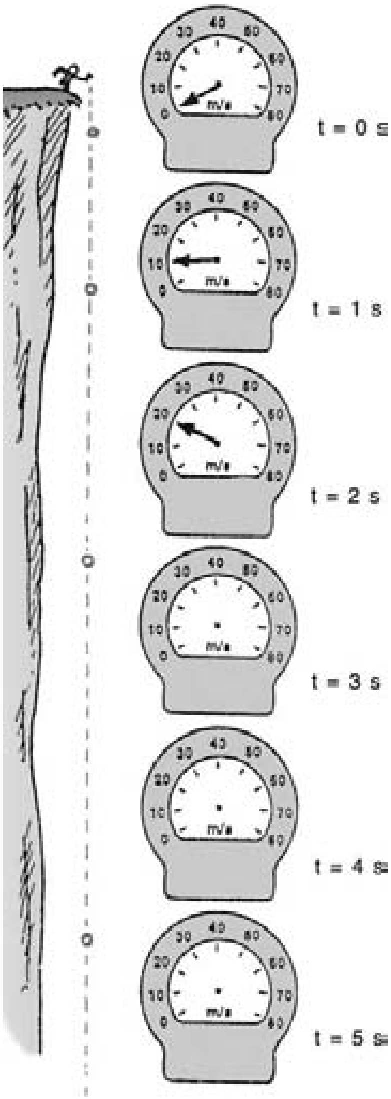

FIGURA 3.7
Figura interactiva

Imagínate que la piedra que cae tiene un velocímetro. En cada segundo sucesivo de su caída verías que la rapidez de esa piedra aumenta la misma cantidad: 10 m/s. Dibuja la aguja de cada velocímetro cuando $t = 3$ s, 4 s y 5 s. (La tabla 3.2 muestra las rapideces que indicaría en los distintos segundos de caída.)

Hasta aquí hemos considerado objetos que se mueven directo hacia abajo, en dirección de la gravedad. ¿Y si se avienta un objeto directo hacia arriba? Una vez lanzado continúa moviéndose hacia arriba durante algún tiempo, y después regresa. En su punto más alto, al cambiar su dirección de movimiento de hacia arriba a hacia abajo, su rapidez instantánea es cero. A continuación comienza a ir hacia abajo *exactamente como si se hubiera dejado caer desde el reposo a esa altura.*

Durante la parte de subida de este movimiento el objeto se desacelera al subir. No debe sorprendernos que desacelere a razón de 10 metros por segundo cada segundo: la misma aceleración que toma cuando va hacia abajo. Así, como muestra la figura 3.8, la rapidez instantánea en puntos de igual altura en la trayectoria es igual, ya sea que el objeto se mueva hacia arriba o hacia abajo. Desde luego, las velocidades son opuestas, ya que tienen direcciones contrarias. Observa que las velocidades hacia abajo tienen signo negativo para indicar que la dirección es hacia abajo (se acostumbra a llamar positivo *a hacia arriba*, y negativo *a hacia abajo*). Ya sea que se mueva hacia arriba o hacia abajo, la aceleración es 10 m/s^2 hacia abajo todo el tiempo.

EXAMÍNATE

Arrojas una pelota directamente hacia arriba que sale de tu mano a 20 m/s. ¿Qué predicciones puedes hacer acerca de esa pelota? (¡Razona tu respuesta *antes* de leer las predicciones sugeridas!)

Hasta dónde

Hasta dónde cae un objeto es muy distinto de *qué tan rápido* cae. Con sus planos inclinados, Galileo determinó que la distancia que recorre un objeto que acelera uniformemente es proporcional al *cuadrado del tiempo*. Los detalles de esta relación están en el apéndice B. Aquí sólo reseñaremos los resultados. La distancia recorrida por un objeto uniformemente acelerado que parte del reposo es

$$\text{Distancia recorrida} = 1/2\ (\text{aceleración} \times \text{tiempo} \times \text{tiempo})$$

Esta relación aplica a la distancia de algo que cae. La podemos expresar para el caso de un objeto en caída libre, en notación compacta, como sigue:

$$d = 1/2\ gt^2$$

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Hay varias. Una es que se desacelerará a 10 m/s un segundo después de haber salido de tu mano, que se detendrá en forma momentánea 2 segundos después de dejar tu mano, cuando llega a la cúspide de su trayectoria. Esto se debe a que pierde 10 m/s cada segundo que sube. Otra predicción es que 1 segundo después, a los 3 segundos en total, se estará moviendo hacia abajo a 10 m/s. En otro segundo más habrá regresado a su punto de partida, moviéndose a 20 m/s. Entonces, el tiempo en cada dirección es 2 segundos, y el tiempo total en el aire es 4 segundos. Más adelante veremos hasta dónde llega en la subida y en la bajada.

