- linear System Transformation

$$\dot{x} = Ax + Bu.$$

non-singular 행렬 T.

$$\dot{z} = T\dot{x} \quad : \text{similarity transformation}.$$

$$\dot{z} = T(Ax + Bu) = TAT^{-1}z + TBu =: \bar{A}z + \bar{B}u.$$

- non-linear System Transformation.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u.$$

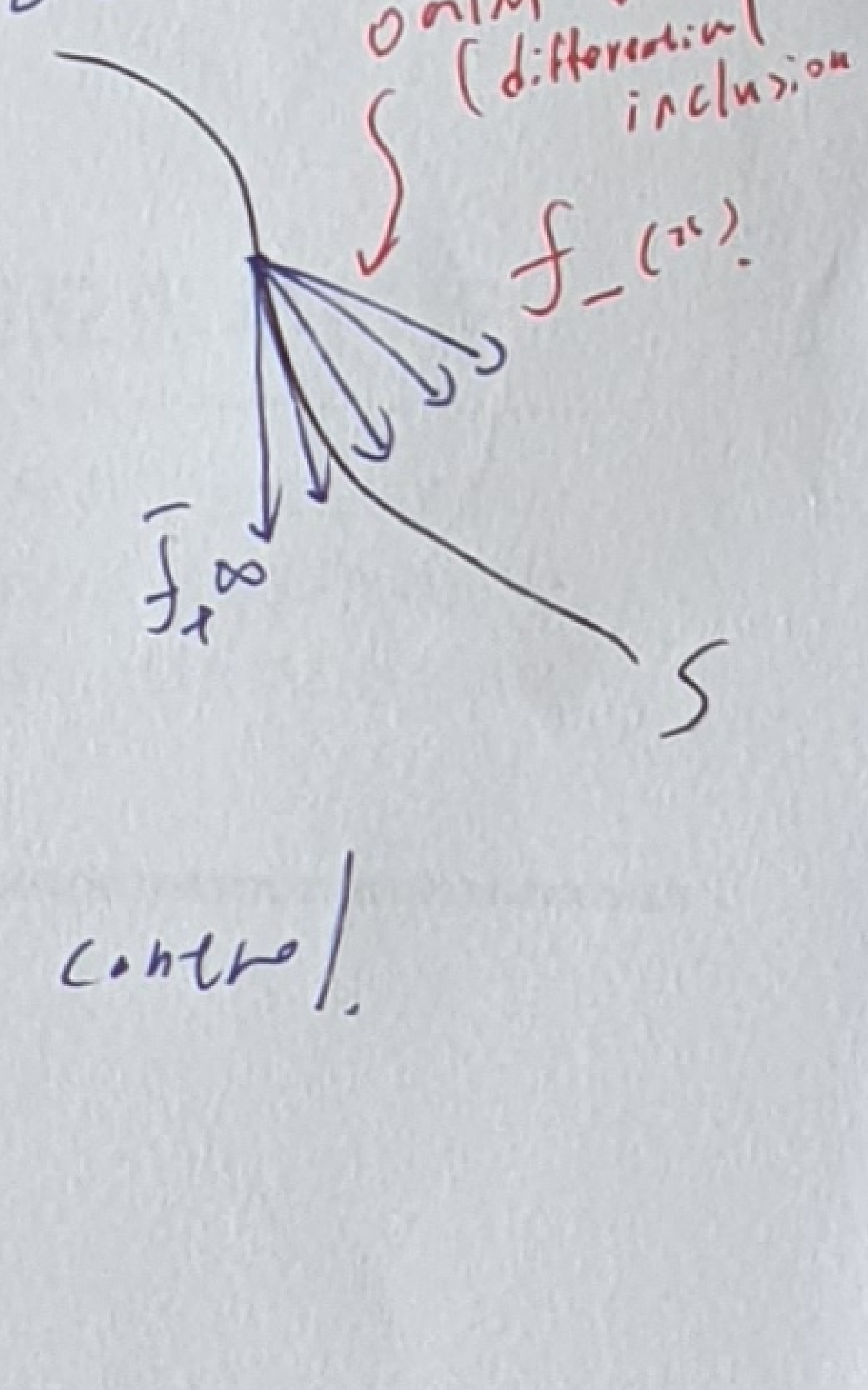
$$z = \Phi(x).$$

$$\dot{z} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\dot{x} = \left.\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|_{x=\Phi^{-1}(z)} \cdot \left(f(\Phi^{-1}(z)) + g(\Phi^{-1}(z))u\right) =: \bar{f}(z) + \bar{g}(z)u.$$