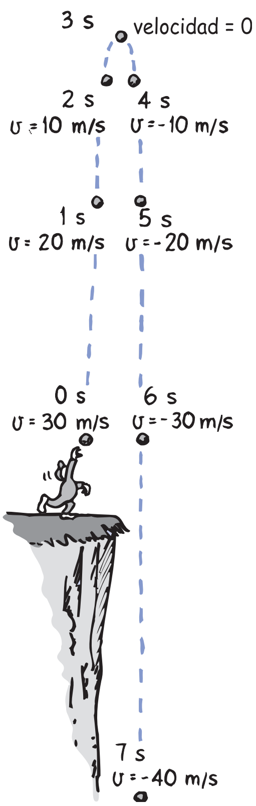

FIGURA 3.8
Figura interactiva

La razón de cambio de la velocidad cada segundo es la misma.

TABLA 3.3
Distancia recorrida en la caída libre

Tiempo de caída (segundos)	*Distancia rrecorrida (metros)*
0	0
1	5
2	20
3	45
4	80
5	125
.	.
.	.
.	.
t	$\frac{1}{2}10\,t^2$

donde d es la distancia recorrida de algo que cae cuando se sustituye el tiempo de su caída, en segundos, por t al cuadrado.[4] Si se usa 10 m/s^2 como el valor de g, la distancia recorrida en diversos tiempos de caída se indica en la tabla 3.3.

Vemos que un objeto cae tan sólo 5 metros de altura durante el primer segundo de la caída, mientras que su rapidez es 10 metros por segundo. Esto puede confundirnos, ya que se pensaría que el objeto debería caer 10 metros. Pero para que lo hiciera en el primer segundo de la caída debería caer con una rapidez *promedio de* 10 metros por segundo durante todo el segundo. Comienza a caer a 0 metros por segundo, y su rapidez es 10 metros por segundo sólo en el último instante del intervalo de 1 segundo. Su rapidez promedio durante este intervalo es el promedio de sus rapideces inicial y final, 0 y 10 metros por segundo. Para calcular el valor promedio de estos dos números, o de cualquier par de números, simplemente se suman los dos y el resultado se divide entre 2. De este modo se obtienen 5 metros por segundo en nuestro caso, que durante un intervalo de tiempo de 1 segundo da como resultado una distancia de 5 metros. Si el objeto continúa cayendo en los siguientes segundos lo hará recorriendo cada vez mayores distancias, porque su rapidez aumenta en forma continua.

EXAMÍNATE

Un gato baja de una cornisa y llega al suelo en 1/2 segundo.

a. ¿Cuál es su rapidez al llegar al suelo?

b. ¿Cuál es su rapidez media durante el 1/2 segundo?

c. ¿Qué altura tiene la cornisa desde el piso?

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

a. Rapidez: $v = gt = 10\text{ m/s}^2 \times 1/2\text{ s} = 5\text{ m/s}$.

b. Rapidez media: $\bar{v} = \dfrac{v\text{ inicial} + v\text{ final}}{2} = \dfrac{0\text{ m/s} + 5\text{ m/s}}{2} = 2.5\text{ m/s}$.

Hemos puesto una raya arriba del símbolo para indicar que es la rapidez media: $\bar{v}$.

c. Distancia: $d = vt = 2.5\text{ m/s} \times 1/2\text{ s} = 1.25\text{ m}$.

O también,

$$d = 1/2\,gt^2 = 1/2 \times 10\text{ m/s}^2 = (1/2\text{ s})^2 = 1/2 \times 10\text{ m/s}^2 \times 1/4\text{ s}^2 = 1.25\text{ m}$$

Observa que se puede calcular la distancia por cualquiera de estas dos ecuaciones, ya que son equivalentes.

---

[4] d = *velocidad media* × *tiempo*

$$d = \frac{\textit{velocidad inicial} + \textit{velocidad final}}{2} \times \textit{tiempo}$$

$$d = \frac{0 + gt}{2} \times t$$

$$d = 1/2\,gt^2$$

(Véase el apéndice B para una aplicación adicional.)

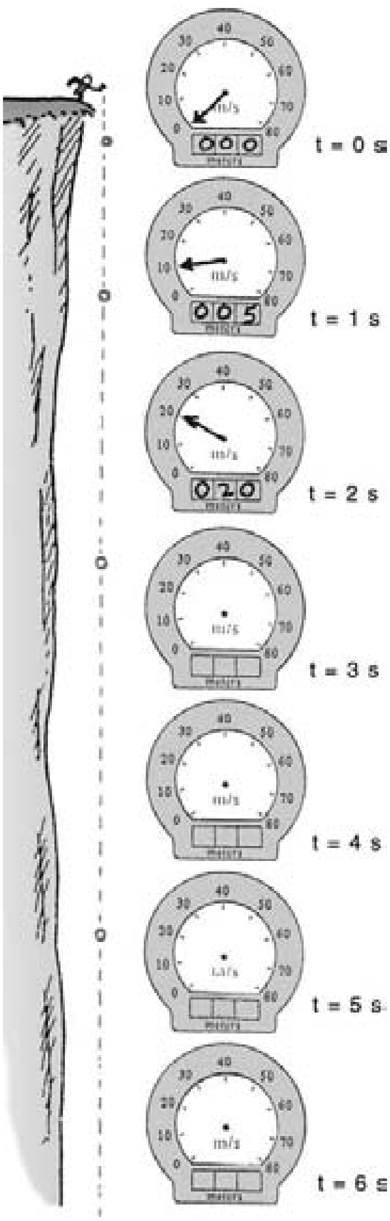

FIGURA 3.9
Imagínate que una piedra que cae tuviera un velocímetro y un odómetro. Las indicaciones de velocidad aumentan en 10 m/s y las de distancias en $\frac{1}{2}gt^2$. ¿Puedes anotar las posiciones de aguja del velocímetro y las distancias del odómetro?

Lo común es observar que muchos objetos caen con aceleraciones distintas. Una hoja de árbol, una pluma o una hoja de papel pueden llegar al suelo con lentitud, con una especie de bamboleo. El hecho de que la resistencia del aire sea la causa de esas aceleraciones distintas se puede demostrar muy bien con un tubo de vidrio hermético que contenga objetos livianos y pesados, por ejemplo, una pluma y una moneda. En presencia del aire, ambas caen con aceleraciones muy distintas. No obstante, si con una bomba de vacío se saca el aire del tubo, al invertirlo rápidamente se ve que la pluma y la moneda caen con la misma aceleración (figura 3.10). Aunque la resistencia del aire altera mucho el movimiento de objetos como plumas que caen, el movimiento de los objetos más pesados, como piedras y bolas de béisbol, en las valores bajos de rapidez no se ve afectado en forma apreciable por el aire. Se pueden usar las ecuaciones $v = gt$ y $d = 1/2\, gt^2$ con mucha aproximación con la mayoría de los objetos que caen por el aire desde el reposo.

FIGURA 3.10
En el vacío una pluma y una moneda caen con aceleraciones iguales.

"Qué tan rápido" cambia de rapidez

En el análisis del movimiento de objetos que caen surgen dificultades ya que es probable que se confundan "qué tan rápido" y "hasta dónde". Cuando queremos especificar qué tan rápido está cayendo algo, nos referimos a *rapidez* o a *velocidad*, que se expresan como $v = gt$. Cuando buscamos determinar desde qué altura cae algo, nos referimos a *distancia*, la cual se expresa como $d = 1/2\, gt^2$. Rapidez o velocidad (qué tan rápido) y distancia (hasta dónde) son muy diferentes entre sí.

Un concepto que confunde mucho y que quizá sea el más difícil que se encuentre en este libro es "qué tan rápido cambia de rapidez, que es la aceleración. Lo que hace tan complicada a la aceleración es que es una *razón de cambio de una razón de cambio.* Con frecuencia se confunde con la velocidad, que es en sí una razón de cambio (la razón de cambio de la posición). La aceleración no es velocidad, ni siquiera es un cambio de velocidad. La aceleración es la razón de cambio con la que cambia la velocidad misma.