- Filippov sense

$$F(x) = \begin{cases} \{f_+(x)\} & \text{if } x \in \Omega_+ \\ \{f_-(x)\} & \text{if } x \in \Omega_- \\ co\{\bar{f}_+(x), \bar{f}_-(x)\} & \text{if } x \in S. \end{cases}$$

(해~~가~~가 존재함을 나타냄)



where

$$\bar{f}_+(x) = \lim_{z \to x \in \Omega_+} f_+(x)$$

$$\bar{f}_-(x) = \lim_{z \to x \in \Omega_-} f_-(z)$$

$$co\{\bar{f}_+(x), \bar{f}_-(x)\} = \{a\bar{f}_+(x) + (1-a)\bar{f}_-(x) : a \in [0,1]\}$$

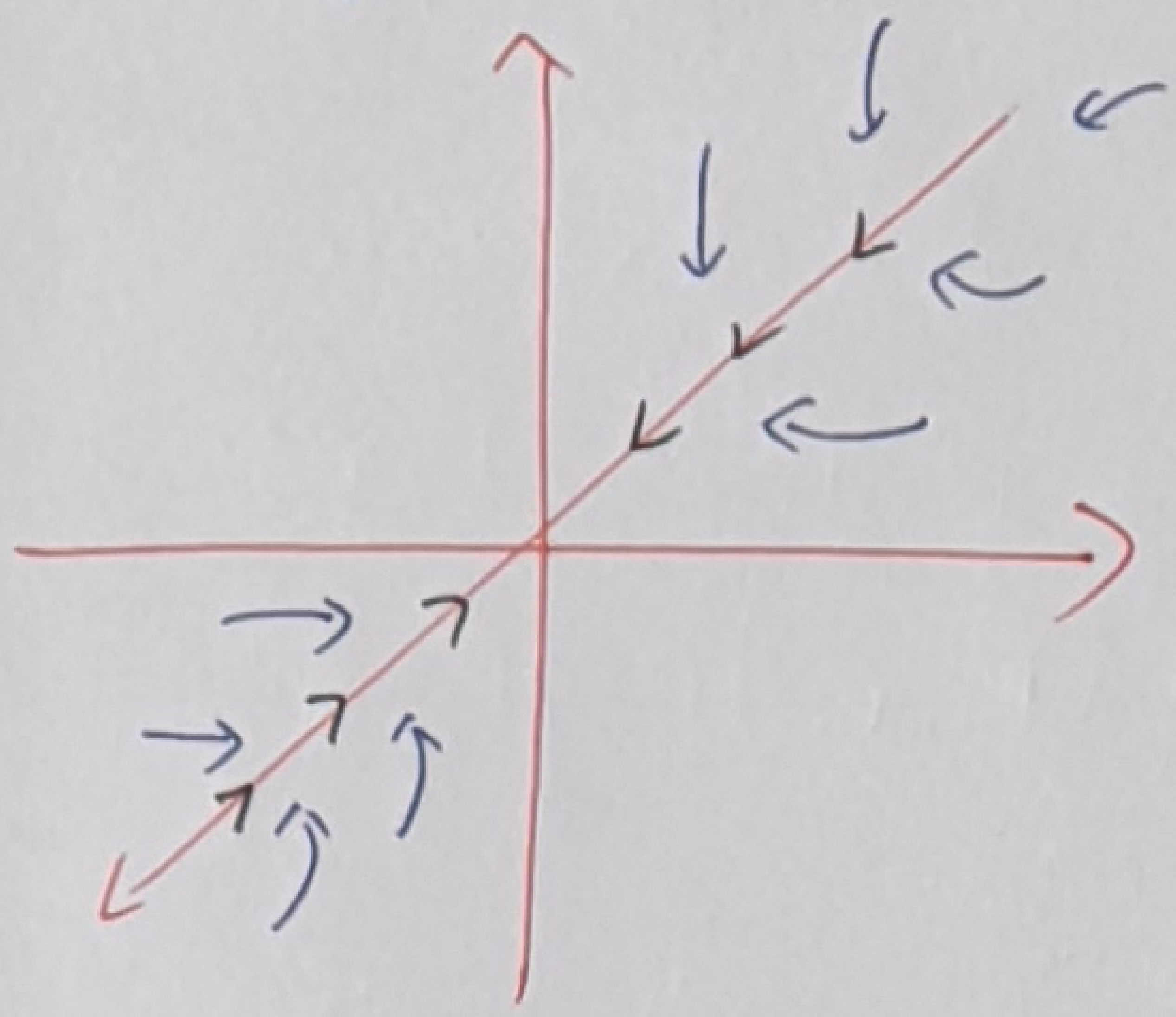
- equivalent control = net-effect of switching control.