Recuerda que los seres humanos tardaron casi 2,000 años, desde la época de Aristóteles, en tener una noción clara del movimiento; en consecuencia, ¡ten paciencia contigo mismo si ves que necesitas algunas horas para entenderlo!

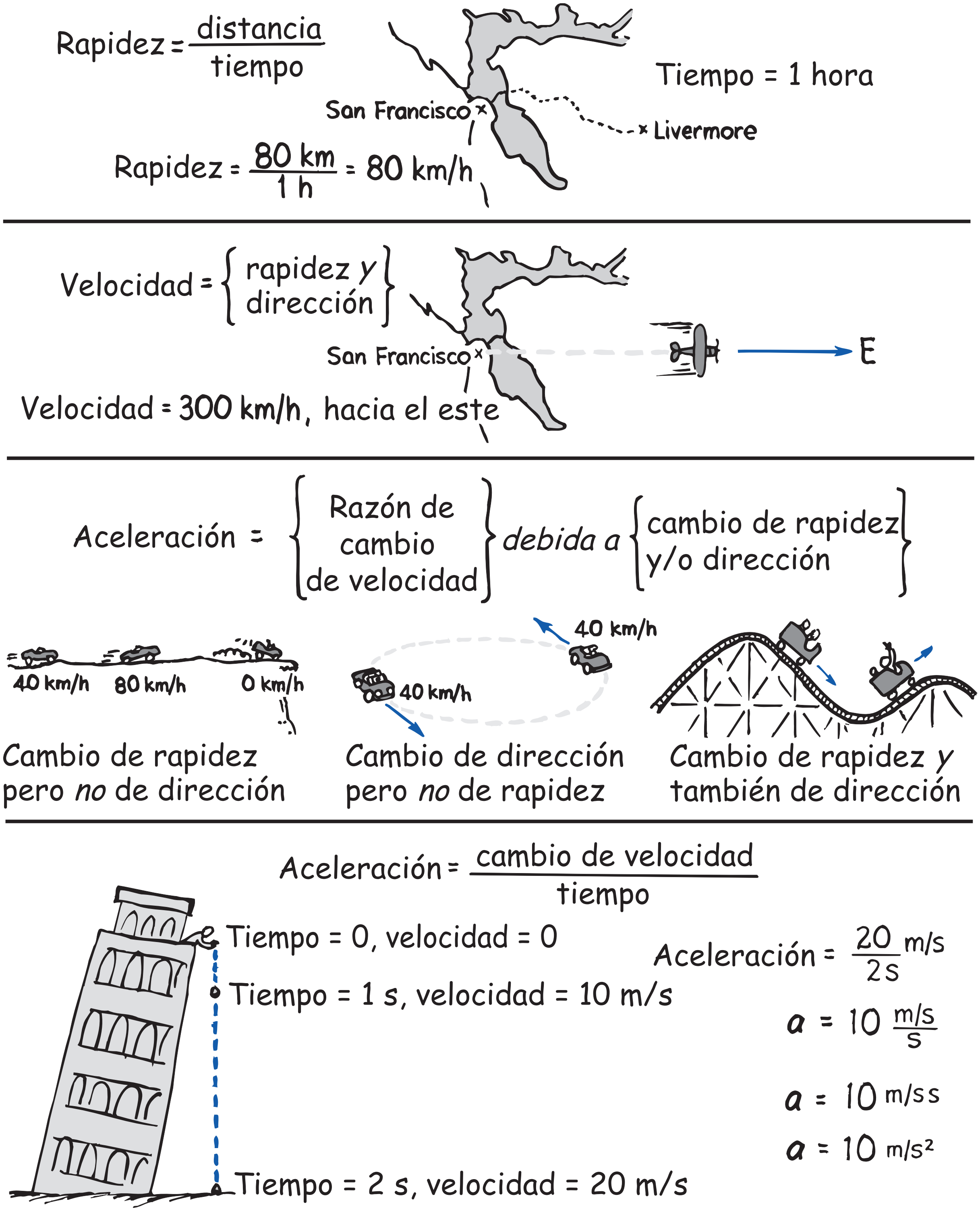

FIGURA 3.11
Análisis del movimiento.

TIEMPO EN EL AIRE

Algunos atletas y bailarines tienen gran habilidad para saltar. Al saltar directamente hacia arriba parece que están "colgados en el aire" y desafían la gravedad. Pide a tus amigos que estimen el "tiempo en el aire" de los grandes saltadores, el tiempo durante el cual, quien salta, tiene los pies despegados del piso. Podrán decir que son 2 o 3 segundos. Pero ¡sucede que el tiempo en el aire de los más grandes saltadores es casi siempre menor que 1 segundo! Un tiempo mayor es una de las muchas ilusiones que tenemos en la naturaleza.

Una ilusión parecida es la altura vertical que un hombre puede alcanzar. Es probable que la mayoría de tus compañeros de clase no salten más que 0.5 metros. Podrán pasar por encima de una cerca de 0.5 metros, pero al hacerlo su cuerpo sube ligeramente. La altura de la barrera es distinta de la que sube el "centro de gravedad" de un saltarín. Muchas personas pueden saltar sobre una cerca de 1 metro de altura; aunque casi nadie sube 1 metro el "centro de gravedad" de su cuerpo. Incluso Michael Jordan, estrella del básquetbol, en su apogeo fue incapaz de subir su cuerpo 1.25 m; aunque con facilidad podía llegar bastante más arriba que la canasta, que está a más de 3 m sobre el piso.

La capacidad de salto se mide mejor estando parado y dando un brinco vertical. Párate de frente a un muro, con tus pies asentados en el piso y tus brazos extendidos hacia arriba. Haz una marca en la pared, donde apuntas tus dedos. A continuación salta y en lo más alto haz otra marca. La distancia entre ambas marcas es la medida de tu salto vertical. Si es más de 0.6 metros (2 pies), eres excepcional.

La física es la siguiente: al saltar hacia arriba, la fuerza del salto sólo se aplica mientras tus pies están en contacto con el piso. Cuanto mayor sea esa fuerza, mayor será tu rapidez de despegue y el salto será más alto. Cuando tus pies dejan el piso, de inmediato tu rapidez vertical hacia arriba disminuye, a la tasa constante de g: 10 m/s^2. En lo más alto de tu salto tu rapidez hacia arriba disminuye a cero. A continuación comienzas a caer, y tu rapidez aumenta exactamente con la misma tasa, g. Si tocas tierra como despegaste, de pie y con las piernas extendidas, el tiempo de subida será igual al tiempo de caída; el tiempo en el aire es igual al tiempo de subida más el tiempo de bajada. Mientras estás en el aire ningún movimiento de agitar piernas ni brazos, ni de cualquier clase de movimiento del cuerpo, cambiará tu tiempo en el aire.

La relación entre el tiempo de subida o de bajada, y la altura vertical está dada por:

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

Si se conoce d, la altura vertical, esta ecuación se puede reordenar como sigue:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

Spud Webb, la estrella del básquetbol estadounidense, alcanzó un salto vertical de pie de 1.25 m, en 1986.[5] En ese momento fue el récord mundial. Usaremos la altura de su salto, 1.25 metros, como d y el valor más exacto de 9.8 m/s^2 como g. Al sustituir en la ecuación anterior, se obtiene t, la mitad del tiempo en el aire:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}} = \sqrt{\frac{2(1.25 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 0.50 \text{ s}$$

Esto se multiplica por dos (por ser el tiempo de una dirección en un viaje redondo, de subida y de bajada), y vemos que el tiempo récord de Spud en el aire es 1 segundo.

Aquí hablamos de movimiento vertical. ¿Y los saltos con carrera? El tiempo en el aire sólo depende de la rapidez vertical del saltador al despegarse del suelo. Mientras está en el aire, su rapidez horizontal permanece constante, mientras que la vertical tiene aceleración. ¡Es interesante la física!

[5] El valor de d = 1.25 m representa la altura máxima que sube el centro de gravedad del saltador, y no la altura de la barra. La altura que sube el centro de gravedad del saltador es importante para determinar su capacidad de salto. En el capítulo 8 veremos más sobre el centro de gravedad.

Resumen de términos

Aceleración Razón con la que cambia la velocidad de un objeto con el paso del tiempo; el cambio de velocidad puede ser en la magnitud, en la dirección o en ambas.

Caída libre Movimiento sólo bajo la influencia de la gravedad.

Cantidad vectorial En física la cantidad que tiene tanto magnitud como dirección.

Rapidez Que tan rápido mueve algo: la distancia que recorre un objeto por unidad de tiempo.

Velocidad La rapidez de un objeto y una especificación de la dirección de su movimiento.