$$\dot{x} = \underbrace{-\delta(t)}_{\text{disturbance}} + u$$

$$u = -K\,\mathrm{sgn}(x).$$

$$\Rightarrow u_{eq} = -\delta(t)$$

- Sliding mode control.



1. surface는 원점으로 가야한다.
2. surface는 uncertainty, disturbance의 영향을 받지 않아야 한다.

Ex) $\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = h(x) + g(x)u$

$h(x), g(x)$: unknow, $g(x) \geq g_0 > 0$, g_0 know.

sliding surface $S(x) := kx_1 + x_2$ 정의, state는 $S(x(t)) = 0$ 이 되도록 유지.

$$S(x(t)) = kx_1(t) + x_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1(t) = -kx_1(t) \\ x_2(t) = -kx_1(t) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $S(t)$는 uncertainty 없다 (design of sliding surface

$\Rightarrow$ $S(x(t)) = 0$ 이 유지되면, 시스템은 uncertainty 와 무관하게 정해진 방향으로 동작

$\Rightarrow$ $S(x(t)) = 0$ 이되록, 유지 하도록 제어 설계.

(Design of control for reaching phase.)

Reaching phase 에서 $s(x(t)) \to 0$ 을 보장하려면?

$V(x) = \frac{1}{2}s(x)^2$ lyapunov equation.

$\dot{V} < 0.$

$\dot{V} = s\dot{s} = s(k\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2) = s(kx_2(t) + h(x) + g(x)u)$

$\le \underbrace{|s|\,g(x)\left|\frac{kx_2 + h(x)}{g(x)}\right|}_{\text{unknown, disturbance}} + \underbrace{g(x)su}_{\text{control input}}$

$g(x)$는 u의 형태를 간단하게 하기위한 형태.

dominant 방식으로 누르겠다. 부호(+) 부분 중요하지 않음.

아래조건 만족하는 $\rho(x)$ 정한다. (uncertainty 보다 약간 커야 sliding surface로 간다.)

$$\left|\frac{kx_2 + h(x)}{g(x)}\right| \le \rho(x)$$

for all uncertainty $h(x)$ and $g(x) \ge g_0$

$$u(x) = -\underbrace{(\rho(x)+1)}\,\mathrm{sign}(s(x)) = \begin{cases} -\rho(x) - 1, & s(x) > 0 \\ \rho(x) + 1, & s(x) < 0. \end{cases}$$

이유

if $u = -\mathrm{sgn}(s)\,\rho(x) - s.$

then. $\dot{V} \le -g(x)s^2 \le -2g_0 V$

$\Rightarrow V(x(t)) \le e^{-2g_0 t}\,V(x(0))$ 0 이 안됨.

on the other hand.

if $u = -\mathrm{sgn}(s)\rho(x) - \mathrm{sgn}(s) = -(\rho(x)+1)\cdot\mathrm{sgn}(s)$

then $\dot{V} \le -g_0|s| \le -g_0\sqrt{2V}$

$\Rightarrow$ 유한시간 내에 sliding surface에 도달.

$\dot{V}(s) \le -g_0\sqrt{2V(x)}$ 이면 0 이됨을 보이기 위해. ($V(s) \ge 0$)

$W(x) := \sqrt{2V(x)} = |S(x)|$ 라 하면.

$$\dot{W} = \frac{2\dot{V}}{2\sqrt{2V}} \le -g_0.$$

$\dot{W}(x)$는 (V, SE) 유한시간에 0 이 된다.